

Kinematische Untersuchungen an Rollenkettentrieben mit Kettenführungen

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Hochschule Darmstadt

zur

Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Edgar Dörsam

aus Erbach

Berichterstatter:
Mitberichterstatter:
Tag der Einreichung:
Tag der mündlichen Prüfung:

Prof. Dr.-Ing. W. Raab
Prof. Dr.-Ing. H. Birkhofer
30. Juni 1994
1. Dezember 1994

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides Statt, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel verfaßt habe.

Darmstadt, den 27.06.1994

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik der Technischen Hochschule Darmstadt unter Leitung von Herrn Professor Dr.-Ing. Walter Raab.

Für die freundliche Unterstützung und Betreuung sowie für die Anregungen zu dieser Arbeit danke ich Herrn Professor Dr.-Ing. Walter Raab recht herzlich. Ebenso danke ich ihm für die Vermittlung von zahlreichen Industriekontakten, die einen regen Austausch mit der industriellen Praxis ermöglichten.

Herrn Professor Dr.-Ing. H. Birkhofer danke ich für die kritische Durchsicht dieser Arbeit, für hilfreiche Anregungen und für die Übernahme des Korreferats.

Den derzeitigen und ehemaligen Mitarbeitern des Fachgebiets Maschinenelemente und Mechanik, insbesondere Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Johannes Hain und Herrn Dipl.-Ing. Ulrich Oldendorf, sowie den am Projekt beteiligten Studenten gilt mein Dank für zahlreiche Gespräche und Diskussionen, aus denen wichtige Ideen hervorgegangen sind. Frau Uta Matschoss, Technische Zeichnerin am Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik, danke ich besonders für die Anfertigung der CAD-Zeichnungen.

Für die großzügige Unterstützung bei der Durchführung der experimentellen Untersuchungen danke ich vor allem Herrn Dr.-Ing. Erhard Vogt von der Firma Arnold & Stolzenberg, Einbeck. Mein Dank gilt auch den zahlreichen Mitarbeitern der MAN Roland Druckmaschinen AG, Offenbach, die wesentlich zum Gelingen des von mir parallel zu dieser Arbeit betreuten Forschungsprojektes "Bogentransport mit Ketten-Greiferwagensystemen" beigetragen haben.

Schließlich danke ich noch meiner Frau Doris für die gründliche Durchsicht des Manuskripts und ihr großes Verständnis während der vergangenen Monate.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik der Technischen Hochschule Darmstadt unter Leitung von Herrn Professor Dr.-Ing. Walter Raab.

Für die freundliche Unterstützung und Betreuung sowie für die Anregungen zu dieser Arbeit danke ich Herrn Professor Dr.-Ing. Walter Raab recht herzlich. Ebenso danke ich ihm für die Vermittlung von zahlreichen Industriekontakten, die einen regen Austausch mit der industriellen Praxis ermöglichten.

Herrn Professor Dr.-Ing. H. Birkhofer danke ich für die kritische Durchsicht dieser Arbeit, für hilfreiche Anregungen und für die Übernahme des Korreferats.

Den derzeitigen und ehemaligen Mitarbeitern des Fachgebiets Maschinenelemente und Mechanik, insbesondere Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Johannes Hain und Herrn Dipl.-Ing. Ulrich Oldendorf, sowie den am Projekt beteiligten Studenten gilt mein Dank für zahlreiche Gespräche und Diskussionen, aus denen wichtige Ideen hervorgegangen sind. Frau Uta Matschoss, Technische Zeichnerin am Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik, danke ich besonders für die Anfertigung der CAD-Zeichnungen.

Für die großzügige Unterstützung bei der Durchführung der experimentellen Untersuchungen danke ich vor allem Herrn Dr.-Ing. Erhard Vogt von der Firma Arnold & Stolzenberg, Einbeck. Mein Dank gilt auch den zahlreichen Mitarbeitern der MAN Roland Druckmaschinen AG, Offenbach, die wesentlich zum Gelingen des von mir parallel zu dieser Arbeit betreuten Forschungsprojektes "Bogentransport mit Ketten-Greiferwagensystemen" beigetragen haben.

Schließlich danke ich noch meiner Frau Doris für die gründliche Durchsicht des Manuskripts und ihr großes Verständnis während der vergangenen Monate.

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der verwendeten Kurzzeichen.....	VII
Zusammenfassung.....	IX
1 Einleitung	1
1.1 Einführung.....	1
1.2 Aufbau der Arbeit.....	4
2 Allgemeines zu Kettentrieben	5
2.1 Polygoneffekt des ungeführten Kettentriebs	5
2.2 Klärung des Begriffs "Kettenführung"	8
2.3 Ausgeführte Kettenführungen	12
2.3.1 Relative Lage der Führung zum Kettenrad.....	12
2.3.2 Profilform der Führung.....	14
2.3.3 Kettenrad und Führungsgeometrie	15
2.4 Stand der Kettenforschung	16
2.4.1 Bisher untersuchte Themen und Ergebnisse.....	16
2.4.1 Forschungsschwerpunkt "Kettenführungen"	21
3 Kinematik des geführten Kettentriebs	24
3.1 Modellbildung und Begriffe	24
3.1.1 Kinematisches Modell und Bezeichnungen	24
3.1.2 Vereinfachungen und Annahmen	27
3.2 Polygoneffekt und Bewegungsablauf.....	30
3.3 Periodendauer und -winkel der Ungleichförmigkeitsperiode	35
3.4 Kinematische Ersatzgetriebe	38
3.5 Vorgehensweise bei der Berechnung	41
4 Kettentrieb mit gerader Führung.....	43
4.1 Allgemeine Beschreibung der Bewegungsverhältnisse	43
4.1.1 Verlauf des Führungsweges.....	43
4.1.2 Verlauf der Führungsgeschwindigkeit.....	48
4.1.3 Verlauf der Führungsbeschleunigung.....	51
4.1.4 Mittlere Kettengeschwindigkeit	52
4.2 Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode	58
4.2.1 Einlaufphase	58
4.2.2 Auslaufphase	62
4.2.3 Spannphase	68
4.2.4 Doppelphase	75
4.3 Berechnung der Starrkörperlänge.....	77
4.4 Berechnungsgang und -beispiel.....	79
4.4.1 Zusammenfassende Darstellung des Berechnungsgangs	79
4.4.2 Darstellung einiger typischer Bewegungsverhältnisse.....	81

4.5 Bewegung des Abtriebsrades	85
4.5.1 Berechnungsgang.....	85
4.5.2 Berechnungsbeispiele	88
4.6 Bewegung innerhalb der Führung	91
4.7 Kinematische Kenngrößen	92
4.7.1 Ungleichförmigkeitsgrad	92
4.7.2 Geschwindigkeits- und Beschleunigungskenngrößen	97
4.7.3 Aufschlaggeschwindigkeit.....	98
4.8 Günstige Anordnungslagen	101
4.8.1 Einfluß des Führungsabstandes	102
4.8.2 Einfluß der Führungshöhe	104
4.8.3 Einfluß der Zähnezah	109
4.8.4 Einfluß des Rollendurchmessers und der Führungsend- geometrie	116
4.8.5 Einfluß des Rollenspiels in der Führung	119
4.8.6 Tangentenanordnung	121
4.9 Grenzen des Modells gerader Führungen.....	127
5 Kettentriebe mit gekrümmter Führung.....	129
5.1 Typen gekrümmter Führungen	129
5.2 Analytischer Berechnungsansatz.....	131
5.3 Iterativer Berechnungsansatz	132
5.3.1 Prinzipielles Vorgehen am ungeführten Kettentrieb	133
5.3.2 Berücksichtigung von Kettenführungen	136
6 Experimentelle Untersuchungen.....	138
6.1 Versuchsziel	138
6.2 Auswahl der Meßgrößen und Meßverfahren.....	138
6.3 Versuchseinrichtung und -aufbau.....	141
6.3.1 Kettenprüfstand	141
6.3.2 Phasenwinkelmessung	142
6.3.3 Wirkungsgradbestimmung.....	144
6.4 Versuchskettentrieb und -durchführung	145
6.5 Ergebnisse und Diskussion.....	148
6.5.1 Verlauf des Phasenwinkels	148
6.5.2 Einfluß der Anordnungslage.....	152
6.5.3 Vergleich zum ungeführten Kettentrieb	155
6.5.4 Auswirkungen der Spannphase	158
6.5.5 Einfluß der Kettengeschwindigkeit	159
6.5.5 Zusammenfassung	160
7 Hinweise für die Praxis	161
8 Schlußbetrachtung	163
Anhang A Berechnungsbeispiele	164
Anhang B Photographie Meßaufbau Abtriebsstrang	174
Anhang C Zeichnungen	175
Literatur.....	178

Verzeichnis der verwendeten Kurzzeichen

a	Achsabstand
a	Beschleunigung, Führungsbeschleunigung
b_F	Breite der Führung
d	Teilkreisdurchmesser
d_1	Rollendurchmesser
h	Führungshöhe
$h_{Gr\ O}$	obere Grenze der Führungshöhe
$h_{Gr\ U}$	untere Grenze der Führungshöhe
h_{min}	minimal erforderliche Führungshöhe
i	Übersetzungsverhältnis
k	Länge des Starrkörpers
k_A	Länge des Starrkörpers während der Auslaufphase
k_E	Länge des Starrkörpers während der Einlaufphase
f	Führungsabstand
f_A	Führungsachsabstand
f_E	Einlaufabstand
f_{min}	minimal erforderlicher Führungsabstand
$f_{Gr\ min}$	kleinster zulässiger Grenzwert des Führungsabstandes
f_L	Führungslänge
f_R	Führungsrollenabstand
l	Kettenlänge
l_f	freie Trumlänge
n	Drehzahl
p	Kettenteilung
q	Starrkörperfaktor
q_A	Starrkörperfaktor während der Auslaufphase
q_E	Starrkörperfaktor während der Einlaufphase
r	Teilkreisradius, Teilkreisradius am Antriebsrades beim geführten Kettentrieb
s	Weg, Führungsweg
v	Geschwindigkeit, Führungsgeschwindigkeit
v_{St}	Aufschlaggeschwindigkeit
x	Abszisse des globalen Koordinatensystems
X	Gliederzahl
y	Ordinate des globalen Koordinatensystems
z	Zähnezahl
α	halber Teilungswinkel
β	Hilfswinkel
δ	Ungleichförmigkeitsgrad
γ	Neigungswinkel
Ω	Phasenwinkel
$\Delta\Omega$	Phasenwinkelspanne
φ	Lagewinkel beim geführten Kettentrieb
$\bar{\varphi}$	Lagewinkel allg. im Bogenmaß
φ_A	Auslaufwinkel
$\varphi_{A\ min}$	kleinster technisch möglicher Auslaufwinkel
$\varphi_{A\ max}$	größter technisch möglicher Auslaufwinkel
φ_E	Einlaufwinkel

ρ	Krümmungsradius
τ	Teilungswinkel
ω	Winkelgeschwindigkeit
v	Ordinate des lokalen Koordinatensystems
v_F	v -Koordinate der Führungsrolle
ξ	Abszisse des lokalen Koordinatensystems
ξ_F	ξ -Koordinate der Führungsrolle
ϕ	Drehwinkel (Viergelenkgetriebe)
Ψ	Periodenwinkel der Ungleichförmigkeitsperiode
Ψ_{\min}	Periodenwinkel, Beginn der Ungleichförmigkeitsperiode
Ψ_{\max}	Periodenwinkel, Ende der Ungleichförmigkeitsperiode
$\Delta\Psi$	Periodendauer der Ungleichförmigkeitsperiode

Indizes - Exponenten

Aus	Auslaufphase
eff	effektiv
EA	an der Grenze Ein-/Auslaufphase
Ein	Einlaufphase
F	bezogen auf Führungsrolle
g	getrieben (bezogen auf Abtriebsrad)
m	mittel
max	maximal
min	minimal
r	relativ
red	reduziert
R	Rollenwechsel
S	Sehnenanordnung
Sp	Spannphase
t	treibend (bezogen auf Antriebsrad)
T	Tangentenanordnung
UP	Ungleichförmigkeitsperiode
ÜTS	Über Tangente mit Abstand Tangente - Sehne
∞	für große Starrkörperlängen
II	ungeführter Kettentrieb

Funktionen

$\text{int}(x)$	gibt die größte ganze Zahl kleiner oder gleich x zurück
$\text{max}(x,y)$	vergleicht x mit y und gibt die Zahl mit dem größten Wert zurück
$\text{min}(x,y)$	vergleicht x mit y und gibt die Zahl mit dem kleinsten Wert zurück

Zusammenfassung

Rollenketten werden heute bei neueren Anwendungen zunehmend als integraler Bestandteil von Maschinen und Anlagen eingesetzt. Die Verwendung von Kettenführungen verändert dabei das kinematische und dynamische Verhalten des Kettentriebs, so daß diese bei einer Untersuchung und Analyse berücksichtigt werden müssen. Da sich solche Kettenanwendungen mit den bisher gebräuchlichen Begriffen des Zweiradkettentriebs nicht mehr vollständig beschreiben lassen, ist es notwendig, neue Begriffe einzuführen. Insbesondere wird vorgeschlagen, solche Kettentriebe als "Kettensysteme" (bestehend aus Kette, Kettenrad und Kettenführung) zu bezeichnen.

Mit steigender Maschinengeschwindigkeit und dem Wunsch nach höherer Zuverlässigkeit sind die Anforderungen an die Kettensysteme hinsichtlich des kinematisch/dynamischen Verhaltens in den letzten Jahren immer anspruchsvoller geworden. Ein großes Hindernis bei der Neu- und Weiterentwicklung von Kettensystemen ist allerdings der Umstand, daß die Kettenanwender bei der konstruktiven Gestaltung nicht auf ein allgemein zugängliches Know-how solcher Kettensysteme zurückgreifen können.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Kinematik "geführter Kettentriebe" zu beschreiben und den Einfluß verschiedener Parameter darzustellen. Damit wird ein Beitrag zur Beschreibung des kinematisch/dynamischen Verhaltens von geführten Kettentrieben geliefert, auf deren Grundlage das dynamische Verhalten konkret ausgeführter Kettentriebe untersucht werden kann.

Mittels theoretischer Betrachtungen werden für Kettentriebe mit gerader Führung über eine Modellbildung und kinematische Ersatzgetriebe die Beziehungen zwischen dem Drehwinkel des Kettenrades und der in der Führung befindlichen Teile der Kette hergeleitet. Mit diesen Gleichungen können der von der Kette zurückgelegte Weg, deren Geschwindigkeit und Beschleunigung in Abhängigkeit vom Drehwinkel für nahezu beliebige Anordnungen der Führung analytisch berechnet werden.

Anhand einiger kinematischer Kenngrößen (Ungleichförmigkeitsgrad, Aufschlaggeschwindigkeit, ...) kann gezeigt werden, daß die Tangentenanordnung sehr viele Vorteile aufweist. Hierbei wird die Führung so montiert, daß die Kette in Richtung der Tangente auf den Teilkreis des Kettenrades zuläuft. Am günstigsten ist es, wenn die Kette auch tatsächlich tangential in das Kettenrad einläuft (Tangenteneinlauf); dazu muß die Führung bis in das Kettenrad hineinreichen, wozu die Breite des Kettenrades reduziert werden muß. Ist bei Tangentenanordnung die Führung mehr als drei Kettenteilen vom Teilkreis entfernt, dann entsprechen die kinematischen Verhältnisse in etwa denen des ungeführten Kettentriebs.

Für Kettentriebe mit gekrümmten Führungen wird neben einem analytischen Berechnungsansatz auch eine iterative Vorgehensweise vorgestellt.

Die experimentellen Untersuchungen an einem Kettentrieb (1"-Rollenkette DIN 8187) mit gerader Führung bestätigen im wesentlichen die theoretischen Ergebnisse. Durch eine Messung der Drehwinkel an beiden Kettenrädern konnte der Phasenwinkel des Kettentriebs bestimmt werden. Es zeigte sich, daß der Verlauf des Phasenwinkels mit der theoretischen Vorhersage übereinstimmt. Die gemessenen Phasenwinkel sind jedoch im allgemeinen größer als die berechneten Phasenwinkel, so daß diese die in der Praxis günstigenfalls anzutreffenden Werte darstellen. Beim Tangenteneinlauf konnte auch der weitaus höchste Wirkungsgrad festgestellt werden, der über zwei Drehmomentmeßwellen in An- und Abtriebsstrang gemessen wurde.

1 Einleitung

1.1 Einführung

Mit der Erfindung der Rollenkette von Hans Renold im Jahr 1880 wurden die Voraussetzungen für die Entwicklung leistungsfähiger Kettentriebe geschaffen (MÜLLER 1913). Seit dieser Zeit wurden weitere Kettenbauformen entwickelt, die inzwischen einen vielseitigen Einsatz von Ketten und Kettentrieben ermöglichen. Bei neueren Anwendungen werden die Ketten zunehmend als integraler Bestandteil von Maschinen und Anlagen eingesetzt. Für eine Untersuchung und Analyse derartiger Kettenanwendungen müssen daher alle diejenigen Bauteile berücksichtigt werden, die den Kettentrieb unmittelbar oder mittelbar betreffen; es ist eine Betrachtung des Gesamtsystems notwendig. Außerdem sind durch die heute verfügbare hohe Qualität der Ketten neue Einsatzfelder erschlossen worden, die sich nicht mehr eindeutig in die traditionelle Einteilung antriebs- und fördertechnischer Anwendungen einordnen lassen.

In den vorliegenden theoretischen Betrachtungen und wissenschaftlichen Untersuchungen wird diese Entwicklung bisher weitgehend ignoriert. Zum besseren Verständnis soll daher zunächst die traditionelle Einteilung der Ketten näher erläutert werden. Danach wird dann ausführlich auf die Besonderheiten beim Einsatz von Kettenführungen eingegangen und die Zielsetzung dieser Arbeit vorgestellt.

Während es Ziel der **Antriebstechnik** ist, Bewegung oder Leistung zu übertragen, befaßt sich die **Fördertechnik** mit Maschinen und Anlagen zum Transport von Lasten, Gütern und Personen (über kurze Strecken), die weiterhin in Fördermittel und Hebezeuge unterteilt werden können. Fördermittel dienen dabei zum kontinuierlichen oder diskontinuierlichen Transport von flüssigem oder festen Material oder Personen. Hebezeuge bewegen Einzelgüter (Lasten) in senkrechter oder senk- und waagrechter Richtung auf kurze Entfernung im aussetzenden Betrieb (MEYERS 1970, S. 1018 u. 1262).

Die Ketten werden üblicherweise nach den drei Hauptanwendungsbereichen unterschieden (MONSBERGER 1973, DRESSLER 1974, BASEDOW 1975):

- Antriebsketten (Kettengeschwindigkeiten bis 40 m/s)
- Förderketten (Kettengeschwindigkeiten bis 3 m/s)
- Lastketten (Kettengeschwindigkeiten bis 1 m/s)

In der Antriebstechnik ermöglichen Ketten als formschlüssige Elemente eine schlupffreie Übertragung hoher Momente bei kleinen und großen Umfangsgeschwindigkeiten. Hinsichtlich ihres spezifischen Bauraums, der Beschaffungs- und Unterhaltungskosten, der übertragbaren Leistung und der Anforderungen an Wartung und Pflege sind sie zwischen Riemen- und Zahnradgetrieben einzuordnen. Die größte Marktbedeutung unter den Stahlgelenkketten hat die Rollenkette erlangt (BASEDOW 1975, COENEN 1986).

Viele Förderketten bauen auf dem Prinzip der Rollenkette auf. Durch oftmals einfache konstruktive Änderungen an Bolzen, Buchsen und Laschen oder durch den Anbau von Rollen, Winkeln und Haken entstehen neue Bauelemente, mit denen sich viele Förderprobleme lösen lassen. Die Gestaltung und die Auslegung von Förderketten erfolgen je nach Anwendungsfall, da immer die Erfordernisse des Fördergutes mit berücksichtigt werden müssen (MONSBERGER 1973, LEIDER 1980).

Die wichtigste Lastkette ist die Rundstahlgliederkette, die sich durch eine gute Beweglichkeit, niedrigen Preis, Unempfindlichkeit und kleine Aufwickeldurchmesser auszeichnet. Sie findet als Anschlag- und Schlingkette sowie als Haspelkette für kleinere Winden und Flaschenzüge Verwendung. Wegen ihrer Nachteile gegenüber dem Stahlseil, kleine zulässige Geschwindigkeiten und hohes Eigengewicht, hat die Lastkette im Hebezeugbau nur eine untergeordnete Bedeutung. Neben der Rundstahlkette werden auch einige Stahlgelenkketten als Lastketten verwendet (GROTE 1953, NIEDERBERGER 1975, ZEBISCH 1980, S. 32 - 49).

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß im allgemeinen die Einsatzfelder von

- Antriebsketten durch große Kettengeschwindigkeiten und hohe Leistungsübertragung,
- Förderketten durch mittlere Kettengeschwindigkeiten und große bewegte Lasten und
- Lastketten durch kleine Kettengeschwindigkeiten und hohe aber kaum bewegte Lasten gekennzeichnet sind.

Bei der Untersuchung von in Druck- und Verpackungsmaschinen eingesetzten Kettentrieben hat sich gezeigt, daß sich diese Kettentriebe nicht mehr eindeutig einem der drei oben genannten Hauptanwendungsgebiete zuordnen lassen:

- Für eine Einordnung als Lastkette sind in diesem System die Geschwindigkeiten zu hoch und die Lasten zu klein. Außerdem handelt es sich nicht um das Bewegen von Einzelgütern.
- Gegen eine Betrachtung als Antriebskette spricht, daß diese Kettentriebe nicht nach den Regeln einer Antriebskette ausgelegt werden (BERENTS 1989, S. 14ff.). Ferner ist der Aufbau der Kette durch andere Laschenformen und Anbauteile verändert. Es werden zudem sehr hohe Anforderungen an die Übertragungsgenauigkeit gestellt.
- Auch als Förderketten lassen sich diese Anwendungen schlecht einordnen. Die Ketten sind gegenüber den auftretenden Kräften überdimensioniert und laufen relativ schnell. Zudem sind die Anforderungen an die Übertragungsgenauigkeit ungewöhnlich hoch.

Zur Unterscheidung von der Antriebs- und Fördertechnik wird daher vorgeschlagen, den oben skizzierten Anwendungsbereich als "**Bewegungstechnik**" zu bezeichnen, der im wesentlichen durch folgende Punkte gekennzeichnet ist:

- im Verhältnis zur Bruchkraft relativ kleine Kettenkräfte
- Kettengeschwindigkeiten von 0.5 bis 10 m/s
- Übertragung von (Lage-) Informationen
- Einsatz von Kettenführungen

Die Bewegungstechnik beschreibt also die Bewegung von Produkten oder Bauteilen mit einer möglichst großen Übertragungsgenauigkeit; die Übertragung von Informationen spielt immer eine bedeutende Rolle. Die hier eingesetzten Ketten zeichnen sich im allgemeinen dadurch aus, daß Standardketten zusätzliche Anbauteile (Mitnehmer, Winkelhebel u. ä.) enthalten, die oft auch die Kettengröße bestimmen. In der Praxis unterscheiden sich daher Kettentriebe der Bewegungstechnik stark von solchen der Antriebs- und Fördertechnik: die Kettengröße ist oft überdimensioniert, die Kettengeschwindigkeit ist relativ groß und die Anforderungen an die Übertragungsgenauigkeit sind sehr hoch.

Da bei den genannten Anwendungen in der Bewegungstechnik am Kettentrieb immer auch eine Kettenführung vorhanden ist, sollten solche Kettentriebe als "**Kettensysteme**" (bestehend aus Kette, Kettenrad und Kettenführung) bezeichnet werden. Kettensysteme dieser Art sind beispielsweise in Verpackungs-, Buchbinde- und Druckmaschinen sowie in PKW-Motoren zum Antrieb von Nockenwellen zu finden. Bei einigen dieser Anwendungen sind

jedoch weitere Komponenten notwendig (z. B. Greiferwagen zum Bogentransport in Druckmaschinen), die dann auch als Bestandteil der Kettensysteme betrachtet werden sollten (CAMPHAUSEN/RIEDL 1967, MAN ROLAND 1973, CHAY/HAGEDORN 1979, FERSEN 1991).

Mit steigender Maschinengeschwindigkeit und dem Wunsch nach höherer Zuverlässigkeit sind die Anforderungen an diese Kettensysteme in den letzten Jahren immer anspruchsvoller geworden. Viele Kettenanwender haben daher ihre Kettensysteme, aufbauend auf eigenen Erfahrungen, ständig weiterentwickelt und setzen sie erfolgreich ein. So werden die durch den Polygoneffekt verursachten Bewegungsungleichmäßigkeiten vermindert, unerwünschte dynamische Effekte reduziert, das Verschleiß- und Geräuschverhalten erheblich verbessert und nahezu beliebige Kettenbahnen möglich. Die Wettbewerbssituation wird im Vergleich zum Zahnriemen durch das Beseitigen der kettentypischen Nachteile verbessert. Nachteilig wirkt sich jedoch aus, daß durch zusätzliche Teile, Fertigungs- und Montagearbeitsgänge die Kosten höher werden.

Trotz der für viele Anwendungen überwiegenden Vorteile sind die Kettenanwender mit der Leistungsfähigkeit und den Kosten der Kettensysteme nicht zufrieden. Wie Gespräche mit verschiedenen Kettenanwendern gezeigt haben, gibt es beim Einsatz von Kettensystemen große Unsicherheiten, die sich wie folgt beschreiben lassen (KETTELER DA 1990, LOTZ SA 1991, PFEIFFER SA 1992):

- das kinematisch/dynamische Verhalten, welches einen starken Einfluß auf die Übertragungsgenauigkeit, den Verschleiß und die Geräuschentwicklung hat, läßt sich kaum vorhersagen
- einfache und eindeutige Regeln für die konstruktive Gestaltung sind nicht bekannt
- für die Einsatzgrenzen (In welchen Fällen "lohnt" sich der Einsatz einer Kettenführung?) gibt es keine klaren Kriterien

In der Praxis wird dadurch der Entschluß zum Einsatz von Kettensystemen erschwert, eine weitere Leistungssteigerung bestehender Kettensysteme kann nur durch aufwendiges "Ausprobieren" erreicht werden.

Diese Informationsdefizite, die sowohl in der Praxis als auch in der Wissenschaft vorhanden sind, haben vielfältige Ursachen: Zum einen betreibt die mittelständig geprägte Kettenindustrie kaum eigene bzw. keine gemeinsame Forschung. Das gesamte Know-how hinsichtlich der Kettensysteme liegt daher bei den Kettenanwendern, die aber aus unterschiedlichen Branchen kommen und zudem ihre Erkenntnisse aus Gründen des Wettbewerbs nicht öffentlich zugänglich machen. Auch wissenschaftliche Untersuchungen leisten hierzu keinen Beitrag, da sie sich hauptsächlich mit den "ungeführten" Zweirad-Kettentrieben befassen und sich diese Ergebnisse nicht unmittelbar übertragen lassen.

Zur Klärung des kinematisch/dynamischen Verhaltens von Kettensystemen sind daher wissenschaftliche Untersuchungen unumgänglich. Ziel dieser Untersuchungen sollte die Entwicklung von Berechnungsansätzen über eine Modellbildung sein, die möglichst viele realisierte geführte Kettentriebe berücksichtigt. Die Grundlage für das Verständnis des kinematisch/dynamischen Verhaltens bildet die Kenntnis der Kinematik, deren Aufgabe es ist, die Bewegung von Punkten und Körpern durch Angabe einer Ortskoordinate und deren Zeitabhängigkeit zu beschreiben. Die Dynamik (Kinetik) untersucht die Bewegung von Punkten und Körpern als Folge der auf sie wirkenden Kräfte und Momente unter Berücksichtigung der Gesetze der Kinematik (vgl. DUBBEL 1983, S. 139; HERING/-MARTIN/STROHRER 1989, S. 19). Bevor also dynamische Probleme an geführten Kettentrieben untersucht werden können, muß das kinematische Verhalten bekannt sein.

Es ist daher das **Hauptziel** dieser Arbeit, die Kinematik geführter Kettentriebe grundlegend theoretisch zu beschreiben, den Einfluß verschiedener Parameter darzustellen und daraus für die Praxis verwertbare Gestaltungsregeln abzuleiten. Diese Arbeit liefert damit einen ersten Beitrag zur Beschreibung des kinematisch/dynamischen Verhaltens von geführten Kettentrieben, auf deren Grundlage dann das dynamische Verhalten von konkret ausgeführten Kettentrieben untersucht werden kann.

Obwohl die folgenden Überlegungen auf Kettensysteme mit Rollenketten beschränkt sind, können viele Ergebnisse unmittelbar auf andere Stahlgelenkketten übertragen werden.

1.2 Aufbau der Arbeit

In **Kapitel 2** wird zunächst der Polygoneffekt als wesentliche Ursache der Bewegungsungleichmäßigkeiten dargestellt und es wird aufgezeigt, wie bereits heute Kettenführungen eingesetzt werden. Eine Untersuchung zum Stand der Kettenforschung bestätigt schließlich die Erfahrungen der Praxis, daß die Kinematik der Kettensysteme heute noch nicht ausreichend beschrieben werden kann.

In **Kapitel 3** werden die kinematische Modelle für den geführten Kettentrieb mit den notwendigen Vereinfachungen und den zur Beschreibung benötigten Begriffe erläutert. Nach der Darstellung des Bewegungsablaufs und der Festlegung der Ungleichförmigkeitsperiode wird das prinzipielle Vorgehen bei der Berechnung aufgezeigt.

Kapitel 4 stellt den theoretischen Hauptteil der Arbeit dar. Für Kettentriebe mit geraden Führungen werden die kinematischen Grundgleichungen in einer allgemeinen Form hergeleitet und der Einfluß verschiedener Parameter auf das kinematische Verhalten wird aufgezeigt.

In **Kapitel 5** wird das Vorgehen bei der Berechnung von Kettentrieben mit gekrümmten Führungen beschrieben. Neben einem analytischen Berechnungsansatz wird auch eine iterative Vorgehensweise vorgestellt.

Kapitel 6 beschreibt die experimentelle Überprüfung der kinematischen Grundgleichungen für Kettensysteme durch Messung der Bewegungsungleichmäßigkeit und einen Vergleich zwischen Bewegungsungleichmäßigkeit und Wirkungsgradverlauf.

In **Kapitel 7** werden Empfehlungen für die Praxis zum Einsatz von Kettentrieben mit Kettenführungen gegeben.

2 Allgemeines zu Kettentrieben

2.1 Polygoneffekt des ungeführten Kettentriebs

Die Kettenglieder bilden auf dem Kettenrad ein Polygon und führen beim Einlaufen der Kette in das Kettenrad nacheinander eine unterbrochene Kurbelbewegung aus. Der wirksame Durchmesser verändert sich dadurch periodisch, so daß selbst eine gleichförmige Drehbewegung des angetriebenen Kettenrades zu einer ungleichförmigen Geschwindigkeit im Kettentrum führt. Diese Erscheinung wird als **Polygoneffekt** bezeichnet.

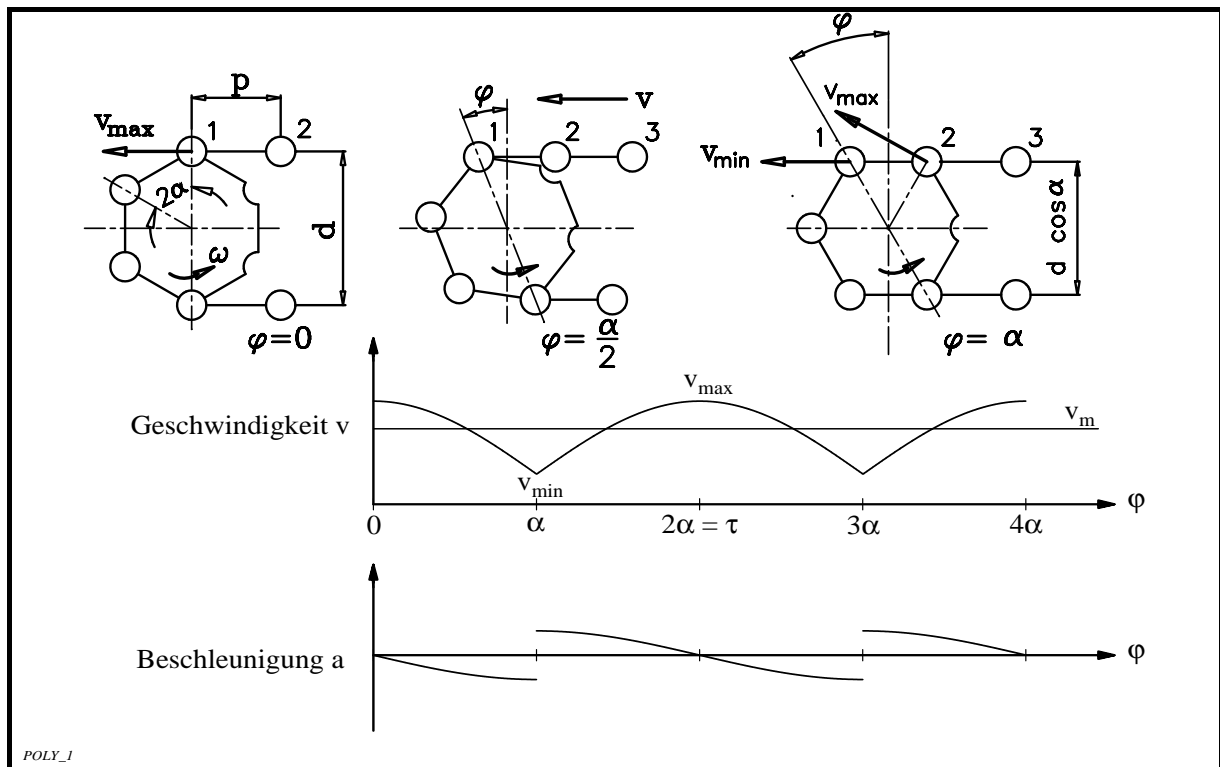


Bild 2.1: Auswirkungen des Polygoneffekts auf die horizontale Kettenbewegung für einen einfachen Kettentrieb

In Bild 2.1 ist ein einfacher Kettentrieb dargestellt, an dem das Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhalten des oberen Kettentrums (Rollen 1, 2, ...) für die horizontale Richtung gezeigt werden soll. Beim Winkel $\varphi = 0$ ist der wirksame Durchmesser gleich dem **Teilkreisdurchmesser** d ; über die Beziehung $v = r\omega$ wird die Trumgeschwindigkeit daher maximal. Mit wachsendem Winkel φ wird der wirksame Durchmesser kleiner, bis er schließlich bei der Stellung $\varphi = \alpha$ den kleinsten Wert und die horizontale Geschwindigkeit der Kette ihr Minimum v_{\min} erreicht. Wächst φ weiter, nimmt der wirksame Durchmesser wieder zu, bis nach einer Drehung um $\varphi = 2\alpha$ die Ausgangslage wieder erreicht ist. Die Größe einer **Ungleichförmigkeitsperiode** ist damit direkt über den **Teilungswinkel** $\tau = 2\alpha$ gegeben. Der für mathematische Beschreibungen etwas häufiger verwendete Winkel α wird als **halber Teilungswinkel** bezeichnet.

Die kontinuierliche Veränderung des wirksamen Durchmessers führt daher auch bei einem gleichmäßig angetriebenen Kettenrad zu einer sich periodisch mit der Zahneingriffsfrequenz ändernden horizontalen Kettengeschwindigkeit. Bild 2.1 zeigt den typischen Geschwindigkeitsverlauf des Kettentrums in horizontaler Richtung, der sich aus mehreren cos-Teilkurven zusammensetzt, die sich mit der Periode 2α wiederholen. Besonders auffällig ist der Knick im Geschwindigkeitsverlauf, der immer am Anfang und Ende einer Ungleichförmigkeitsperiode auftritt. Dies führt dazu, daß die Beschleunigung nicht stetig ist, sondern an diesen Stellen Sprungstellen aufweist. Während der Verlauf der Geschwindigkeit von Zähnezahl, Übersetzungsverhältnis, Teilung und Achsabstand abhängig ist, hängt die mittlere Geschwindigkeit nur von der Drehzahl n_t , der Zähnezahl z_t des Antriebsrades und der Teilung p ab. BERENTS (1989, S. 16) gibt für die mittlere Geschwindigkeit v_m folgende Formel an:

$$v_m = n_t \cdot p \cdot z_t \quad (2.1)$$

Kinematisch wird die Ungleichförmigkeitsperiode durch die sogenannten **Trumführungswechsel** begrenzt. Während bei den Winkelstellungen $\varphi = 0$ und $\varphi = \frac{\alpha}{2}$ die Rolle 1 den Kettentrump "anführt", wechselt beim Drehwinkel $\varphi = \alpha$ die Trumführung zur Rolle 2 (vgl. Bild 2.1, S. 5). Die Stellung beim Trumführungswechsel ist für das kinematische und dynamische Verhalten besonders wichtig: während der Kettentrump hier die Geschwindigkeit v_{\min} hat, wird die nächste zu führende Rolle 2 vom Kettenrad mit der Geschwindigkeit v_{\max} mitgenommen.

Mit der Problematik des Polygoneffekts bei ungeführten Kettentrieben haben sich bisher zahlreiche Autoren (z. B. GEISTER 1928, S. 27; MORRISON 1952; WOROBJEW 1953, S. 113 ff.; IDELBERGER 1955; BINDER 1956, S. 75 ff.; FRONIUS 1959; RACHNER 1962, S. 74 ff.; ZOLLNER 1966, S. 34 ff.; GLEITSMANN 1969; NIEMANN/WINTER 1983, S. 112 ff.; STRÜMPFEL 1984; GRÖSEL 1992) befaßt. Für die Beschreibung des kinematisch/dynamische Verhaltens werden vor allem folgende Kenngrößen verwendet:

Einlaufstoß

Die einlaufende Rolle 2 trifft beim Trumführungspunktwechsel mit der Geschwindigkeitsdifferenz $\Delta v = v_{St} = v_{\max} - v_{\min}$, die als **Aufschlaggeschwindigkeit** v_{St} bezeichnet wird, auf den Kettenradzahn (vgl. Bild 2.1, S. 5). Dies führt zum sogenannten **Einlaufstoß**, der die Laufruhe, die Geräuschentwicklung, das Schwingungsverhalten und den Verschleiß an Rolle und Kettenradzahn unmittelbar und stark beeinflusst. Die rechnerischen Methoden zur Bestimmung der Einlaufstoßkraft und den damit verbundenen dynamischen Auswirkungen sind jedoch umstritten und finden bisher bei der Auslegung von Kettentrieben kaum Berücksichtigung (vgl. RACHNER 1962, S. 136 ff.; NIEMANN/WINTER 1983, S. 118 ff.; MÜLLER 1983, S. 77; BERENTS 1989, S. 18).

Ungleichförmigkeitsgrad

Die Veränderung der Trumgeschwindigkeit bewirkt, daß die Drehzahl des Abtriebskettenrades schwankt und sich damit auch das effektive Übersetzungsverhältnis i_{eff} in den Grenzen $i_{\min} \leq i_{\text{eff}} \leq i_{\max}$ periodisch ändert. Die Übersetzung i_m (in der Literatur auch oft nur mit i bezeichnet) gibt im Gegensatz dazu das Verhältnis der Zähnezahlen von Antriebs- zu Abtriebskettenrad an. Der **Ungleichförmigkeitsgrad** δ ist definiert als

$$\delta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_m} = \frac{i_{\max} - i_{\min}}{i_m} \quad (2.2)$$

und liegt je nach Zähnezahl, Übersetzungsverhältnis und Achsabstand zwischen 0,1 und 30%. Eine genaue Angabe des Ungleichförmigkeitsgrades in Abhängigkeit von diesen Parametern ist nicht möglich. LUBRICH (1956, S. 18ff.) gibt eine Näherungsgleichung zur Abschätzung des kleinsten und größten Ungleichförmigkeitsgrades in Abhängigkeit von der Zähnezahl und der Trumlänge an. In Bild 2.2, S. 7, ist der kleinste (Vollinie) und größte (Strichlinie) Ungleichförmigkeitsgrad für verschiedene Zähnezahlen z (Index 1: Antriebsrad; Index 2: Abtriebsrad) und Übersetzungsverhältnisse dargestellt. Das Diagramm ist so zu interpretieren, daß je nach Achsabstand alle Werte zwischen zwei zugehörigen Graphen (Strichlinie - Vollinie) eintreten können. Tendenziell nimmt die Spanne zwischen kleinstem und größtem Ungleichförmigkeitsgrad mit zunehmender Zähnezahl stark ab. Für typische Anwendungen mit Zähnezahlen größer als 17 Zähnen liegt der Ungleichförmigkeitsgrad δ nur noch in einer Größenordnung von 0.1 bis 2%, so daß der Ungleichförmigkeitsgrad in der Antriebstechnik kaum noch eine Bedeutung hat (vgl. RACHNER 1962, S. 82ff.; BERENTS 1989, S. 17; MÜLLER 1983, S. 61).

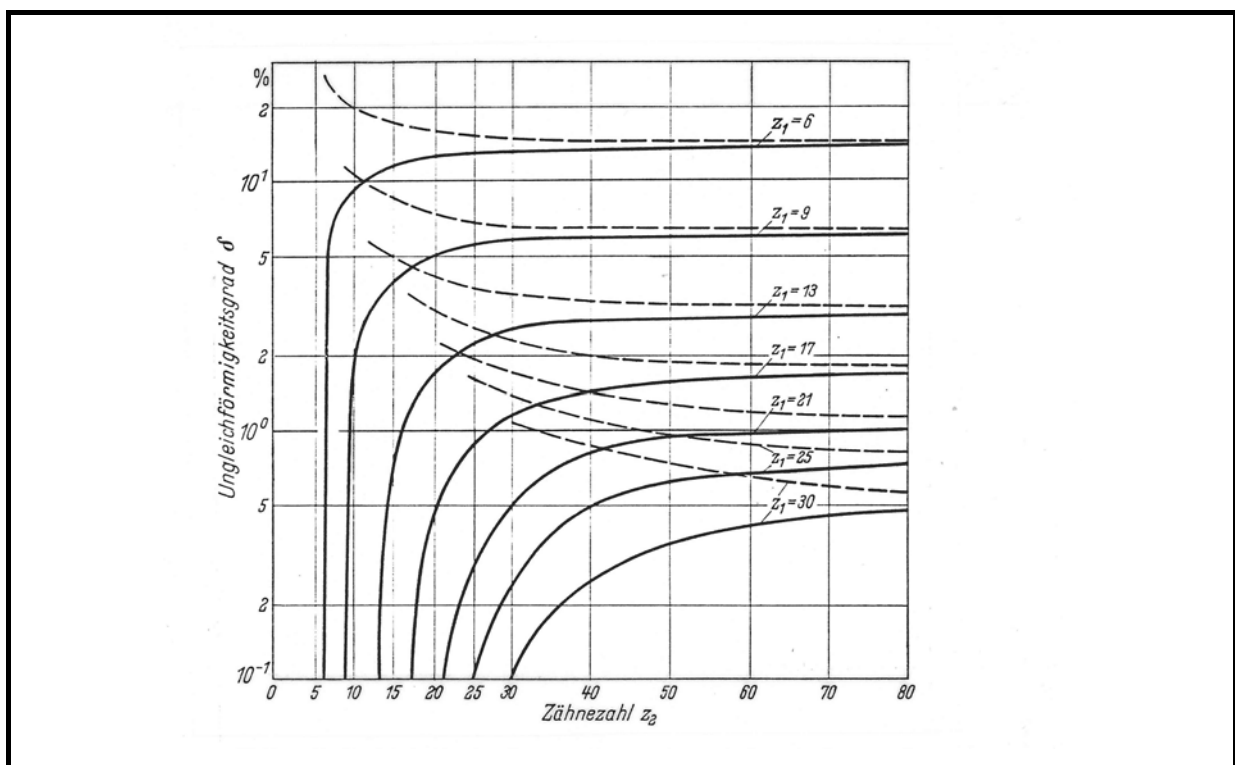


Bild 2.2: Ungleichförmigkeitsgrades δ aufgetragen über der Abtriebszähnezahl z_2 für einen ungeführten Kettentrieb (aus RACHNER 1962, S. 83)

Bei fast allen aus der Literatur bekannten Untersuchungen wird das in Bild 2.1, S. 5, dargestellte kinematische Modell eines einfachen ungeführten Einradkettentriebs verwendet. Dieses Modell stellt aber ein Sonderfall dar, weil es nur Gültigkeit hat, wenn der obere Kettentrum immer parallel zu sich selbst bleibt. D. h. das kinematische Modell gilt nur, wenn

- das Übersetzungsverhältnis $i = 1$ ist und
- der Achsabstand ein ganzzahliges Vielfaches der Kettenteilung p beträgt.

Für beliebige Zweiradkettentriebe hat LUBRICH (1956) in einer umfassenden Untersuchung die kinematischen Zusammenhänge theoretisch hergeleitet und experimentell untersucht. Die gefundenen Beziehungen sind jedoch so komplex und unanschaulich, daß die Ergebnisse bisher keinen Eingang in die gebräuchliche Literatur (z. B. in die Maschinenelemente-Lehrbücher) gefunden haben. Es muß deshalb an dieser Stelle ausdrücklich darauf

hingewiesen werden, daß die mit dem einfachen Modell gewonnen kinematischen Zusammenhänge immer den günstigsten Fall darstellen. Ein in der Praxis ausgeführter Kettentrieb wird im allgemeinen ein deutlich schlechteres Betriebsverhalten (größerer Einlaufstoß und Ungleichförmigkeitsgrad) aufweisen.

In der Literatur gibt es deshalb auch zahlreiche Vorschläge, wie der Polygoneffekt gemildert werden kann. Ausgehend von Problemstellungen zu langgliedrigen Kettentrieben schlugen RADZIMOVSKY 1955a, RADZIMOVSKY 1955b, POÓCZA 1959a, POÓCZA 1959b, RANKERS 1967, STRÜMPFEL 1986, STRÜMPFEL 1987, STRÜMPFEL 1988 und STRÜMPFEL 1989 zusätzliche Ausgleichsgetriebe unterschiedlicher Bauarten vor. Das Prinzip dieser Ausgleichsgetriebe beruht darauf, daß eine gleichmäßige Antriebsdrehbewegung so in eine ungleichförmige Drehbewegung des Antriebskettenrades gewandelt wird, daß die Ungleichförmigkeit des Kettentriebs möglichst klein wird.

Andere Vorschläge (PAT 1978) zielen darauf ab, den Einlaufstoß durch zusätzliche elastische Elemente am Zahn (elastische Einsätze) oder Kettenrad (Laschen laufen auf Dämpfungsringe) zu mildern. FINK/JANBEN (1967) entwickelten für fördertechnische Aufgaben ein Kettenrad, bei dem über Steuerkurven und Nocken die Zähne beweglich sind. Einlaufstoß und Ungleichförmigkeit sollen dadurch verringert werden.

In der Praxis konnte sich jedoch keiner dieser Vorschläge durchsetzen. Dafür gibt es mehrere Gründe:

- die zusätzlichen Ausgleichsgetriebe "verkomplizieren" den im Prinzip einfachen Kettentrieb und erhöhen drastisch die Kosten
- der Aufwand lohnt sich nur für sehr langgliedrige Kettenförderanlagen, die aber im Bergbau weitestgehend durch Gummi-Förderbänder ersetzt wurden
- zusätzliche elastische Elemente reduzieren die zulässige Kettenkraft und weisen nicht die notwendige Dauerfestigkeit auf
- durch den Einsatz von relativ einfachen und kostengünstigen Kettenführungen können sowohl der Einlaufstoß als auch der Ungleichförmigkeitsgrad gemildert werden

Diese Gründe führten dazu, daß heute Kettenführungen in vielen Bereichen der Antriebs-, Bewegungs- und Fördertechnik als ein wirksames Mittel zur Reduzierung des Polygoneffekts zu finden sind. Bevor im weiteren Verlauf die konstruktive Gestaltung von Kettenführungen dargestellt wird, soll zunächst näher auf die Begriffsbildung eingegangen werden.

2.2 Klärung des Begriffs "Kettenführung"

Die Bauformen von Stahlgelenkketten und die Benennung von Kettenteilen sind in DIN 8194 genormt. Eine Festlegung von Begriffen und Teilen von Kettenführungen ist jedoch darin nicht enthalten. Auch in der Literatur und Praxis gibt es bisher keine eindeutige begriffliche Festlegung für Führungen und Führungselemente.

Nach Vorschlägen von MÜLLER (1981a; 1981b; 1983, S. 27 - 30) sind unter Hilfs- und Zusatzeinrichtungen für Rollenkettentriebe alle diejenigen Baugruppen zu verstehen, welche nicht unmittelbar an der Leistungsübertragung beteiligt sind, jedoch den Gebrauchswert, die Vielfalt der Einsatzmöglichkeiten und die Funktionssicherheit erhöhen. MÜLLER unterteilt die Hilfs- und Zusatzeinrichtungen entsprechend der Einflußnahme auf das Betriebsverhalten in drei Gruppen: keine, indirekte und direkte Einflußnahme (vgl. Bild 2.3, S. 9).

Die Wahl der Einteilungskriterien wird nicht näher begründet und die Einflußnahme auf das Betriebsverhalten wird nur allgemein beschrieben. Vor diesem Hintergrund erscheinen einige der getroffenen Einteilungen, zumindestens aus der Blickrichtung der Bewegungstechnik, als fragwürdig. Während beispielsweise der Schmiereinrichtung eine indirekte Einflußnahme zugeschrieben wird, soll ein Kettenspanner einen direkten Einfluß auf das Betriebsverhalten aufweisen. Die Aufgabe einer Schmiervorrichtung ist es, dem Kettengelenk genügend Schmierstoff zuzuführen. Der im Neuzustand der Kette vorhandene Schmierstoffvorrat im Kettengelenk wird ergänzt, der Gelenkverschleiß reduziert. Eine Aufgabe eines Kettenspanners kann es sein, nach einer verschleißbedingten Kettenlängung den Trumdurchhang zu korrigieren. Beide Einrichtungen haben offenbar die Aufgabe, eine gebrauchtsbedingte Veränderung des Anfangszustandes zu kompensieren bzw. zu verhindern. Im Neuzustand des Kettentriebs wären daher beide Einrichtungen nicht notwendig. Beim längeren Gebrauch unterscheiden sich die beiden Einrichtungen insofern, als die Auswirkungen einer mangelhaften Schmierung durch einen Kettenspanner ausgeglichen werden können. Wie die Praxis jedoch zeigt, können die negativen Auswirkung einer "falschen Schmierung" auf das Betriebsverhalten gravierender sein als der positive Einfluß eines Kettenspanners (vgl. NN 1981, RAAB/DÖRSAM/KRAUS 1992). Sicherlich ist auch eine andere Sichtweise der Aufgaben von Schmiereinrichtung und Kettenspanner möglich, doch zeigt das Beispiel deutlich, daß die Einteilung nach MÜLLER nicht für alle Einsatzfälle zufriedenstellend ist.

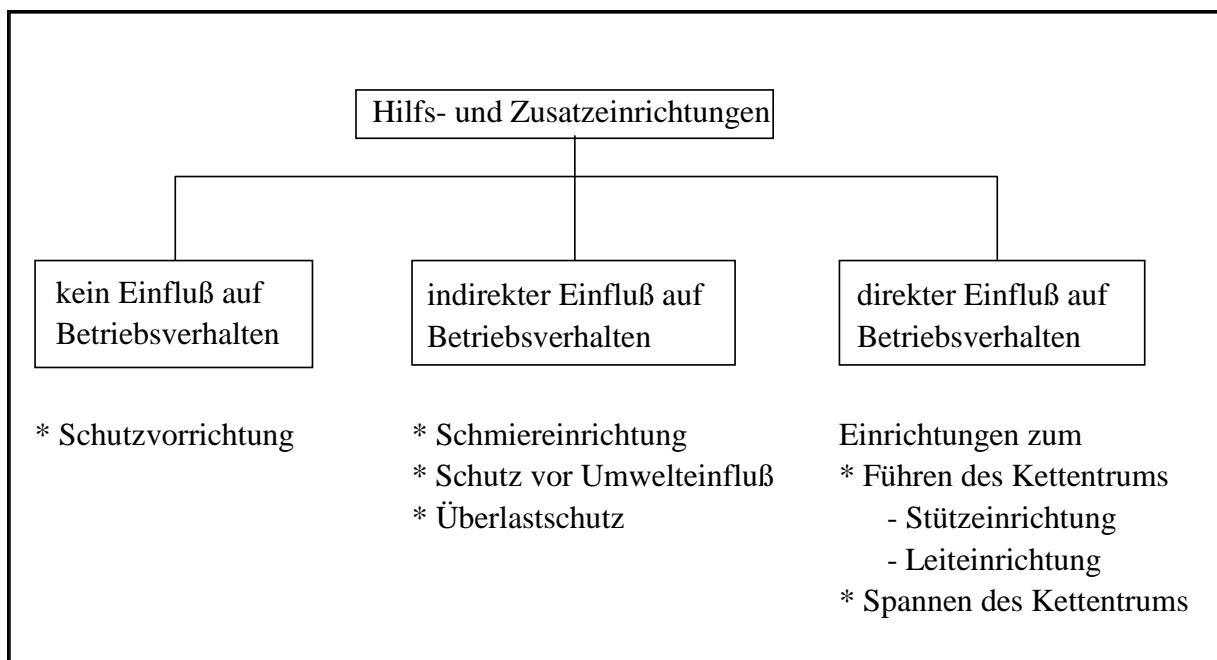


Bild 2.3: Einteilung der Hilfs- und Zusatzeinrichtungen für Rollenkettentriebe nach MÜLLER (1981a)

MÜLLER (1981a) unterscheidet weiterhin Einrichtungen zum Führen und Spannen des Kettentrums (vgl. Bild 2.3). Spanneinrichtungen unterscheiden sich danach von den Führeinrichtungen durch eine permanent einwirkende Kraft, die der Kette eine zusätzliche, kontrollierbare Vorspannung gibt. Allerdings berücksichtigt MÜLLER nur Spannelemente, welche direkt auf den Kettentrums wirken und damit den Durchhang beseitigen. Solche Spannelemente, die durch eine Veränderung des Achsabstandes eine Vorspannung (von Last- und Leertrums) erreichen, werden in seiner Untersuchung nicht berücksichtigt. Eine andere Aufgabe haben Führeinrichtungen, welche die Kette um Hindernisse herumführen oder den Umschlingungswinkel vergrößern sollen.

In der Praxis ausgeführte Kettentriebe zeigen, daß die zusätzlichen Elemente am Kettentrieb oft mehrere Aufgaben erfüllen. Beispielsweise kann ein Spannelement die Kettenspannkraft erhöhen und gleichzeitig die Kette in eine andere Bahn zwingen. Im allgemeinen bedeutet dies auch folgendes: jedes Spannelement beeinflusst die Kettenbahn und kann daher als ein Führungselement angesehen werden.

Zusammenfassend ist daher festzustellen, daß sich die in der Bewegungstechnik eingesetzten zusätzlichen Führungselemente nicht zufriedenstellend in die Einteilung nach MÜLLER (vgl. Bild 2.3, S. 9) einordnen lassen. Im folgenden müssen die für eine Untersuchung des kinematischen und dynamischen Verhaltens von Kettentrieben unter Berücksichtigung vom Kettenführungen relevanten Begriffe präzisiert werden:

Definitionen für Kettentriebe der Bewegungstechnik

Der **Kettentrieb** der Bewegungstechnik besteht mindestens aus einem Kettenrad und einer, nicht zwangsläufig geschlossenen, Kette. In der Regel besteht der Kettentrieb aus zwei Kettenrädern und einer geschlossenen Kette. Verlaufen mehrere Kettentriebe mit gleichen Wellen (Achsen) parallel zueinander, so wird dies als ein **mehrsträngiger** Kettentrieb bezeichnet.

Unter **Kettenführungen**, oder kurz **Führungen**, werden alle zusätzlichen Baugruppen am Kettentrieb verstanden, die im Ruhe- und/oder Betriebszustand die Bahn des Kettentrums beeinflussen bzw. verändern oder auf den Kettentrum wirkende innere und äußere Kräfte aufnehmen. Führungen können entsprechend ihrer Hauptaufgabe als Einrichtungen zum Spannen, Stützen und Leiten unterteilt werden. Einzelne Bauteile der Führungen werden als **Führungselemente** bezeichnet.

Als **Kettensystem** wird ein Kettentrieb dann bezeichnet, wenn zur Erfüllung der Aufgabe die am Kettentrieb vorhandenen Führungselemente unbedingt notwendig sind.

Ziel dieser Präzisierung ist eine widerspruchsfreiere Erfassung aller an der Bewegungsübertragung beteiligten Elemente und die Einführung einer einheitlichen Nomenklatur. In Bild 2.4, S. 11, ist die Einteilung der Führungen in Einrichtungen zum Spannen, Stützen und Leiten mit einigen Anwendungsbeispielen dargestellt.

Zu den Spanneinrichtungen gehören Spannrade (Spannrolle), Spannschiene, Spannband und Spannsegment (Spannschuh). Im Gegensatz zu einer "Rolle" weist ein "Rad" eine Kettenradverzahnung auf. Die Spanneinrichtungen unterscheiden sich von Stütz- und Leiteinrichtungen durch eine permanent wirkende Kraft, die eine zusätzliche Vorspannung bewirkt. Die Kraft kann entweder auf den Kettentrum selbst wirken (Regulierung des Durchhangs) (vgl. Bild 2.4a, S. 11) oder auf eine Achse (Welle) des Kettentriebs (Regulierung des Achsabstandes), wobei im letzteren Fall die Vorspannung sowohl im Leer- als auch im Lasttrum erhöht wird (vgl. Bild 2.4b, S. 11). Haupteinsatzgebiete sind die Korrektur der verschleißbedingten Kettenlängung und die Dämpfung von Schwingungen. (Zur Dimensionierung von Spanneinrichtungen s. WELKE/MÜLLER (1992), neuere Anwendungen s. PAT 1992a, PAT 1992b.)

Stützeinrichtungen - wie Stützräder (Stützrollen) und Stützschiene (vgl. Bild 2.4c, S. 11) - finden ihr Einsatzgebiet bei Kettentrieben mit großen freien Trumlängen, um die zu

erwartenden Stützzugkraft durch das Eigengewicht der Kette zu vermindern oder zu vermeiden. Durch eine Unterbrechung der Stützschiene kann die verschleißbedingte Kettenlängung aufgenommen werden (GROTHUS 1954).

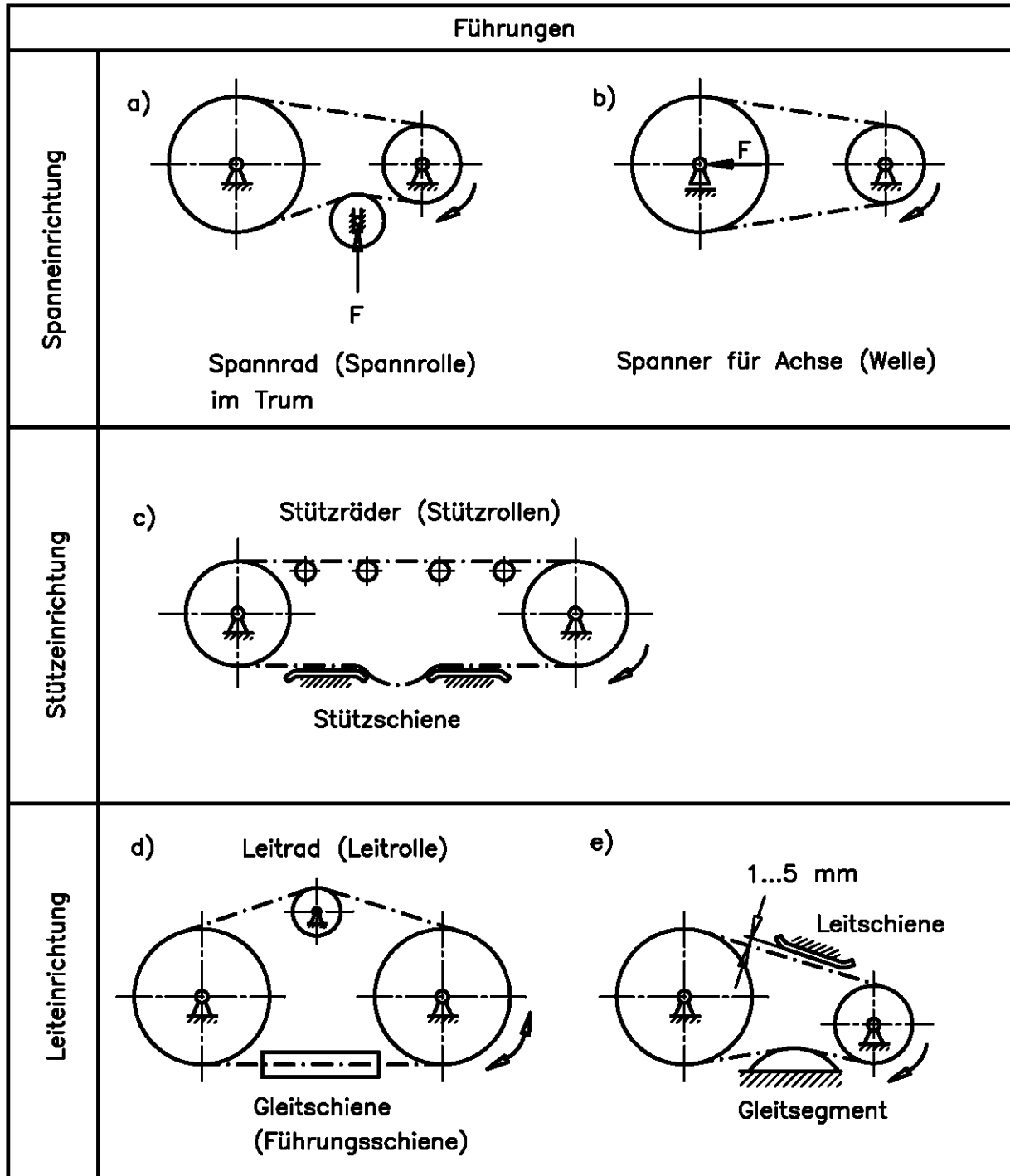


Bild 2.4: Führungen der Bewegungstechnik zum Spannen, Stützen und Leiten

Leiteinrichtungen - wie Leitrad (Leitrolle), auch Umlenkrad (Umlenkrolle) genannt, Gleitschiene (auch: Führungsschiene) oder Gleitsegment - ermöglichen eine nahezu beliebige Kettenbahn oder dienen zur Vergrößerung des Umschlingungswinkels (vgl. Bild 2.4d, S. 11). Einstellbare Leiträder oder verstellbare Gleitsegmente werden auch zur Verschiebung der Phasenlage zwischen Antriebs- und Abtriebskettenrad verwendet (vgl. PAT 1992c). Im Gegensatz zu den bisher aufgeführten Elementen der Leiteinrichtungen hat die Leitschiene bei ruhig laufendem Trum keine Berührung mit dem Trum. Da sie größere transversale Schwingungen verhindern soll, wird sie in einem Abstand von 1 bis 5 mm zum Trum angeordnet (vgl. Bild 2.4e, S. 11); sie wird daher nur im Sonderfall zu einer "Leiteinrichtung".

2.3 Ausgeführte Kettenführungen

Die in der Praxis ausgeführten Kettentriebe mit Führungen können hinsichtlich der

- relativen Lage der Führung zum Kettenrad
- Profilform der Führung
- Kettenrad- und Führungsgeometrie im Einlaufbereich

unterschieden werden. Im folgenden werden diese Unterscheidungsmerkmale erläutert und einige wichtige Begriffe eingeführt.

2.3.1 Relative Lage der Führung zum Kettenrad

In der Praxis weit verbreitet sind die sogenannten **Sehnen-** und **Tangentenanordnungen**. Die Begriffe "Sehne" und "Tangente" beziehen sich dabei auf den Teilkreis (Durchmesser d) und die Stellung der Kettenrollen relativ dazu. Die Sehne wird gebildet durch die **Führungsgerade** und den durch die Mittelpunkte zweier Kettenrollen begrenzten Teilkreis; sie hat genau die Länge einer Teilung (s. Bild 2.5a). Bei der Tangentanordnung berührt die Führungsgerade den Teilkreis (s. Bild 2.5b). Die Führungsgerade stellt die idealisierte Kettenbahn dar, die sich durch die Anordnung der Führung ergibt.

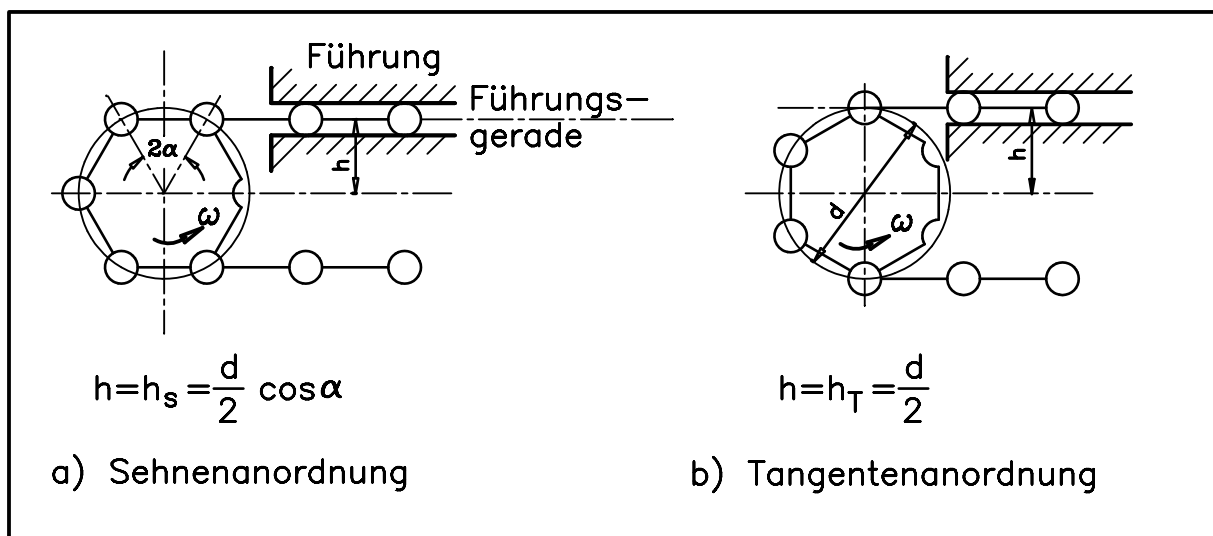


Bild 2.5: Lage der Führung bei Sehnen- und Tangentanordnung

Eine charakteristische Größe für die Sehnen- und Tangentanordnung ist die **Führungshöhe** h . Sie ist definiert als der Abstand zwischen der Führungsgerade und einer zur Führungsgeraden parallelen Gerade durch den Teilkreismittepunkt. Wie Bild 2.5 zeigt, ergibt sich die Führungshöhe h zu

Sehnenanordnung:
$$h = h_s = \frac{d}{2} \cos \alpha = r \cos \alpha = r \cos \left(\frac{180^\circ}{z} \right) \quad (2.3)$$

Tangentenanordnung:
$$h = h_T = \frac{d}{2} = r \quad (2.4)$$

mit Teilkreisdurchmesser d bzw. -radius r und halbem Teilungswinkel α .

Eine weitere charakteristische Größe ist der **Führungsabstand** f , der in Bild 2.6, S. 13, am Beispiel der Tangentenanordnung dargestellt wird. Der Führungsabstand ergibt sich als der Abstand von der Führung zum Lot auf die Führungsgerade durch den Teilkreismittelpunkt.

Bei einem einfachen Kettensystem ist der Führungsabstand im allgemeinen ungleich Null (s. Bild 2.6a, S. 13). Soll der Führungsabstand $f = 0$ werden (s. Bild 2.6b), so muß die Führung bis in die Verzahnung des Kettenrades hineinreichen. Dazu sind sowohl an der Führung als auch am Kettenrad geometrische Veränderungen notwendig, die in einem nächsten Abschnitt beschrieben werden. Bei der Sehnenanordnung ist diese geometrische Veränderung bereits bei einem Führungsabstand $f = p/2$ notwendig.

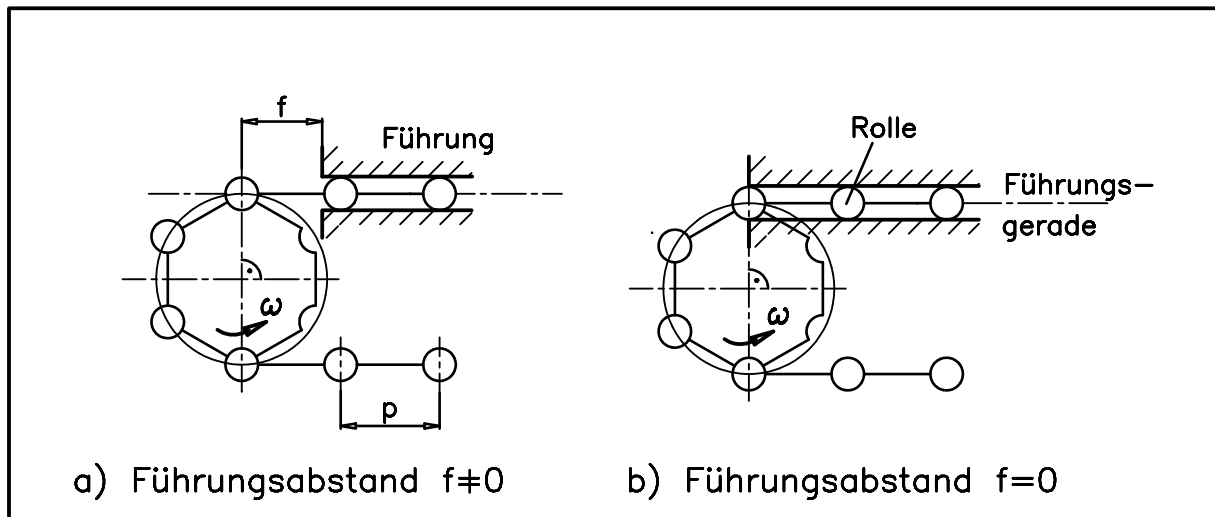


Bild 2.6: Führungsabstand dargestellt am Beispiel der Tangentenanordnung

Für die Tangentenanordnung hat ein Führungsabstand von $f = 0$ eine besondere Bedeutung. Hier wird die Rolle von der Führung soweit geführt, bis der Kettenradzahn die Rolle weiterfördert. D. h. die Rolle hängt zu keinem Zeitpunkt frei zwischen Führung und Kettenrad. Die Kette läuft tatsächlich tangential in das Kettenrad ein, was bei einem Führungsabstand $f \neq 0$ nicht der Fall ist (vgl. Bild 2.6a). Dieser Sonderfall soll daher als **Tangenteneinlauf** bezeichnet werden.

Weder in der Praxis noch in der Literatur gibt es allerdings bisher für die Anordnungs- und Einlaufart eine klare Begriffsbildung. Begriffe wie "Einlauf in Tangentenrichtung", "Tangenteneinlauf" und "Tangentenanordnung" werden ohne weitere Differenzierung nebeneinander verwendet. Für die Tangentenanordnung mit dem Führungsabstand $f = 0$ verwendet beispielsweise SCHEFFLER/KURTH (1987) den Begriff "echter Tangenteneinlauf". Es ist daher notwendig, daß die Unterschiede zwischen Anordnung und Einlauf noch einmal klar definiert werden:

Die **Anordnungsart** wird nur durch die Führungshöhe h bestimmt. Zwischen der Sehnen- und Tangentenanordnung sind weitere Anordnungen möglich, die jedoch keine eigenen Bezeichnungen haben. Es sind ferner Anordnungsarten denkbar, deren Führungshöhe kleiner

als bei der Sehnenanordnung ($h < h_S$) oder größer als bei der Tangentenanordnung ($h > h_T$) sind.

Ein Sehneneinlauf oder Tangenteneinlauf liegt nur dann vor, wenn die Kette kontinuierlich von der Führung bis zur Übernahme durch die Verzahnung geführt wird. Dazu ist auch ein bestimmter Führungsabstand f erforderlich, d. h. folgende Bedingungen müssen erfüllt sein:

$$\text{Sehneneinlauf:} \quad h = h_S = r \cos \alpha \quad f = f_S = \frac{p}{2} \quad (2.5)$$

$$\text{Tangenteneinlauf:} \quad h = h_T = r \quad f = f_T = 0 \quad (2.6)$$

Der Sehneneinlauf und Tangenteneinlauf bildet damit nur einen Sonderfall der Sehnenein- bzw. Tangentenanordnung.

2.3.2 Profilform der Führung

Die Rollenketten können entweder über ihre Laschen oder über die Kettenrolle geführt werden. Bild 2.7, S. 14, zeigt unter a und b Führungen mit einem I- bzw. U-Profil, bei denen Verwendung die Laschen über die Führung gleiten. Da Gleitreibungsverhältnisse vorliegen, ist die zulässige Kettengeschwindigkeit stark beschränkt. Eingesetzt werden diese Profilformen daher bis zu einer Kettengeschwindigkeit von $v \leq 1$ m/s.

Vorzuziehen sind dagegen die T- und C-Profile (s. Bild 2.7c und d), da hier Rollreibungsverhältnisse zwischen Rolle und Führungselement vorliegen. Je nach Schmierbedingungen sind Kettengeschwindigkeiten von bis zu 5 m/s üblich.

Die in Bild 2.7 dargestellten I-, U- und T-Profile können bei Bedarf sowohl unterhalb als auch oberhalb der Kette angeordnet werden.

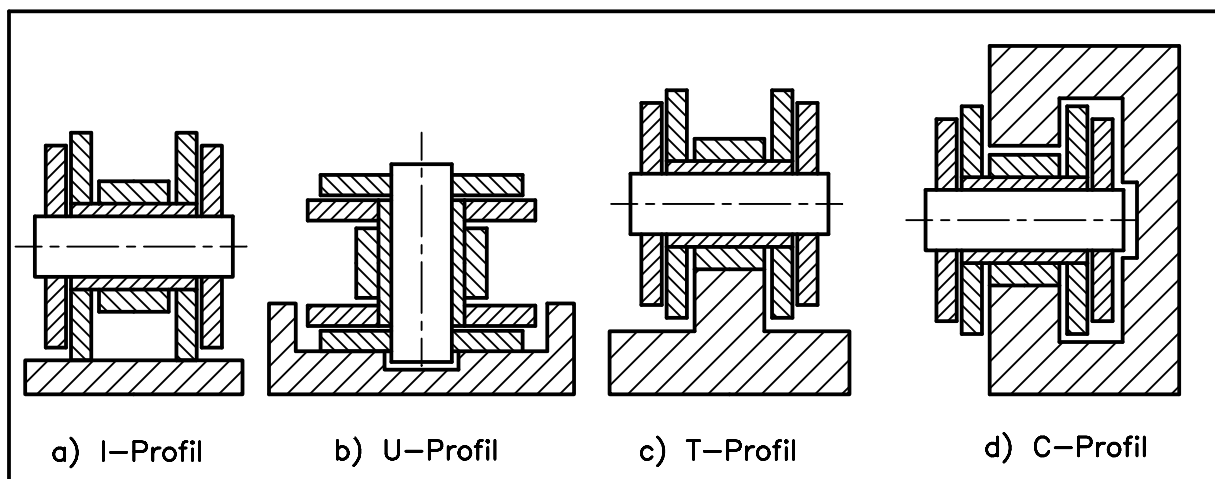


Bild 2.7: Profilformen von Führungen (Prinzipdarstellung)

Die Werkstoffauswahl der Führungselemente hängt stark von dem Anwendungszweck (ggf. Berücksichtigung äußerer Kräfte), der Umgebungstemperatur, den Schmierbedingungen und der Kettengeschwindigkeit ab. Standardmäßig finden Halbzeuge aus Polyethylen (Werkstoff "S", PE 55) oder Polyamid PA 12G Verwendung. Einige Hersteller bieten ein reichhaltiges Sortiment zur Gestaltung nahezu beliebiger Kettenbahnen an (KAT A & S, KAT ELTEKA, KAT MURTFELD). Bei höheren Umgebungstemperaturen oder größeren Kettengeschwindigkeiten werden Führungselemente aus Messing oder Stahl eingesetzt. Zur Reduzierung des Verschleißes bei sehr hohen Kettengeschwindigkeiten und begrenzter Schmiermöglichkeit

werden sogar oberflächengehärtete Stahlführungselemente und geschliffene Rollen verwendet (MONSBERGER 1973, MAN ROLAND 1973, KETTELER DA 1990).

2.3.3 Kettenrad und Führungsgeometrie

Ist die Führung in einem genügend großen Abstand vom Kettenrad angeordnet, so hat die Führung keinen Einfluß auf die Gestaltung des Kettenrades. Es können daher handelsübliche Kettenräder verwendet werden. Führungen der T- oder C-Form haben im allgemeinen die gleiche Breite wie das Kettenrad.

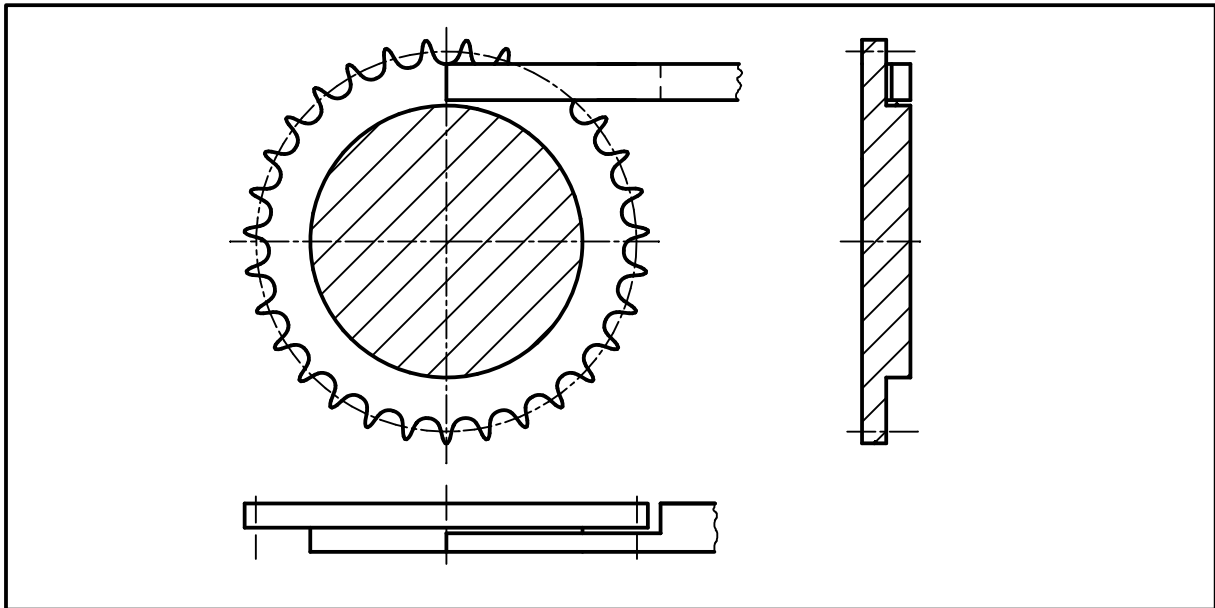


Bild 2.8: Andrehung am Kettenrad dargestellt am Beispiel des Tangenteneinlaufs

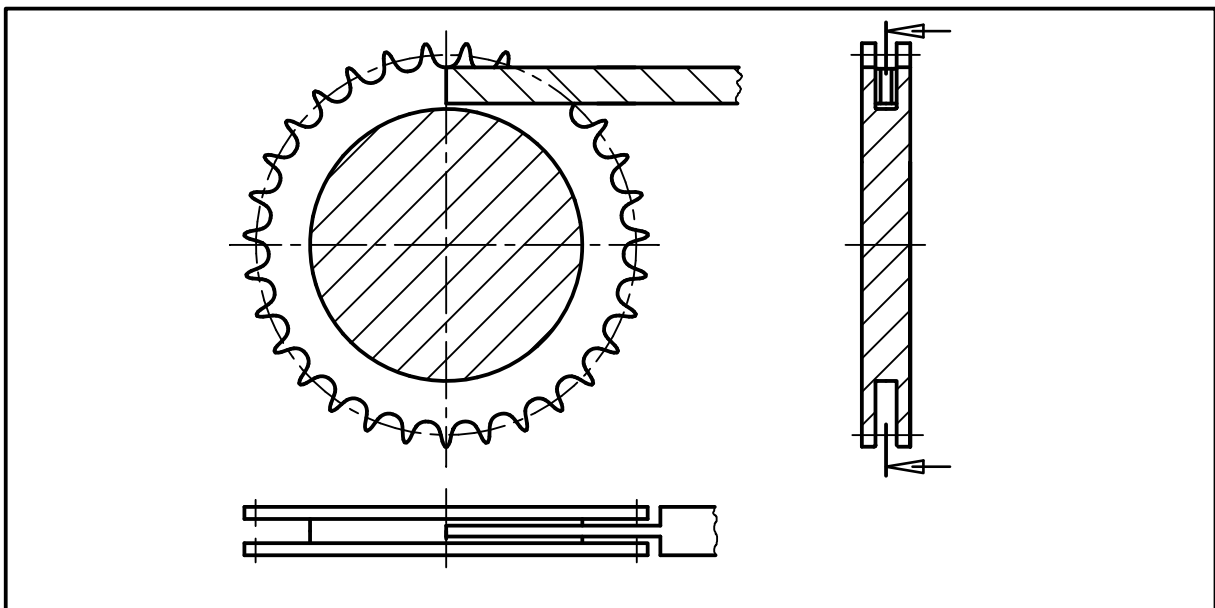


Bild 2.9: Einstich am Kettenrad dargestellt am Beispiel des Tangenteneinlaufs

Soll dagegen ein Sehneneinlauf oder Tangenteneinlauf realisiert werden, so müssen am Kettenrad und an der Führung geometrische Änderungen vorgenommen werden. Die Führung muß die Rolle bis zum Teilkreis führen; d. h. im Bereich der Führung darf keine Verzahnung sein. In

der Praxis wird dies beispielsweise durch eine Andrehung (s. Bild 2.8) oder durch einen Einstich (s. Bild 2.9) am Kettenrad erreicht. In beiden Fällen wird die Breite des Kettenrades und damit auch die Tragfähigkeit der Verzahnung deutlich reduziert. Wird die Führungsschiene am Führungsende in der Breite reduziert, so nennt man diesen Teil der Führungsschiene auch **Führungsschwert**.

Ergänzend sei angemerkt, daß der Sehnen- oder Tangenteneinlauf auch durch andere konstruktive Änderungen erreicht werden kann. Beispielsweise ist es möglich, die Kettenbolzen beidseitig zu verlängern und darauf zusätzliche drehbare Stützrollen zu montieren. Diese Stützrollen laufen dann auf Führungsbahnen, die seitlich am Kettenrad vorbeigehen. In der Praxis ist diese Art von Führungsanordnung kaum anzutreffen, da die gesamte (u. U. sehr lange) Kette verändert werden muß. Die Kette stellt damit eine Sonderkonstruktion dar, die relativ teuer von einem Kettenhersteller bezogen werden muß. Eine Änderung des Kettenrades läßt sich dagegen leicht vom Kettenanwender selbst herstellen, indem ein Standardkettenrad nachbearbeitet wird.

2.4 Stand der Kettenforschung

Nachdem nun einige wesentliche Begriffe bereitgestellt wurden, wird im folgenden auf den derzeitigen Stand der Kettenforschung eingegangen. Nach einer kurzen, nahezu chronologischen, Darstellung der wichtigsten Arbeiten zur Kettenforschung wird auf die wenigen Untersuchungen eingegangen, die sich mit den Kettenführungen befassen.

2.4.1 Bisher untersuchte Themen und Ergebnisse

Die vorliegenden wissenschaftlichen Untersuchungen zum Themenbereich der Stahlgelenkketten befassen sich hauptsächlich mit den zur Übertragung von hohen Leistungen bei gleichzeitig großen Kettengeschwindigkeiten geeigneten Antriebs-Rollenketten. Ziel der meisten wissenschaftlichen Untersuchungen ist es daher, die spezifischen Nachteile der Rollenkettentriebe zu vermindern. Neben den durch den Polygoneffekt hervorgerufenen Bewegungsungleichmäßigkeiten, Schwingungen und Stößen sowie den zum Teil erheblichen Geräuschemissionen wurde insbesondere die durch den Gelenkverschleiß verursachte Kettenlängung untersucht. Durch Verbesserung der Schmierbedingungen, konstruktive Änderungen und werkstofftechnische Maßnahmen an den Bauteilpaarungen konnte die Gebrauchsdauer der Rollenkette erheblich gesteigert werden (vgl. RAAB/DÖRSAM/KRAUS 1992).

Theoretische und experimentelle Untersuchungen über andere Kettenbauarten (z.B. Zahnketten) oder über Ketten für andere Anwendungsbereiche (z.B. Steuerketten) gibt es kaum oder nur zu speziellen Problemen. Die vorliegenden Untersuchungen über Förderketten beschäftigten sich vorwiegend mit großgliedrigen Förderketten für den Bergbau, die bedingt durch den großen Polygoneffekt und die rauen Umgebungsbedingungen sehr schnell verschleifen. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind sehr speziell und können daher nur bedingt auf andere Kettentriebe übertragen werden.

Bisher sind etwa 25 Dissertationen und mehr als 280 Fachaufsätze veröffentlicht worden. Im folgenden werden die wichtigsten wissenschaftlichen Arbeiten und die als Standardliteratur anzusehenden Bücher aufgeführt, die sich schwerpunktmäßig mit den Stahlgelenkketten bzw. Rollenketten befassen. Da vergleichbare Teilprobleme auch in benachbarten Fachgebieten behandelt werden, sind am Ende dieses Abschnitts auch einige weitere Arbeiten aufgeführt.

Einen kurzen Abriß über die Geschichte der Gelenkkette gibt MÜLLER (1913).

Die erste Dissertation zum Thema "Ketten" wurde von GEISTER (1928) im Jahr 1928 verfaßt. GEISTER beklagte eine gewisse Ablehnung des Maschinenelements "Kette", die er auf den von der Kette verursachten Lärm und den raschen Verschleiß zurückführte. Ausgehend von der Triebstockverzahnung beschäftigte er sich erstmalig mit der Theorie der Rollen- und Zahnkettengetriebe.

WOROBJEW (1953) schrieb das erste Buch zum Thema "Kettentriebe", in dem die Theorie der Kettentriebe umfassend dargestellt wird. Es sind zahlreiche Berechnungsvorschriften enthalten, die z. T. heute noch angewendet werden.

FICHTNER (1954) stellte bei der Untersuchung fünf verschiedener Schmierfette anhand von Modellversuchen an Buchsenketten fest, daß bei Verwendung von Hochdruckschmiermitteln der Verschleiß deutlich reduziert wird. Bei mittleren und größeren Kettengeschwindigkeiten ist eine periodische Fettschmierung allerdings ungeeignet; es ist eine Tropfölschmierung erforderlich.

Eine grundlegende Arbeit zur Kinematik der Kettentriebe stammt von LUBRICH (1956), der die durch den Polygoneffekt verursachten Geschwindigkeits- und Beschleunigungsschwankungen herleitete und das effektive Übersetzungsverhältnis eines ungeführten Kettentriebs berechnete.

Ein theoretisches Grundlagenwerk stellt das Buch "Mechanics of the Roller Chain Drive" von BINDER (1956) dar. Sehr ausführlich werden die kinematischen und dynamischen Grundlagen der Kettentriebe dargestellt; praktische Hinweise fehlen hingegen.

In Zusammenarbeit mit der kettenherstellenden Industrie hat RACHNER (1961a) die DIN 8196 bis 8198 (Ausgabe 1959) überprüft. Er ging der Frage nach, welche Gesichtspunkte bei der Auslegung der Kettenradverzahnung zu beachten sind. Vorschläge für die Wahl von Flankenwinkel, Zahnlückenspiel und Ausrundungsradien wurden erarbeitet. Ferner konnte er zeigen, daß die Kette in Abhängigkeit von Kettenlast und -geschwindigkeit auf einer exzentrischen Bahn um das Kettenrad läuft. In einer weiteren Arbeit wurden von RACHNER (1961b) die Drehschwingungen eines Zweiradkettentriebs sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht.

Nach wie vor als Standardwerk gilt das Buch "Stahlgelenkketten und Kettentriebe" von RACHNER (1962). Darin sind alle bis dahin bekannten Forschungsergebnisse enthalten. Viele Hinweise zur Gestaltung eines Kettentriebs, die zum Teil noch recht aktuell sind, werden gegeben. Recht praxisbezogen ist auch das Buch "Kettentriebe" von PIETSCH (1965), das im Jahr 1965 bereits in seiner fünften Auflage erschienen ist und von einem Kettenhersteller herausgegeben wird.

LINDE (1965) untersuchte die Luftschall-Abstrahlung von Rollenkettengetrieben. Die Ursache für die Geräuschentwicklung ist in den stoßartigen Kräften beim Einlauf der Kette in das Kettenrad zu suchen. Das Kettengeräusch hat im allgemeinen einen rauschartigen Charakter, dessen Rauschband sich bis in den Ultraschallbereich hinein erstreckt. Besonders hoch ist der Schallpegel bei der Zahneingriffsfrequenz und deren Harmonischen. Bei Kettenrädern mit großen Zähnezahlen sind außerdem noch Resonanzerscheinungen des Radkörpers zu erwarten.

In dem Betriebshandbuch "Kettentriebe" von ZOLLNER (1966) sind für den Praktiker die theoretischen Grundlagen kurz dargestellt und sehr viele Hinweise und Beispiele für die Gestaltung und Berechnung der Kettentriebe zu finden.

Bei Verschleißuntersuchungen an Rollenketten erkannte SCHÖNFELD (1967), daß bis zum Erreichen bestimmter Belastungs- und Geschwindigkeitsgrenzen eine periodische Schmierung in einem Ölbad genügt. In seiner Dissertation werden relativ einfache Modelle zur Berechnung der Lebensdauer von Rollenketten unter Berücksichtigung des Schmierzustandes angegeben und mit Prüfstandsversuchen von in Druckmaschinen eingesetzten Transportketten verglichen. Außerdem sind verschiedene Methoden zur Messung der Kettenlänge zusammengestellt.

In einer Forschungsreihe wurden von Ettl (1964), HÄRTLEIN (1966) und HIRT (1970) Förderketten untersucht. Sie beschäftigten sich mit Stahlgliederbändern (auch als Gliederbandförderer bezeichnet), die im Bergbau zur Streckenförderung von Schüttgütern Verwendung finden. Anlaß für diese Untersuchungen war der starke Verdrängungswettbewerb durch das Gummigurtband, welches wesentlich höhere Fördergeschwindigkeiten zuließ.

Ettl (1964) erkannte, daß durch den Polygoneffekt dynamische Kräfte im Kettentrieb verursacht werden, die eine Steigerung der Fördergeschwindigkeit nicht zulassen. Aufgrund seiner theoretischen Überlegungen schlägt er eine Tangentialführung des Stahlgliederbandes zum Kettenrad vor. Wie experimentell bestätigt wurde, können dadurch die Polygoneffektkräfte gemildert und der Einlaufstoß weitgehend beseitigt werden.

Eine Theorie über die Größe und den Verlauf der Stoßkraft beim Einlauf der Kette in das Kettenrad entwickelte HÄRTLEIN (1966). Bei Versuchen am Modell eines Stahlgliederbandes wurden dann erstmalig die Größe und der Verlauf der Stoßkraft gemessen. Es zeigte sich, daß die maximale Stoßkraft in etwa linear mit der Winkelgeschwindigkeit des Kettenrades zunimmt.

Die den Verschleiß verursachenden Kräfte und Bewegungen zwischen Zahnflanke und Kettenbuchse untersuchte HIRT (1970). Eine Abhängigkeit des Gleitverschleißes zwischen Zahnflanke und Kettenbuchse von den Parametern Zähnezahl, Geschwindigkeit, Beladung, Umfangskraft und Vorspannung konnte nachgewiesen werden. Ferner wurde festgestellt, daß sich der tatsächliche Umschlingungswinkel durch das Wandern des Berührungspunktes von Kettenbuchse und Zahnrad auf die gegenüberliegende Zahnflanke erheblich verringern kann.

Einen anderen Weg bei der Verbesserung eines Kettentriebes gehen FINK/JANßEN (1967). Sie konstruierten für eine großgliedrige Förderkette ein Ausgleichsgetriebe, das durch Zwischenschaltung eines Zahnträgers zwischen Antriebsrad und Kette ungünstige Bewegungsvorgänge beim Einlauf der Kette in das Kettenrad ausgleicht. Der Einlaufstoß entfällt dadurch weitgehend, so daß die Geschwindigkeit auf das sechsfache gesteigert werden kann. Wie andere konstruktive Maßnahmen zur Verminderung des Polygoneffektes, ist diese Lösung recht aufwendig, so daß eine Umsetzung dieser Forschungsergebnisse in die Praxis nicht beobachtet werden konnte.

Zur Untersuchung des Einlaufstoßes führte DAS GUPTA (1970) in die bisher verwendeten theoretischen Modelle den massebehafteten und elastischen Lasttrum ein und wies durch experimentelle Überprüfung eine gute Übereinstimmung mit seinen Ergebnissen nach.

Statische und dynamische Untersuchungen an Ketten und Kettenlaschen wurden von PEEKEN (1971) und KUNTZSCH (1972) durchgeführt. Für verschiedene Stahlgelenkketten und Belastungsbedingungen wurden das Last-Dehnungsverhalten, Elastizitäts- und Streckgrenzen sowie Federsteifigkeiten experimentell untersucht. Die Untersuchung der äußeren Laschenform zeigte, daß die bei Stahlgelenkketten übliche Laschenform nicht optimal ist.

HOFMANN (1973) berücksichtigte in seinen Untersuchungen, daß die Kette meist exzentrisch um das Kettenrad läuft. Unter Vernachlässigung der Reibung zwischen Kettenrolle und Zahnflanke untersuchte er gerade, konkav- und konvexgekrümmte Zahnflanken und führte eine Parametervariation zum Kraftabbau in der Kette beim Umlauf durch. Die Einsatzbedingungen der verschiedenen Flankenformen werden diskutiert.

Im deutschen Sprachraum keine Verbreitung hat das in russischer Sprache erschienene Handbuch "Projektierung von Kettengeräten" von GOTOWZEW/STOLBIN/KOTENOK (1973) gefunden. Es enthält die theoretischen Grundlagen mit einigen neuen Ansätzen und gibt zahlreiche Hinweise für die Praxis. Leider liegt nur eine Teilübersetzung vor.

Die Auswirkungen von Kettenrundlauffehlern infolge von herstellungsbedingten Fehlern der Verzahnung überprüfte ZECH (1974). Die Rundlauffehler führen zu einer inneren dynamischen Belastung der Kette. Mit zunehmendem Rundlauffehler wurde ein progressiver Anstieg des Gelenkverschleißes beobachtet.

CHAY (1977) untersuchte einen Kettentrieb in einer Druckmaschine. Für den Bogentransport werden Greiferwagen von Ketten gezogen, wobei die Bahn von Ketten und Greiferwagen unterschiedlich ist. Um das dynamische Verhalten des Greiferwagen zu verbessern, wurde nach einer kinematisch/dynamischen Analyse ein Koppelgetriebe entwickelt, dessen Einsatz in der Praxis allerdings nicht beobachtet werden konnte.

Mit dem Einfluß der Funktionsstörungen infolge der Kettenlängung befaßte sich SCHWEDLER (1979). Es werden Kriterien für die Aussonderung von Rollenketten entwickelt und Empfehlungen für den Einsatz von Kettenspannern gegeben.

Eine sehr viele Aspekte des Kettentriebs behandelnde Arbeit legten ABMANN/NESTLER/POLLER (1980) vor. Ein neues Verfahren zur Auslegung der Kettentriebe wird vorgestellt und die Theorie zum Einlaufstoß ergänzt. Ferner wurde der Einfluß von in Montage und Fertigung verursachten Kettenradfehlern auf den Verschleiß von Kettenrädern untersucht.

Das Buch "Getriebetechnik - Rollenkettengetriebe" von MÜLLER (1983) enthält neben den theoretischen Grundlagen zahlreiche Hinweise für die Praxis. Wegen der darin verwendeten TGL-Normen findet es in der Praxis jedoch wenig Verbreitung.

COENEN (1984) untersuchte den Einfluß unterschiedlicher Schmierungsbedingungen auf das Verschleißverhalten. Günstige Verschleißergebnisse wurden bei der Verwendung eines höherviskosen Mineralöls sowie durch den Einsatz geeigneter Additive erzielt. Eine Schmierstoffzufuhr an der Innenseite des Kettentriebs, im Leertrum am treibenden Kettenrad, führt ebenfalls zu einer Verschleißreduzierung.

Mit der Wiederaufarbeitung gebrauchter Zahn- und Kettenräder durch Gesenkschmieden befaßte sich LEIDECKER (1984).

Die Beanspruchungsverhältnisse beim Einlauf der Kette in das Kettenrad analysierte KAMINSKY (1985). Die Erkenntnisse verschiedener Autoren zum Einlaufstoß werden zusammengestellt und die Mängel in den bisherigen Theorien aufgezeigt. Ein verbessertes theoretisches Modell wird erstellt und experimentell überprüft.

Durch eine Arbeit von BINZ (1985) konnte das Einlaufverschleißverhalten der Rollenkette erheblich verbessert werden. Beim Einpressen der Buchse mit Übermaß in die Innenlaschen verformt sich die Buchse ("Tönnchenform"), die Gelenkfläche wird erheblich reduziert. Nach theoretischen und experimentellen Untersuchungen konnte das Übermaß so bestimmt werden, daß bei minimalem Einlaufverschleißverhalten die anderen Qualitätseigenschaften der Kette nicht wesentlich beeinträchtigt werden.

Empfehlungen zum Einsatz von Spanneinrichtungen werden von WELKE (1988) gegeben. Es wurde ein Schema zur Dimensionierung von Kettentrieben mit Kettenspanner entwickelt sowie zahlreiche Entscheidungskriterien für die Verwendung eines Kettenspanners angegeben, die auch das dynamische Verhalten berücksichtigen.

In einer knappen und übersichtlichen Form enthält das "Handbuch der Kettentechnik" von BERENTS (1989) die theoretischen Grundlagen und zahlreiche praktische Hinweise. Das von einem Kettenhersteller herausgegebene Buch richtet sich an den Praktiker und ist unmittelbar zur Auslegung von Kettentrieben geeignet.

Durch oberflächentechnische Maßnahmen konnte PAWLIK (1991) das Verschleißverhalten von Rollenketten weiter verbessern. Bei guten Schmierbedingungen kann durch den Einsatz von Chrom-Nickel-Schichten der Einlaufverschleiß verringert und der Betriebsverschleiß auf ein kaum mehr meßbares Maß reduziert werden.

PANAS (1991) stellte Untersuchungen mit dem Ziel an, den Rollenaußendurchmesser zwecks Werkstoffersparnis zu verringern. Über eine Beanspruchungsanalyse an ebenen Modellen des Rollenketten gelenks mittels des spannungsoptischen Verfahrens und der FEM wurde die zu erwartende Lastwechselzahl für die Kettenrolle abgeschätzt. Die Untersuchungen beziehen sich jedoch auf gewickelte Kettenrollen, die heute in der Praxis kaum noch Verwendung finden.

BOMHAUER-BEINS (1992) befaßte sich mit dem Verschleißverhalten von Rollenketten. Nach einer Analyse des tribologischen Systems wird ein Reibungs- und Verschleißmodell erstellt und mit experimentellen Untersuchungen verglichen.

Wissenschaftliche Arbeiten aus anderen Fachgebieten, die sich nur mit Teilproblemen der Stahlgelenkketten befassen, sind vor allem aus den Gebieten "Rundstahlketten", "Gleisketten" und "Zahnriemen" interessant.

Im Bergbau werden Rundstahl(-glieder)ketten auf vielfältige Weise als Transportketten (z. B. in Kettenkratzerförderern) eingesetzt. Die Untersuchungen beinhalteten die Themen: Verbesserung des Lauf- und Verschleißverhaltens (GÖTTE 1979; ENGST 1986), Geometrie der Kette und des Kettenrades (GROTHENHÖFER 1978; DRESCHER 1991), Kraftübertragung am Kettenrad (SOMMER 1988) und Lebensdauerberechnung (WIRRIES 1988).

Gleisketten werden beispielsweise in Raupenlaufwerken von Baumaschinen eingesetzt. Untersuchungen hierzu befassen sich mit den Laufwerkskräften (RADISCH 1991) und mit dem Kettenverschleiß (SEGIETH 1990).

Bei den Zahnriemen sind vor allem das Geräuschverhalten (JANSEN 1990), das Verschleißverhalten (NAGEL 1990) und die Übertragungsgenauigkeit (HUNG 1987, NAGEL 1990) interessant.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß einige Bereiche der Antriebs- und Förderkettententechnik heute bereits sehr gut erforscht sind. Andererseits gibt es immer noch Anwendungsbereiche, die nicht oder kaum wissenschaftlich untersucht sind. Es fällt jedoch schwer, die bisherigen Forschungsaktivitäten systematisch zu ordnen, um dabei möglicherweise noch nicht bearbeitete Forschungsfelder zu finden. Dafür können folgende Gründe genannt werden:

- Die Entwicklung neuer Theorien, der Einsatz von numerischen Verfahren, computergestützte Simulationen und eine wesentlich verbesserte Meßtechnik führten dazu, daß einige Arbeiten als überholt zu betrachten sind.
- In vielen Arbeiten wird der Versuch unternommen, Verschleißvorgänge und kinematisch/dynamische Vorgänge theoretisch/mathematisch exakt zu beschreiben. Dabei werden Annahmen gemacht, die eine Übertragung der Ergebnisse in die Praxis oft nicht zulassen.
- Die Weiterentwicklung der Fertigungsverfahren und die heute hohe gleichbleibende Werkstoffgüte haben zu einer früher nicht verfügbaren Kettenqualität geführt, die heute jedoch als Ausgangsbasis für Untersuchungen dient.

2.4.1 Forschungsschwerpunkt "Kettenführungen"

Mit dem Thema "Kettenführungen" befassen sich nur vier Autoren, deren wichtigste Ergebnisse im folgenden vorgestellt werden. Zum besseren Verständnis werden, in Abweichung zu den jeweiligen Literaturstellen, die in diesem Kapitel eingeführten Begriffe verwendet.

NICKEL (1928) stellte Überlegungen an, wie der Polygoneffekt durch den Einsatz von Kettenführungen gemildert werden kann. Für langgliedrige Förderketten mit gerader Führungsbahn führte er theoretische Untersuchungen zum Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhalten durch. Dabei wurden von ihm die Begriffe "Sehnen- und Tangentenanordnung" eingeführt, die heute noch Verwendung finden. Mit einem theoretischen Modell untersuchte er den Einfluß der Sehnen- und Tangentenanordnung auf die Geschwindigkeit und Beschleunigung. Er bestimmte, ausschließlich mit Hilfe grafischer Methoden, die Kettengeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Drehwinkel und ermittelte aus der aufgetragenen Kurve die maximale und minimale Kettengeschwindigkeit. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Der Ungleichförmigkeitsgrad δ wird bei der Tangentenanordnung am kleinsten.
- Beim Geschwindigkeitswechsel zwischen den Ungleichförmigkeitsperioden tritt bei der Tangentenanordnung eine Verzögerung der Beschleunigung auf, die im Gegensatz zur Sehnenanordnung zu keinem zusätzlichen Stoß führt.
- Durch unterschiedliche Geschwindigkeiten im Ein- und Auslaufbereich des Kettenrades ändert sich die Trumlänge periodisch. Bei Kettentrieben mit Achsenspannern erhöht sich die notwendige Leistung des Antriebs.

zusätzliche Führung für die Kettenglieder montiert, welche die Kettengelenke auf einer Tangente zum Teilkreis führen. Durch theoretische und experimentelle Untersuchungen konnte er zeigen, daß durch diese Veränderungen sowohl der Ungleichförmigkeitsgrad als auch die Stoßkräfte kleiner werden.

SCHEFFLER/KURTH (1987) geben in ihrem Buch "Grundlagen der Fördertechnik" detaillierte Hinweise zum Einsatz von Ketten. Auch der Polygoneffekt wird ausführlich dargestellt und es wird auf die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhältnisse am Beispiel einer Kette ohne Führung und einer Kette mit Führung (Sehnen- und Tangentenanordnung) eingegangen. Ohne Herleitung werden die Gleichungen von FROST (1960) übernommen, die jedoch nur gelten, wenn der Abstand zwischen Führung und Ketteneingriff ein ganzzahliges Vielfache der Teilung darstellt. Gegenüber FROST (1960) und ETTL (1964) sind keine neuen wissenschaftlichen Erkenntnisse enthalten.

Zusammenfassend ist demnach festzustellen, daß die Kinematik des Kettentriebs beim Einsatz von Führungen für einige Sonderfälle berechnet werden kann. Eine grundlegende und allgemeine Darstellung der kinematischen Verhältnisse für beliebige Kettenbahnen fehlt hingegen. Auch können aus den bisher vorliegenden Ergebnissen keine entsprechenden Anwendungs- und Gestaltungsregeln für die Praxis abgeleitet werden.

3 Kinematik des geführten Kettentriebs

Hinsichtlich des kinematischen Verhaltens gibt es bisher keine systematische Ordnung für Kettentriebe. In der Literatur werden allenfalls ungeführte und geführte Kettentriebe unterschieden, wobei letztere noch in Sehn- und Tangentenordnung unterteilt werden. Kinematische Untersuchungen zum ungeführten Kettentrieb beschränken sich häufig auf Sonderfälle, die eine übersichtliche und geschlossene Darstellung nicht zulassen. Exemplarisch sei die aktuellste Untersuchung zum kinematischen Verhalten des ungeführten Zweiradtriebs angeführt, in der es heißt: "Die Parameter ... beeinflussen den Verlauf der Kettengeschwindigkeit ... derart komplex, daß im Rahmen dieser Untersuchung nur einige Sonderfälle aufgezeigt werden können." (GRÖSEL 1992, S. 234). Bedenkt man ferner, daß beim geführten Kettentrieb weitere Parameter hinzukommen, so wird offensichtlich, daß der Weg der Betrachtung von Sonderfällen nicht weiterführt.

In dieser Arbeit wird daher der Versuch unternommen, die (geführten und ungeführten) Kettentriebe durch geeignete Modelle so abzubilden, daß deren Kinematik ohne generelle Sonderfallbehandlung berechnet und die kinematischen Unterschiede und Gemeinsamkeiten aufgezeigt werden können.

Da es, wie in Abschnitt 2.4.1, S. 21ff., gezeigt wurde, nur unzureichende und unzusammenhängende Literatur zur Kinematik der geführten Kettentriebe gibt, sollen zunächst die weiteren Ausführungen durch eine Modellbildung und die Festlegung von Begriffen auf eine einheitliche Grundlage gestellt werden. Danach werden den verschiedenen Typen von Kettentrieben Ersatzgetriebe zugeordnet, mit deren Hilfe das kinematische Verhalten der Kettentriebe berechnet werden kann. Ferner wird der durch den Polygoneffekt verursachte Bewegungsablauf näher erläutert und auf das prinzipielle Vorgehen bei der Berechnung des kinematischen Verhaltens eines Kettentriebs eingegangen.

3.1 Modellbildung und Begriffe

Das kinematische Modell bildet real ausgeführte Kettentriebe in einem geeigneten Modell ab, mit dessen Hilfe die Kinematik dann unabhängig von den Besonderheiten der konstruktiven Ausführung untersucht werden kann. Gleichzeitig wird mit dem Modell eine einheitliche Nomenklatur eingeführt.

3.1.1 Kinematisches Modell und Bezeichnungen

Da bei kinematischen Betrachtungen der Vergleich mit dem ungeführten Kettentrieb oft hilfreich ist, wird mit der Modellbildung zunächst dort begonnen. In Bild 3.1, S. 25, ist ein **ungeführter Zweiradkettentrieb** dargestellt. Er besteht am **Antrieb** aus einem **Antriebsrad** und am **Abtrieb** aus einem **Abtriebsrad**, welches im **Achsabstand** a vom Antriebsrad angeordnet ist. Beide drehen im gleichen Umlaufsinn, aber im allgemeinen mit unterschiedlichen **Winkelgeschwindigkeiten** ω_t am Antrieb und ω_g am Abtrieb; der Index t steht für "treibend" und der Index g für "getrieben". Die beiden Kettenräder sind durch die **Teilkreise** mit den Radien r_t und r_g abgebildet, auf denen die Mittelpunkte der **Kettenrollen** in der Verzahnung verlaufen. Die Gerade, die ausgehend vom Teilkreismittepunkt, durch den Kettenrollenmittepunkt verläuft, wird als **Rollenstrahl** bezeichnet.

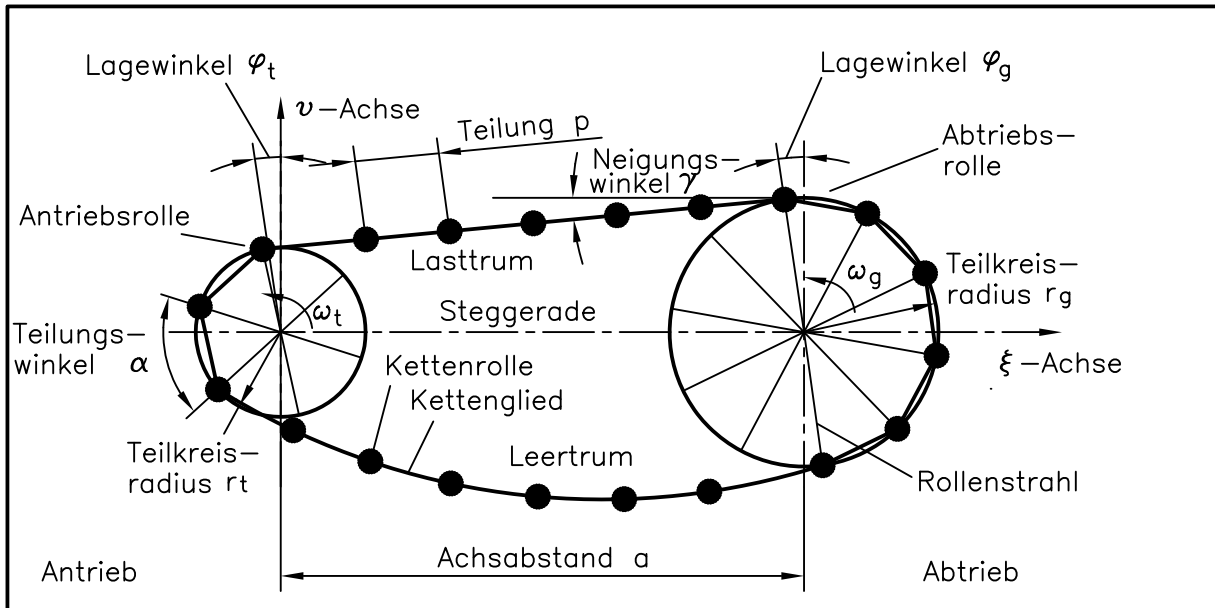


Bild 3.1: Bezeichnungen am ungeführten Kettentrieb

Die Kette besteht aus gleichlangen Kettengliedern der **Teilung** p , welche durch die Drehgelenke miteinander verbunden sind. Die **Kettenlänge** l ergibt sich über die **Gliederzahl** X und die Teilung p zu $l = X \cdot p$. Die Kettenlaschen werden vereinfacht als Verbindungsgeraden von zwei benachbarten Mittelpunkten der Kettenrollen dargestellt. Da Kettentriebe lediglich Zugkräfte übertragen, ist nach der Definition von Drehrichtung sowie An- und Abtrieb nur der obere der beiden **Kettenstränge** zwischen den Kettenrädern belastet und heißt daher **Lasttrum**. Der untere Kettenstrang, der sogenannte **Leertrum**, wird kinematisch nicht beansprucht. Die beiden den Lasttrum begrenzenden Kettenrollen auf den Kettenrädern sind die **Antriebsrolle** am Antrieb bzw. **Abtriebsrolle** am Abtrieb.

Zur kinematischen Beschreibung eines ungeführten Kettentriebs wird von den meisten Autoren ein kartesisches x-y-Koordinatensystem benutzt, bei dem die Abszisse durch die Mittelpunkte der Teilkreise beider Kettenräder verläuft. Für die Beschreibung von Kettentrieben mit mehr als zwei Kettenrädern ist ein solches Koordinatensystem nicht mehr ausreichend (vgl. LUBRICH 1956, S. 45ff.). Deshalb werden hier bereits beim ungeführten Zweiradkettentrieb zwei verschiedene, in sich aber transformierbare, kartesische Koordinatensysteme eingeführt. Das **globale x-y-Koordinatensystem** (in Bild 3.1 nicht dargestellt) beschreibt über die Mittelpunkte der Teilkreise nur die Lage der Kettenräder. Im allgemeinen wird die Abszisse dabei horizontal und die Ordinate vertikal liegen. Das **lokale ξ-v-Koordinatensystem** gilt immer nur für zwei benachbarte Kettenräder. Die Abszisse verläuft dabei durch die Mittelpunkte der Teilkreise beider Kettenräder, wobei sich der Ursprung immer im Antriebsrad befindet. Die Verbindungsgerade der beiden Mittelpunkte wird als **Steggerade** bezeichnet.

Die **Lagewinkel** φ_t bzw. φ_g definieren die Stellung eines Kettenrades über die Antriebs- bzw. Abtriebsrolle durch den Winkel zwischen der positiven v-Achse und dem Rollenstrahl durch die Antriebs- bzw. Abtriebsrolle. Der **Neigungswinkel** γ beschreibt die Neigung des Lasttrums im Verhältnis zur Steggeraden. Gemessen wird der Winkel zwischen einer zur Steggeraden Parallelen, die durch die Abtriebsrolle geht, und dem Kettentrum. Alle Winkel werden im mathematischen Umlaufsinn positiv gezählt und in der Einheit Grad angegeben.

Die Nomenklatur an **geführten Kettentrieben** ist weitgehend mit jener an ungeführten Kettentrieben identisch. Wird zunächst ein Kettentrieb mit **gerader Führung** betrachtet, so ist der Abtrieb durch das **Führungsende** zu ersetzen, in die Last- und Leertrum hineinlaufen (s. Bild 3.2).

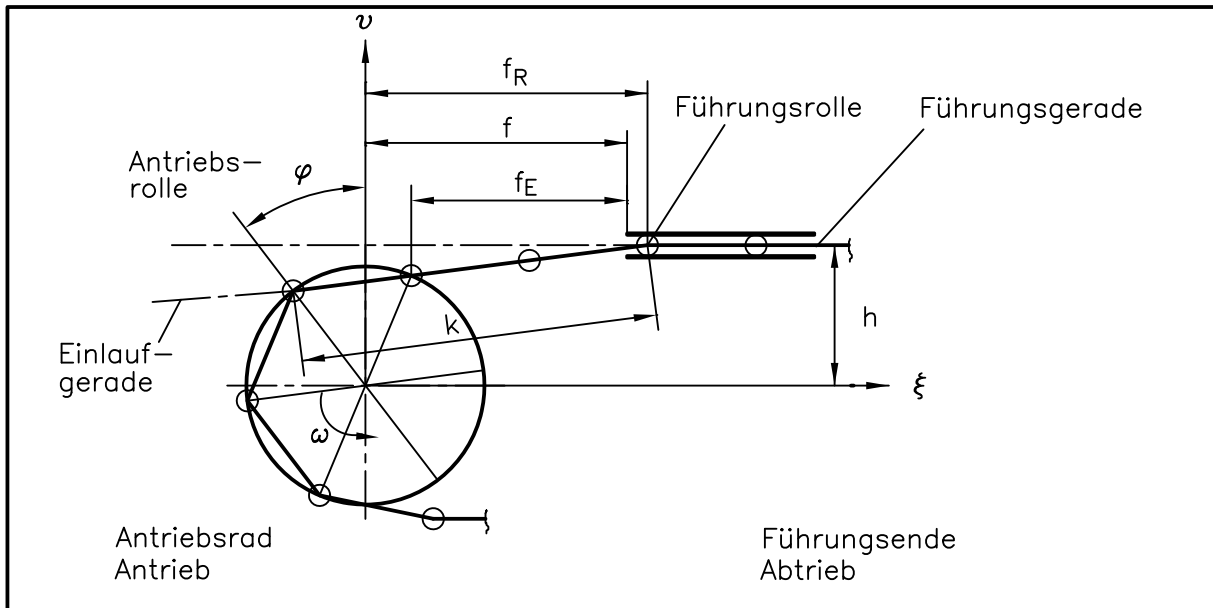


Bild 3.2: Bezeichnungen am geführten Kettentrieb mit gerader Führung

Die Kettenabschnitte, die im Lasttrum weder vollständig in der Führung noch auf dem Kettenrad verlaufen, werden als **freie Trumlänge** bezeichnet. Zur freien Trumlänge gehören alle Kettenglieder zwischen Kettenrad und Führung, also alle Glieder zwischen **Antriebsrolle** und **Führungsrolle**. Ist der Lasttrum zwischen Kettenrad und Führung gespannt (wie in Bild 3.2 dargestellt), so wird die freie Trumlänge als **Starrkörper** bezeichnet. Die **Starrkörperlänge** k ergibt sich aus der Summe der Längen der Kettenglieder zwischen Antriebs- und Führungsrolle und ist ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung p . Obwohl im Leertrum auch nicht alle Kettenabschnitte vollständig in der Führung oder auf dem Kettenrad verlaufen, soll dies, weil aus kinematischer Sicht uninteressant, nicht als freie Trumlänge bezeichnet werden. Die Gerade durch die Antriebsrolle und die Führungsrolle wird als **Einlaufgerade** bezeichnet.

Das lokale ξ - v -Koordinatensystem hat seinen Ursprung wieder im Mittelpunkt des Antriebsrads, wobei die ξ -Achse parallel zur **Führungsgerechten** verläuft. Die Führungsgerade entspricht der Bahn der Rollenmittelpunkte in der Führung. Der Abstand der Führungsgerechten von der Abszisse (parallel zur Ordinate) ist durch die **Führungshöhe** h gegeben. Der Abstand der Führung von der Ordinate (parallel zur Abszisse) ist durch den **Führungsabstand** f festgelegt. Da die genaue Position der Führung immer über die Angabe einer Führungshöhe h und eines Führungsabstandes f angegeben werden muß, wird für die Lage der Führung auch der historisch gewachsene Begriff der "**Anordnungslage**" verwendet. Der sich mit dem Lagewinkel φ ändernde Abstand der Führungsrolle zur Ordinate wird durch den **Führungsrollenabstand** f_R angegeben. Eine weitere Kenngröße ist der **Einlaufabstand** f_E , der zwischen der Führung und dem Einlaufpunkt der Kette auf dem Teilkreis gemessen wird. Der Neigungswinkel γ und der Lagewinkel φ sind wie beim ungeführten Kettentrieb (vgl. Bild 3.1, S. 25) definiert, beim Lagewinkel φ wird jedoch auf den Index t verzichtet.

Schließlich muß noch der allgemeine Fall eines Kettentriebs mit **beliebig gekrümmter Führung** beschrieben werden. Wie aus Bild 3.3, S. 27, ersichtlich ist, laufen die Rollen innerhalb der Führung auf der **Führungsbahn**. Im Falle einer solchen Führungsbahn hängt die **Krümmungsradius** ρ von der Bahnkoordinate ab. Die Lage des lokalen ξ - v -Koordinatensystems ist nicht mehr zwangsläufig definiert. Der Ursprung liegt nach wie vor im Teilkreismittelpunkt des Antriebsrades. Die Richtung der Abszisse ist dann von Fall zu Fall festzulegen. Alle anderen Bezeichnungen werden analog zum Fall einer geraden Führung verwendet. Anzumerken ist noch, daß **kreisförmige Führungen** als ein Sonderfall der beliebig gekrümmten Führung, mit konstantem Krümmungsradius ρ , anzusehen sind.

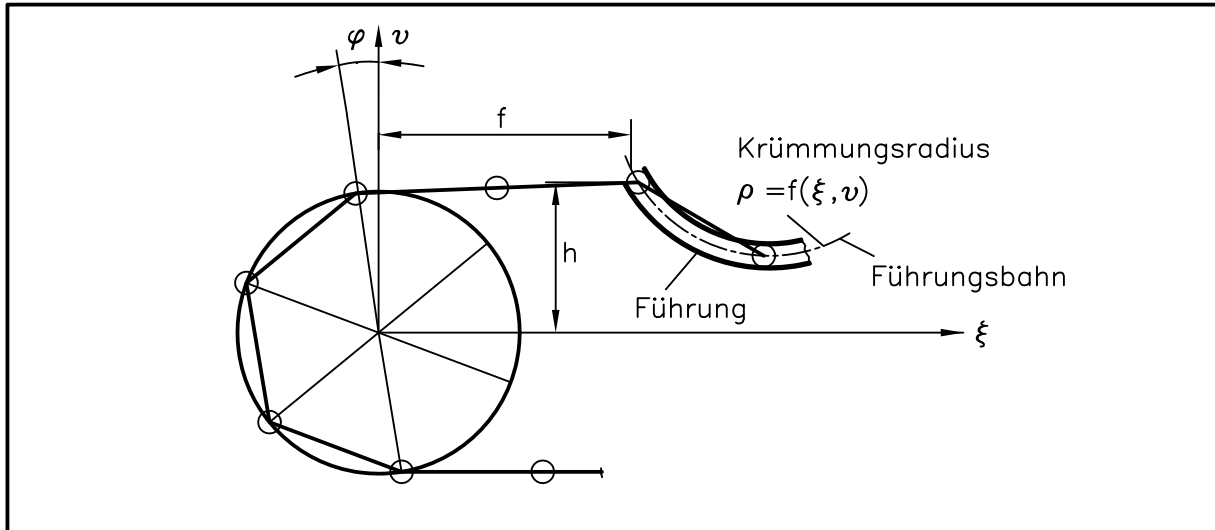


Bild 3.3: Kettentrieb mit beliebig gekrümmter Führung (Prinzip)

Mit der Modellbildung des Kettentriebs mit beliebig gekrümmten Führungen können jetzt alle real ausgeführten Führungen kinematisch abgebildet werden. Das kinematische Modell gilt daher nicht nur für Leit-, Stütz- und Gleitschienen (gerade Führungen), sondern auch für Spann-, Stütz- und Leiträder/-rollen (kreisförmige Führungen) und Gleitsegmente (beliebig gekrümmte Führung).

3.1.2 Vereinfachungen und Annahmen

In den bisher verwendeten Abbildungen sind durch die Darstellungsweise bereits Vereinfachungen zugrundegelegt worden, die an dieser Stelle eingeführt und begründet werden sollen.

Nach DUBBEL (1983, S. 131) ist die Kinematik definiert als "die Lehre von der geometrischen und analytischen Beschreibung der Bewegungszustände von Punkten und Körpern. Sie berücksichtigt nicht die Kräfte und Momente als Ursachen der Bewegung". Daher werden für die folgenden Untersuchungen

- starre Körper,
- Masselosigkeit der Körper und
- Reibungsfreiheit

vorausgesetzt. Die Massenträgheit der Kette, die auf die freie Trumlänge einwirkende Schwerkraft, die Schmierungsverhältnisse sowie sämtliche werkstoffspezifischen Einflüsse - wie etwa elastische oder plastische Verformungen- werden hierdurch ausgeklammert.

Durch Fertigungsfehler und/oder Verschleiß kann ferner Spiel in der Führung, der Kette und den Kettengelenken vorhanden sein. Das Kettenrad kann Teilungsfehler und eine Exzentrizität der Verzahnung aufweisen. Die Teilung der Kette kann ferner durch Fertigungsfehler oder Verschleiß von der theoretischen Teilung abweichen. Da solche Formfehler nicht auf die besondere Kinematik der Kettentriebe zurückzuführen sind, werden sie durch Annahme

- idealer Ersatzkörper

ausgeschlossen. Es herrscht also kein Spiel zwischen den Elementen des Kettentriebs. Das kinematische Modell bleibt dadurch weitgehend unabhängig von der konstruktiven und fertigungstechnischen Ausführung des Kettentriebs.

Ferner wird angenommen, daß der Lasttrum die gesamte Nutzleistung überträgt und die

- Last am Antrieb

antreibt, wodurch zu jedem Zeitpunkt der

- Lasttrum gespannt

ist. Voraussetzung für einen jederzeit gespannten Lasttrum ist allerdings, daß am Abtrieb eine ausreichend große Abtriebsverzögerung wirkt. Da für eine kinematische Funktionsfähigkeit des Kettentriebs der Leertrum nicht benötigt wird, ist

- kein Leertrum

zu berücksichtigen. Der Leertrum hat kinematisch lediglich die Aufgabe, die vom Antriebsrad ablaufenden Kettenglieder wieder dem Abtriebsrad zuzuführen. Es ist allerdings hier anzumerken, daß im Leertrum ein geometrisch bedingtes Spiel vorhanden sein muß, damit der - geführte oder ungeführte - allgemeine kinematische Kettentrieb mit dem Modell starrer Elemente bewegungsfähig bleibt und nicht blockiert (vgl. RACHNER 1962, S. 164 - 169; LUBRICH 1956, S. 23ff.).

Bei geführten Kettentrieben braucht darüber hinaus

- nur das Ende der Führung

berücksichtigt zu werden, denn die sich im Innern der Führung spielfrei bewegende Kette hat keinen Einfluß auf den Polygoneffekt am Antriebsrad. In den Abbildungen wird die Führung daher nur soweit erforderlich dargestellt (vgl. Bild 3.2, S. 26).

Zusätzlich sind noch einige kinematische Vereinfachungen angebracht. So genügt es in den meisten Fällen, nur die Bewegung der Rollenmittelpunkte zu betrachten, da ihr endlicher Durchmesser weder auf das Kettenrad noch in der Führung Einfluß auf die Bewegung hat. Für die Untersuchung der Führungsendgeometrie muß später allerdings berücksichtigt werden, daß in dem relativ kleinen Bereich, in dem die Führungsrolle über das Führungsende abrollt, ein kleiner Fehler auftritt. Dreidimensionale Kettenrollen und Führungen können dann ersetzt werden durch

- ausdehnungslose Kettenrollen und
- eindimensionale Führungsabmessungen.

Für die Führung soll weiterhin gelten:

- Führung der Kettenrollen
- technisch sinnvolle Anordnung.

Daß die Kette über die Kettenrolle geführt werden soll bedeutet, daß die Bahn der Kettenglieder allein von den sie verbindenden Kettenrollen bestimmt wird und die Kettenlaschen keinen Kontakt zur Führung haben. Die Untersuchungen sollen ferner gemäß Bild 3.4, S. 29, auf technisch sinnvolle Anordnungslagen beschränkt werden.

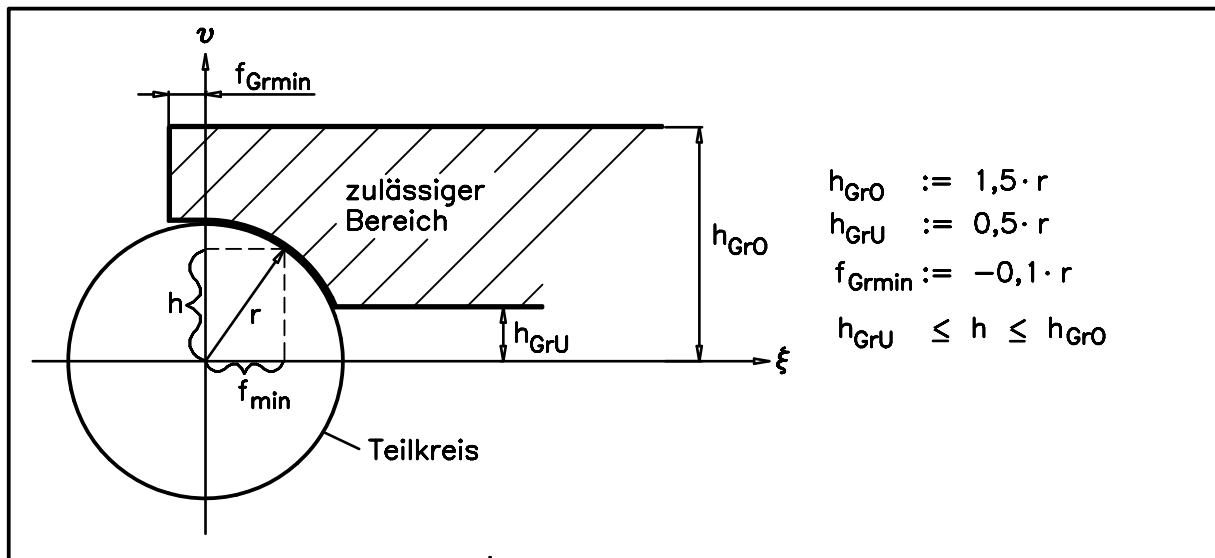


Bild 3.4: Bereich der zulässigen Anordnungslagen für Führungshöhe h und -abstand f

Die Grenzen der Führungshöhe h sind sehr weit gesetzt, so daß alle in der Praxis vorkommenden Führungen dadurch erfaßt sind. In einem geringen Umfang wird auch ein negativer Führungsabstand f zugelassen, damit beispielsweise Auswirkungen von Montagefehlern beurteilt werden können. Für eine festgelegte Führungshöhe h muß der Führungsabstand f folgende Bedingung erfüllen:

$$f \geq f_{min} = \begin{cases} \sqrt{r^2 - h^2} & \text{für } h < r \\ f_{Grmin} & \text{für } h \geq r \end{cases} \quad (3.1)$$

Da nur die Bewegungsschwankungen der Kette aufgrund der besonderen geometrischen Verhältnisse untersucht werden sollen, wird schließlich noch eine

- konstante Antriebsgeschwindigkeit

vorausgesetzt. Ferner soll nur der Lastrum am Antriebsrad betrachtet werden, was gleichbedeutend ist mit dem

- Antrieb der Kette aus der Führung heraus.

Diese beiden letzten Annahmen stellen keine weitere Einschränkung dar, da für masselose Körper die Ergebnisse dieser Untersuchung auch leicht auf schwankende Antriebsgeschwindigkeit umgerechnet werden können. Die Kinematik am Abtriebsrad kann überdies als Sonderfall des geführten Antriebs behandelt werden.

Schließlich sollen die Untersuchungen auf einen

- quasistatischen Betrieb

der Kettentriebe beschränkt bleiben. Diese Einschränkung legt auch RACHNER (1962) bei seinen Untersuchungen der Kinematik der ungeführten Kettentriebe zugrunde. Der Begriff "quasistatischer Betrieb" wurde von RACHNER (1962, S. 76) so definiert, daß der Betrieb weit unterkritisch gegenüber der niedrigsten Resonanzdrehzahl des Kettentriebs erfolgen soll. Da die Resonanzdrehzahl von sehr vielen Parametern (u. a. auch von den Bewegungsverhältnissen) abhängt, ist die Angabe einer Drehzahlgrenze nicht möglich. Die Ergebnisse der kinematischen Untersuchungen gelten daher in erster Linie für langsamlaufende Kettentriebe. Das bedeutet aber nach Auffassung von RACHNER (1962, S. 77) keine wesentliche Einschränkung des Gültigkeitsbereiches, weil die Kenntnis der Kinematik eines Kettentriebs neben seiner direkten Bedeutung auch als Grundlage für das Verständnis der Dynamik des Kettentriebs erforderlich ist.

Zur visuellen Unterscheidung des kinematischen Modells von einer konstruktiven Darstellung wird das Kettenrad nur mit seinem Teilkreisdurchmesser und den, entsprechend der Zähnezahl vorhandenen, Rollenstrahlen dargestellt; die Führungen werden vereinfacht als schwarze Balken gezeichnet. Der Leertrum wird nur dann in die Bilder eingezeichnet, wenn er benötigt wird.

3.2 Polygoneffekt und Bewegungsablauf

Der in Abschnitt 2.1, S. 5ff. bereits erwähnte Polygoneffekt ist die Ursache der besonderen Kinematik der Kettentriebe. In diesem Abschnitt werden die Auswirkungen des Polygoneffekts auf den Bewegungsablauf bei Kettentrieben verbal beschrieben und weitere Begriffe eingeführt.

Der einfachste Fall eines Kettentriebs ist der **Einradtrieb**. In Bild 3.5, S. 31, ist ein solcher, nur aus einem Kettenrad bestehender, Kettentrieb dargestellt, der den von einer Abtriebslast gespannten Kettenstrang bewegt und umlenkt. Der Kettenstrang bleibt bei diesem Einradtrieb unabhängig von der Bewegung immer parallel zu sich selbst. Diese Annahme trifft beispielsweise bei einem sehr großen Abstand zum nächsten Kettenrad zu (vgl. RACHNER 1962, S. 76).

Jede geometrische Konstellation der Elemente des Kettentriebs läßt sich einem Lagewinkel φ zuordnen. Alle Kettenrollen des Lastrums befinden sich auf der Einlaufgeraden und bilden einen Starrkörper der Länge k . Dieser Starrkörper folgt im Verlauf einer Bewegung der Kreisbahn der Antriebsrolle ohne eigene Drehung: dreht sich das Kettenrad um den Winkel $\Delta\varphi$, so bewegt sich der Lastrum in vertikaler Richtung um den Betrag $|\upsilon_1 - \upsilon_2|$. Diese betragsmäßige Änderung kann über den Kosinus des Lagewinkels $\Delta\varphi$ beschrieben werden. Analog verhält es sich auch für die horizontale Richtung, bei der die Wegänderung über den Sinus des Lagewinkels $\Delta\varphi$ beschrieben werden kann. Die Bewegungskomponenten der Kette in horizontaler und vertikaler Richtung folgen demnach einem harmonischen Funktionsverlauf und sind gegeneinander um 90° phasenverschoben.

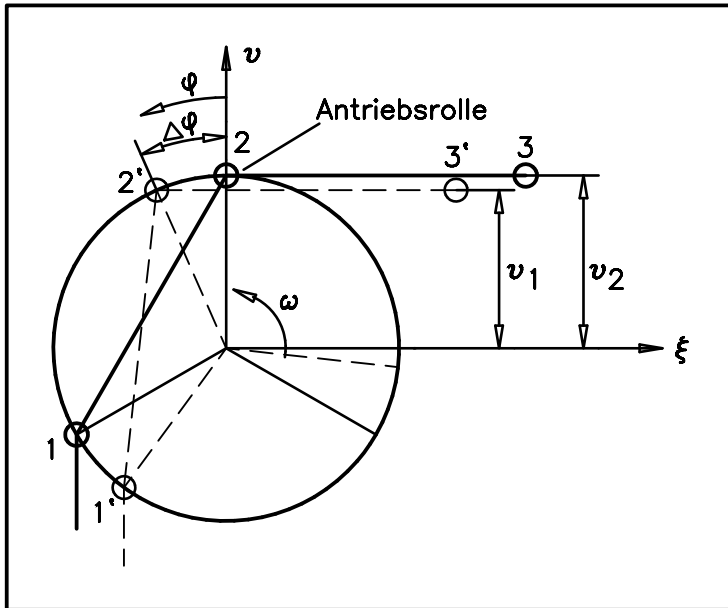


Bild 3.5: Bewegungsablauf beim Einradtrieb
verschiebbaren Lasttrums vernachlässigt wurde.

Dieser kontinuierliche Bewegungsablauf wird immer dann unterbrochen, wenn das Kettenrad mit einem neuen Zahn in die Kette eingreift und die Bewegung mit einer neuen Antriebsrolle von neuem beginnt.

Beim **Zweiradtrieb** hängt die Drehbewegung maßgeblich vom Verhältnis der Teilkreisdurchmesser des Abtriebs zum Antrieb ab. Es überlagert sich im Unterschied zum Einradtrieb der Kettenbewegung zusätzlich eine von den geometrischen Verhältnissen abhängige Eigendrehung des Starrkörpers, die bisher durch die Annahme eines parallel frei

Bild 3.6, zeigt einen Zweiradtrieb, bei dem der Starrkörper (d. h. die als starr anzusehenden Kettenglieder zwischen An- und Abtriebsrolle) im Verlauf der Drehbewegung um $\Delta\phi_t$ bzw. $\Delta\phi_g$ zusätzlich eine Drehung um den Winkel β ausführt. Dies wirkt sich auch auf die Bewegung der Kette aus, die jetzt nicht mehr harmonisch schwankt, wie aufgrund der Überlegungen zum Einradtrieb vermutet werden könnte. Diese Eigendrehung des Starrkörpers wirkt sich als zusätzliche Sinusschwingung auf die Bewegung des Abtriebs aus. Der Zusammenhang zwischen An- und Abtriebsbewegung wird daher wesentlich komplizierter (vgl. LUBRICH 1956, S. 11ff.; RACHNER 1962, S. 80 ff.).

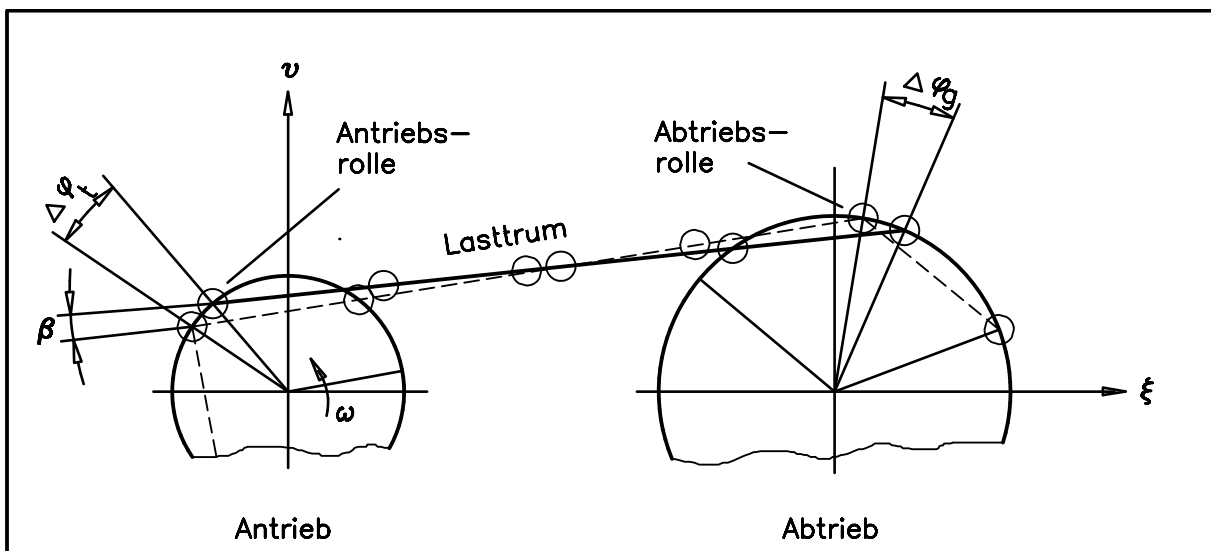


Bild 3.6: Bewegungsablauf beim Zweiradtrieb

Bei sehr großem Achsabstand verschwindet dann zwar die Eigendrehung des Starrkörpers nahezu, nicht aber seine durch den Polygoneffekt am Antriebsrad verursachte translatorische Bewegungsschwankung, die sich noch mit der am Abtriebsrad verursachten Bewegungsschwankung überlagert. Dies kann genau dann und nur dann kompensiert werden, wenn

neben gleichen Teilkreisdurchmessern (weshalb wegen der konstanten Teilung p dann auch die Kettenräder gleich sind) vor allem die relative Lage beider Kettenräder zueinander gleich ist, d. h. für alle Zeiten $\varphi_t = \varphi_g$ gilt. Sind An- und Abtriebsrad derart synchronisiert, so können keinerlei Bewegungsschwankungen mehr auftreten (Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = 0$); allerdings ist dann auch keine Übersetzung mehr möglich.

Der kontinuierliche Bewegungsablauf wird dann unterbrochen, wenn am Antrieb das Kettenrad in eine neue Antriebsrolle eingreift und wenn der Abtrieb ein Kettenglied freigibt, d. h. sich hier auch die Abtriebsrolle ändert. Beide Vorgänge wechseln sich periodisch ab und führen zu einer Änderung der Starrkörperlänge. Neben dem **Einlaufwechsel**, der den Wechsel der Antriebsrolle beschreibt, soll der Wechsel der Abtriebsrolle als **Auslaufwechsel** bezeichnet werden. Als Oberbegriff für beide Wechsel wird der Begriff **Rollenwechsel** verwendet. Der Sonderfall, daß beide Wechsel gleichzeitig auftreten, wird als **Doppelwechsel** bezeichnet.

Bild 3.7, S. 32, zeigt einen Zweiradkettentrieb mit Ein- und Auslaufrollenwechsel, wobei anzumerken ist, daß Ein- und Auslaufrollenwechsel im allgemeinen nicht gleichzeitig stattfinden. Der Rollenwechsel wird im allgemeinen durch den **Rollenwechselwinkel** φ_R angegeben. Der Lagewinkel φ des Antriebsrades beim Einlaufwechsel ist der **Einlaufwinkel** φ_E , derjenige beim Auslaufwechsel der **Auslaufwinkel** φ_A .

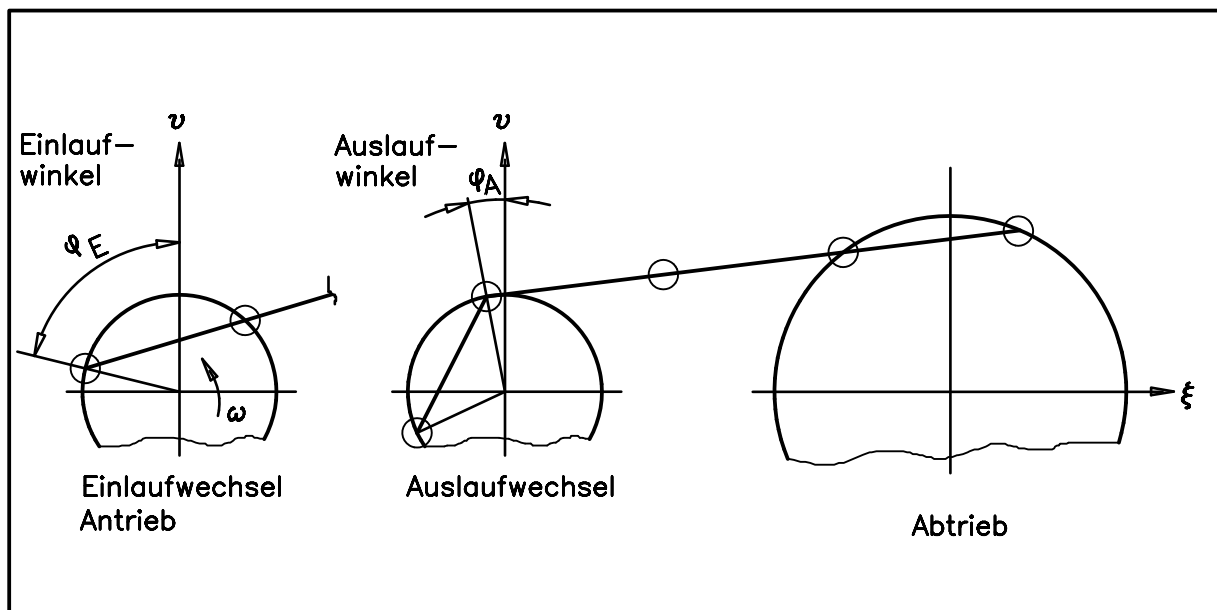


Bild 3.7: Rollenwechsel am Zweiradkettentrieb

Die Starrkörperlänge kann zwei unterschiedliche Werte annehmen: beim Einlaufwechsel verkürzt sie sich um eine Teilung, beim Auslaufwechsel verlängert sie sich um eine Teilung. Da die Kette immer aus einer ganzzahligen Anzahl von Gliedern besteht, kann die Starrkörperlänge k wie folgt bestimmt werden:

$$k = q \cdot p, \quad q \in \mathbb{N} \quad (3.2)$$

Der Faktor q wird als **Starrkörperfaktor** bezeichnet und gibt die Anzahl der im Starrkörper enthaltenen Glieder an. Wenn der Starrkörperfaktor den Wert Null annimmt, handelt es sich nicht mehr um einen "starken Körper"; in diesem Fall spricht man dann von freier Trumlänge.

Da sich bei jedem Rollenwechsel die Starrkörperlänge um eine Teilung p ändert, muß bei der Angabe einer Starrkörperlänge (oder des Starrkörperfaktors) auch die Phase angegeben werden, für die dieser Wert gilt. Es wird daher folgendes definiert:

- Bis zum Einlaufwechsel enthält der Starrkörper q_E Glieder und hat die Länge k_E . D. h. es gilt $k = k_E$ und $q = q_E$ für alle Lagewinkel $\varphi_A < \varphi \leq \varphi_E$. Dieser Winkelbereich wird als **Einlaufphase** bezeichnet.
- Bis zum Auslaufwechsel enthält der Starrkörper q_A Glieder und hat die Länge k_A . Die Starrkörperlänge ist um eine Teilung kürzer als bei der Einlaufphase, d. h. es gilt $k = k_A = k_E - p$ und $q = q_A = q_E - 1$ für alle Lagewinkel $\varphi_E < \varphi \leq \varphi_A$. Dieser Winkelbereich wird als **Auslaufphase** bezeichnet.
- Liegt ein Doppelwechsel ($\varphi_E = \varphi_A$) vor, dann kann nicht mehr zwischen Ein- und Auslaufphase unterschieden werden und es gilt: $k = k_A = k_E$ bzw. $q = q_A = q_E$. Da immer die kleinst mögliche Starrkörperlänge vorliegt, müßte diese Phase aus kinematischer Sicht als Auslaufphase bezeichnet werden. Um begriffliche Verwechslungen zu vermeiden, wird diese Phase jedoch als **Doppelphase** bezeichnet.

Im weiteren Verlauf wird die Starrkörperlänge k von der Starrkörperlänge k_E bzw. k_A nur dann unterschieden, wenn dies erforderlich ist. Zur Berechnung der Starrkörperlänge kann die Teilung noch aus Gl. 3.2, S. 32, eliminiert werden. Da für die Zähnezahl z des Kettenrades nur positive Werte $z \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ zulässig sind, kann der Teilungswinkel τ eines Kettenrades auch nur bestimmte Werte annehmen:

$$\tau = \frac{360^\circ}{z} = 360^\circ, 180^\circ, 120^\circ, \dots \quad (3.3)$$

Wie Bild 3.8, S. 34, zeigt, besteht zwischen Teilung p , Teilkreisdurchmesser d und Teilungswinkel τ folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} \sin \frac{\tau}{2} &= \sin \alpha = \frac{\frac{1}{2} p}{r} = \frac{p}{d} \Leftrightarrow \\ r &= \frac{p}{2 \sin \alpha} = \frac{p}{2 \sin \left(\frac{180^\circ}{z} \right)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Für die Starrkörperlänge erhält man damit

$$k = 2qr \sin \alpha \quad (3.5)$$

Bezieht man, wie häufig benötigt, die Starrkörperlänge k auf den Teilkreisradius r , so erhält man die bezogene Starrkörperlänge k/r :

$$\frac{k}{r} = 2q \sin \alpha \quad (3.6)$$

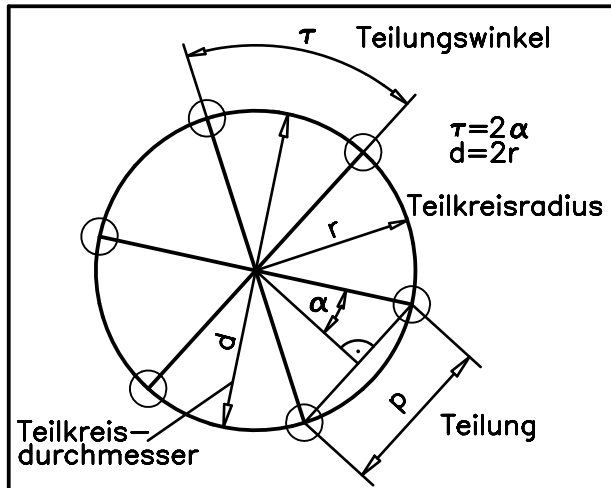


Bild 3.8: Geometrie des Kettenrades

geraden. Das hat aber zur Folge, daß der Auslaufwechsel anders abläuft als beim Zweiradtrieb ohne Führung: die freie Trumlänge ist kurz nachdem die Führungsrolle die Führung verlassen hat im allgemeinen noch kein Starrkörper, weil die Führungsrolle über das Führungsende hinausrollt und dann plötzlich von dieser nicht mehr gehalten werden kann. In diesem Fall gibt es zwar eine freie Trumlänge l_f , doch die Starrkörperlänge k wird als Null definiert.

Schließlich sei noch ein **Kettentrieb mit Führung** betrachtet, bei dem das Abtriebsrad des ungeführten Zweiradtriebs durch das Führungsende ersetzt ist (vgl. Bild 3.2, S. 26). Der Starrkörper besteht wie bisher aus den gespannten Kettengliedern der freien Trumlänge zwischen Antriebs- und Führungsrolle. Er dreht sich auch hier zusätzlich zur - durch die Antriebsrolle aufgezwungenen - Translation und ändert seine Lage mit den sich periodisch abwechselnden Rollenwechseln. Allerdings bewegt sich die Führungsrolle im Gegensatz zur Antriebsrolle nicht mehr auf einer Kreisbahn sondern auf der Führungsgeraden.

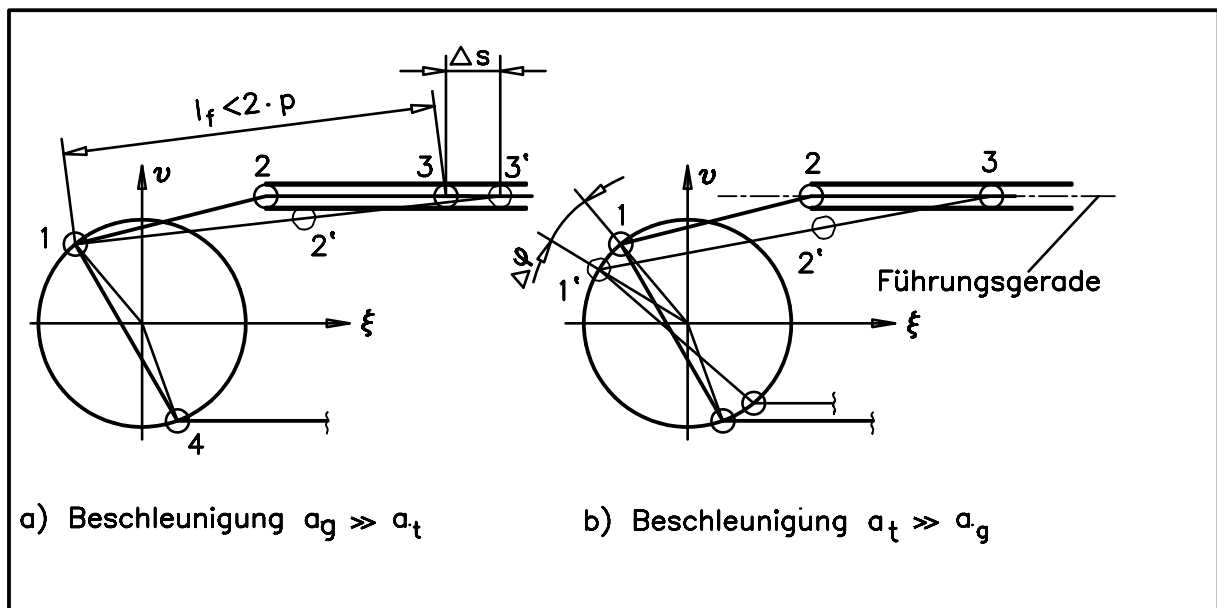


Bild 3.9: Auslaufwechsel beim Kettentrieb mit Führung

Wie Bild 3.9a, S. 34, zeigt, ist die Lage der Kette kinematisch nicht mehr einwandfrei definiert. Nach dem Auslaufen der alten Führungsrolle (2) aus der Führung ist die freie Trumlänge l_f (direkte Entfernung zwischen Antriebsrolle (1) und der neuen Führungsrolle (3)) kein ganzzahliges Vielfaches der Kettenteilung mehr. Betrachtet man sehr kurze Zeiträume Δt , so kann das Aufspannen des Starrkörpers im Grenzfall auf zwei Arten erfolgen:

- Die neue Führungsrolle wird um den Weg Δs in der Führung zurückbewegt, während das Antriebsrad stillsteht. In diesem Fall muß die Abtriebsbeschleunigung a_g in der Führung

sehr viel größer sein als die Antriebsbeschleunigung a_t des Antriebsrades (vgl. Bild 3.9a, S. 34).

- Das Antriebsrad dreht sich um den Lagewinkel $\Delta\varphi$ weiter, während die neue Führungsrolle in der Führung stillsteht. In diesem Fall muß die Antriebsbeschleunigung a_t des Antriebsrades sehr viel größer sein als die Abtriebsbeschleunigung a_g in der Führung (vgl. Bild 3.9b).

In Bild 3.9a ist der Fall dargestellt, daß am Abtrieb eine Beschleunigung $a_g \gg a_t$ wirkt. Der Starrkörper wird aufgespannt, indem die Rolle 3 um den Weg Δs zurückgezogen wird (Position 3'). Dies kann beispielsweise dann zutreffen, wenn am Abtrieb eine sehr große Last angreift und die Reibung in der Führung sehr gering ist. Bild 3.9b zeigt dagegen den Fall, daß im Moment des Auslaufwechsels am Antrieb eine Beschleunigung $a_t \gg a_g$ wirken kann. Die Rolle 3 behält hier ihre Position bei, der Starrkörper wird aufgespannt, indem die Antriebsrolle (1) um den Winkel $\square\Delta\varphi$ gedreht wird (Position 1'). Anschaulich kann dieser Fall angenommen werden, wenn bei relativ großer Reibung in der Führung die Last am Abtrieb klein ist. Real ausgeführte Kettentriebe mit Führungen werden ein Verhalten zeigen, das zwischen den beiden in Bild 3.9 dargestellten Fällen einzuordnen ist. Bei einer genaueren Betrachtung sind insbesondere die Trägheitskräfte zu berücksichtigen, die eine "impulsartige" Veränderung des Drehwinkels oder der Rollenlage verhindern. Festzuhalten bleibt an dieser Stelle, daß beim Auslaufwechsel An- und Abtrieb zeitweise kinematisch entkoppelt sind. Diese kinematisch nicht genau beschreibbare Phase der Ungleichförmigkeitsperiode wird als **Spannphase** bezeichnet, die durch den **Spannwinkel** φ_{sp} wie folgt begrenzt wird:

$$\varphi_A \leq \varphi \leq \varphi_{sp} \quad (3.7)$$

Während der Spannphase ist kein Starrkörper aufgespannt; die Starrkörperlänge wird zu Null definiert. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird auf diese Problematik des Auslaufwechsels noch näher eingegangen.

3.3 Periodendauer und -winkel der Ungleichförmigkeitsperiode

In der Literatur wird die Ungleichförmigkeit im allgemeinen an einem einfachen Kettentrieb ($z_1 = z_2$ und $a = n \cdot p$ (mit $n \in \mathbb{N}$), vgl. Abschnitt 2.1, S. 5) gezeigt, so daß sich einige wichtige Fragen überhaupt nicht stellen:

- Wie groß ist die Ungleichförmigkeitsperiode bei Übersetzungsverhältnissen $i \neq 1$?
- Bei welchen Winkel beginnt und endet die Ungleichförmigkeitsperiode, wenn die Rollenwechsel berücksichtigt werden?

Im folgenden wird zunächst die Periodendauer der Ungleichförmigkeitsperiode untersucht, dann werden die Winkelgrenzen der Ungleichförmigkeitsperiode betrachtet.

Sinn und Zweck der Festlegung einer Ungleichförmigkeitsperiode ist es, das Bewegungsverhalten des Kettentriebs für diesen Zeitraum zu ermitteln und dann periodisch fortzusetzen. Die periodische Bewegung des Kettentriebs wird durch die Rollenwechsel unterbrochen. Daher ist zunächst einmal zu prüfen, wieviele Ein- und Auslaufwechsel es in einer Ungleichförmigkeitsperiode gibt. An einem Kettentrieb mit den nachfolgenden Daten sei dies beispielhaft untersucht:

Antrieb:	Zähnezahl:	$z_t = 36$	Teilungswinkel:	$\tau_t = 10^\circ$
Abtrieb:	Zähnezahl:	$z_g = 11$	Teilungswinkel:	$\tau_g = 32,72^\circ$
Übersetzungsverhältnis:		$i_m = 1 : 3,27$		

Die Daten dieses Kettentriebes sind so gewählt, daß ein möglichst allgemeiner Kettentrieb beschrieben wird. Anhand dieses Kettentriebs werden vier Fälle untersucht, die sich durch unterschiedliche Verdrehungen von An- und Abtriebsrad unterscheiden, um daraus Aufschluß über die Ein- und Auslaufwechsel zu erhalten.

1. Fall: Das Antriebsrad wird genau um eine Umdrehung weitergedreht ($u_t = 1$)

Betrachtet man den Einlauf der Kette in das Antriebsrad, so finden bei einer Umdrehung $z_t = 36$ Einlaufwechsel statt, da jeder Zahn genau einmal in Eingriff kommt. Das Abtriebsrad dreht sich wegen der vorliegenden Übersetzung um $u_g = 3,27$ Umdrehungen. D. h. am Abtriebsrad finden genau $u_g \cdot z_g = 3,27 \cdot 11 = 36$ Auslaufwechsel statt.

2. Fall: Das Abtriebsrad wird genau um eine Umdrehung weitergedreht ($u_g = 1$)

Am Abtriebsrad finden $z_g = 11$ Auslaufwechsel statt. Das Antriebsrad dreht sich nur um $u_t = u_g \cdot i_m = 1 / 3,27 = 0,305$ Umdrehungen weiter, so daß $z_g \cdot u_g = 36 \cdot 0,305 = 11$ Einlaufwechsel erfolgen.

3. Fall: Das Abtriebsrad wird um einen Winkel von $\Delta\varphi_g = \tau_g = 32,72^\circ$ weitergedreht

Am Abtriebsrad findet wiederum ein Auslaufwechsel statt. Das Antriebsrad dreht sich wegen der Übersetzung um einen kleineren Winkel $\Delta\varphi_t = \Delta\varphi_g \cdot i_m = 32,72^\circ / 3,27 = 10^\circ$, der genau dem Teilungswinkel des Antriebsrades entspricht. Auch in dem Winkelbereich erfolgt daher ein Einlaufwechsel.

4. Fall: Das Antriebsrad wird um einen Winkel von $\Delta\varphi_t = \tau_t = 10^\circ$ weitergedreht

Am Antriebsrad findet innerhalb dieses Winkelbereiches ein Einlaufwechsel statt. Das Abtriebsrad dreht um einen größeren Winkel $\Delta\varphi_g = \Delta\varphi_t / i_m = 10 \cdot 3,27 = 32,72^\circ$, der genau dem Teilungswinkel des Abtriebsrades entspricht. Also findet kann auch hier nur ein Auslaufwechsel erfolgen.

Wie schon die ersten beiden Fälle zeigen, ist die Anzahl der Ein- und Auslaufwechsel pro Umdrehung des größeren oder kleineren Kettenrades gleich. Der Grund ist darin zu sehen, daß durch die diskrete Verteilung der Rollen in der Kette eine feste mittlere Übersetzung vorliegt, die eine Drehbewegung des einen Rades auf das andere Rad überträgt. Die beiden letzten Fälle zeigen darüber hinaus, daß man die gleiche Anzahl von Ein- und Auslaufwechseln nicht nur bei einer vollen Umdrehung eines Kettenrades erhält. Wird das größere Kettenrad (mit dem kleineren Teilungswinkel) um seinen Teilungswinkel gedreht, dann findet während dieser Drehung auch am kleineren Kettenrad (mit dem größeren Teilungswinkel) ein Rollenwechsel statt. Für die Ungleichförmigkeitsperiode ist es daher unerheblich, ob das Antriebsrad um den Teilungswinkel τ_t oder das Abtriebsrad um den Teilungswinkel τ_g gedreht wird.

Da in dieser Arbeit alle Winkel auf das Antriebsrad bezogen werden, wird die **Periodendauer** $\Delta\Psi$ der Ungleichförmigkeitsperiode auf das Antriebskettenrad und dessen Teilungswinkel τ_t bezogen:

$$\Delta\Psi = \tau_t = 2\alpha_t \quad (3.8)$$

Wird die Ungleichförmigkeitsperiode mit der Periodendauer $\Delta\Psi$ periodisch fortgesetzt, so kann das Bewegungsverhalten des Kettentriebs eindeutig und vollständig beschrieben werden.

Die Grenzen der Ungleichförmigkeitsperiode werden über den **Periodenwinkel** Ψ bestimmt, der immer am Antriebsrad gemessen wird. Die Ungleichförmigkeitsperiode beginnt beim Winkel Ψ_{\min} und endet beim Winkel Ψ_{\max} . Für die Festlegung der Winkelgrenzen der Ungleichförmigkeitsperiode sind wiederum die Ein- und Auslaufwechsel zu beachten. Prinzipiell kann die Ungleichförmigkeitsperiode bei beiden Winkeln enden, d. h. entweder mit dem Einlaufwinkel φ_E oder mit dem Auslaufwinkel φ_A (vgl. Bild 3.7, S. 32). Außer beim Doppelwechsel, bei dem ein Ein- und Auslaufwechsel gleichzeitig stattfindet, gibt es in jeder Ungleichförmigkeitsperiode genau einen Auslaufwechsel, ferner ist höchstens ein Doppelwechsel möglich. Falls die Ungleichförmigkeitsperiode beim Einlaufwinkel φ_E endet, muß sichergestellt sein, daß der Auslaufwinkel φ_A auch in der Ungleichförmigkeitsperiode liegt. D. h. die Ungleichförmigkeitsperiode kann nur dann beim Einlaufwinkel φ_E enden, wenn der Auslaufwinkel kleiner (oder gleich) dem Einlaufwinkel φ_E ist. Für die Festlegung des Periodenwinkels Ψ_{\max} ist daher eine Fallunterscheidung notwendig:

$$\Psi_{\max} = \begin{cases} \varphi_E & \text{für } \varphi_E \geq \varphi_A \\ \varphi_A & \text{für } \varphi_E < \varphi_A \end{cases} \quad (3.9)$$

Mit der max-Funktion ergibt sich die alternative Schreibweise

$$\Psi_{\max} = \max(\varphi_E, \varphi_A) \quad (3.10)$$

Der Lagewinkel φ ist nur für eine Ungleichförmigkeitsperiode definiert, d. h.

$$\Psi_{\min} < \varphi \leq \Psi_{\max} \quad (3.11)$$

Bedingt durch die Ein- und Auslaufwechsel kann die Ungleichförmigkeitsperiode in drei Phasen unterteilt werden, die nacheinander in folgender Reihenfolge in einer Ungleichförmigkeitsperiode durchlaufen werden:

$$\begin{array}{lll} \text{für } \varphi_E \geq \varphi_A : & \Psi_{\min} < \varphi \leq \varphi_A & \text{Auslaufphase} \\ & \varphi_A \leq \varphi \leq \varphi_{Sp} & \text{Spannphase} \\ & \varphi_{Sp} \leq \varphi \leq \varphi_E & \text{Einlaufphase} \end{array} \quad (3.12)$$

$$\begin{array}{lll} \text{für } \varphi_E < \varphi_A : & \Psi_{\min} < \varphi \leq \varphi_E & \text{Einlaufphase} \\ & \varphi_E < \varphi \leq \varphi_A & \text{Auslaufphase} \\ & \varphi_A \leq \varphi \leq \varphi_{Sp} & \text{Spannphase} \end{array}$$

Merkregel: Es liegt solange eine x-Phase vor, bis der x-Winkel erreicht ist.

Nach dieser Definition kann die Einlaufphase je nach Anordnungslage am Beginn oder Ende der Ungleichförmigkeitsperiode liegen. Je nach Periodenwinkel Ψ_{\max} ändert sich auch der Rollenwechselwinkel φ_R :

$$\varphi_R = \begin{cases} \varphi_A & \text{für } \varphi_E \geq \varphi_A \\ \varphi_E & \text{für } \varphi_E < \varphi_A \end{cases} \quad (3.13)$$

bzw. alternativ mit der min-Funktion

$$\varphi_R = \min(\varphi_E, \varphi_A) \quad (3.14)$$

Die Tatsache, daß sich beim Rollenwechsel auch die Starrkörperlänge ändert, bereitet bei numerischen Berechnungen der kinematischen Verhältnisse einige zusätzliche Probleme. Daher werden für die Starrkörperlänge k noch zwei weitere Variablen eingeführt. Die Starrkörperlänge k_1 entspricht der Starrkörperlänge, die bis zum Rollenwechsel gilt ($\Psi_{\min} < \varphi \leq \varphi_R$); die Starrkörperlänge k_2 entspricht der Starrkörperlänge nach dem Rollenwechsel ($\varphi_R < \varphi \leq \Psi_{\max}$):

$$\begin{aligned} k_1 &= \begin{cases} k_A & \text{für } \varphi_E \geq \varphi_A \\ k_E & \text{für } \varphi_E < \varphi_A \end{cases} \\ k_2 &= \begin{cases} k_E & \text{für } \varphi_E \geq \varphi_A \\ k_A & \text{für } \varphi_E < \varphi_A \end{cases} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Nachdem die wesentlichen Begriffe zum Bewegungsablauf eingeführt sind, ist die Beschreibung des kinematischen Modell beendet.

3.4 Kinematische Ersatzgetriebe

Bei der Beschreibung der verschiedenen Kettentriebe wurde bereits festgestellt, daß sich der Lastrum zwischen Antriebsrolle und Abtriebs- bzw. Führungsrolle wie ein Starrkörper verhält, solange er gespannt ist. Da die Starrkörperlänge k zwischen den Rollenwechseln konstant bleibt, können Kettentriebe durch kinematische Ersatzgetriebe abgebildet werden.

Die Abbildung eines Kettentriebs durch ein kinematisches Ersatzgetriebe bringt den Vorteil, daß für die unterschiedlichen Anordnungslagen nicht immer von neuem Gleichungen aufgestellt und gelöst werden müssen, die zudem nur sehr schwer ineinander überführbar sind. Viele Untersuchungen zu Sonderfällen können dadurch entfallen. In diesem Abschnitt werden daher die Methoden der Getriebelehre auf die Kettentriebe angewendet. In den Veröffentlichungen der Getriebelehre (z. B. MEYER ZUR CAPELLEN 1958, RANKERS 1958, WUNDERLICH 1970, BUSCH/HORAK 1976, HAGEDORN 1986, LOHSE 1986, VOLMER 1987, VOLMER 1992) werden zahlreiche kinematische Getriebe ausführlich beschrieben. Im folgenden wird untersucht, mit welchen kinematischen Getrieben die Kettentriebe abgebildet werden können.

Das in Bild 3.1, S. 25, dargestellte Modell eines **Zweiradtriebs** kann durch ein Viergelenkgetriebe abgebildet werden (s. Bild 3.10, S. 39). Das Viergelenkgetriebe, das auch als Gelenkviereck bezeichnet wird, besteht aus einem ortsfesten Gestell, den beiden An- und Abtriebsgelenken, den An- und Abtriebslenkern und der Koppel. Nach HAGEDORN (1986, S. 24) werden voll umlaufende Lenker als Kurbeln bezeichnet, hin- und herschwingende als Schwingen.

Im Vergleich mit Bild 3.1, S. 25 werden aus der An- bzw. Abtriebsrolle hier An- bzw. Abtriebsgelenk, aus den Radien der Teilkreise die An- bzw. Abtriebslenker und aus dem Starrkörper die Koppel. Der feste Achsabstand a wird durch das Gestell mit den beiden Gelenkpunkten wiedergegeben. Die Lage der Elemente wird durch die bereits bekannten Lagewinkel φ_t bzw. φ_g und den Neigungswinkel γ beschrieben, auch die anderen bereits in Bild 3.1 eingeführten Bezeichnungen ändern sich nicht.

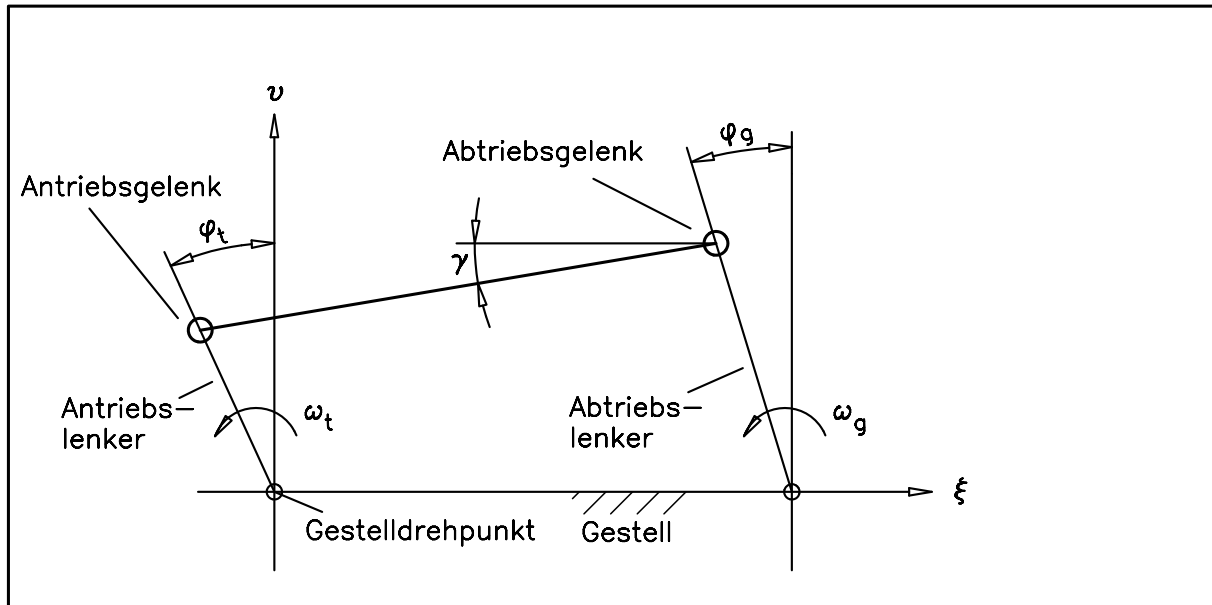


Bild 3.10: Darstellung der Analogie Viergelenkgetriebe - Zweiradtrieb

Der **geführte Kettentrieb** kann nicht ohne weiteres mit dem Viergelenkgetriebe abgebildet werden, da die Darstellung von der Bahnform der Führung abhängig ist; d. h. ob eine gerade, kreisförmige oder beliebig gekrümmte Führung vorliegt.

Ist der Krümmungsradius der Führungsbahn konstant und endlich groß, so kann der Kettentrieb durch das zuvor beim Zweiradtrieb beschriebene Viergelenkgetriebe beschrieben werden. Eine weitergehende Betrachtung ist für kreisförmige Führungsbahnen daher nicht notwendig.

Im Unterschied zum Bild 3.10, S. 39, wird beim Kettentrieb mit gerader Führung die Länge des Abtriebslenkers unendlich groß, der Gestelldrehpunkt des Abtriebslenkers kann nicht mehr dargestellt werden. Das Abtriebsgelenk bewegt sich jetzt nur noch linear auf der Führungsgeraden. Das lokale ξ - v -Koordinatensystem hat seinen Ursprung wieder im Gestelldrehpunkt des Antriebslenkers und die Abszisse ist parallel zur Führungsgeraden orientiert. Da die Länge des Abtriebslenkers ungleich der Führungshöhe ist ($r_g \neq h$), wird diese Schubkurbel auch als **exzentrische** oder **geschränkte Schubkurbel** bezeichnet (vgl. MEYER ZUR CAPELLEN 1958, S. 8).

Ist die Bahn der Führung beliebig gekrümmt, kann das Viergelenkgetriebe nur dann angewendet werden, wenn die Länge des Abtriebslenkers r_g als Funktion der Bahnkoordinate betrachtet wird. D. h. der Kettentrieb kann zwar prinzipiell als Viergelenkgetriebe abgebildet werden, die daraus abgeleiteten Aussagen gelten aber nur für eine bestimmte Winkelstellung φ_t . Schon bei einem Winkel $\varphi_t + \Delta\varphi_t$ hat sich r_g verändert, was zwangsläufig zu anderen Bewegungsverhältnissen führen wird. Inwieweit die Anwendung des Viergelenkgetriebes auf den Kettentrieb mit beliebig gekrümmter Führungsbahn sinnvoll ist, wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit noch geklärt.

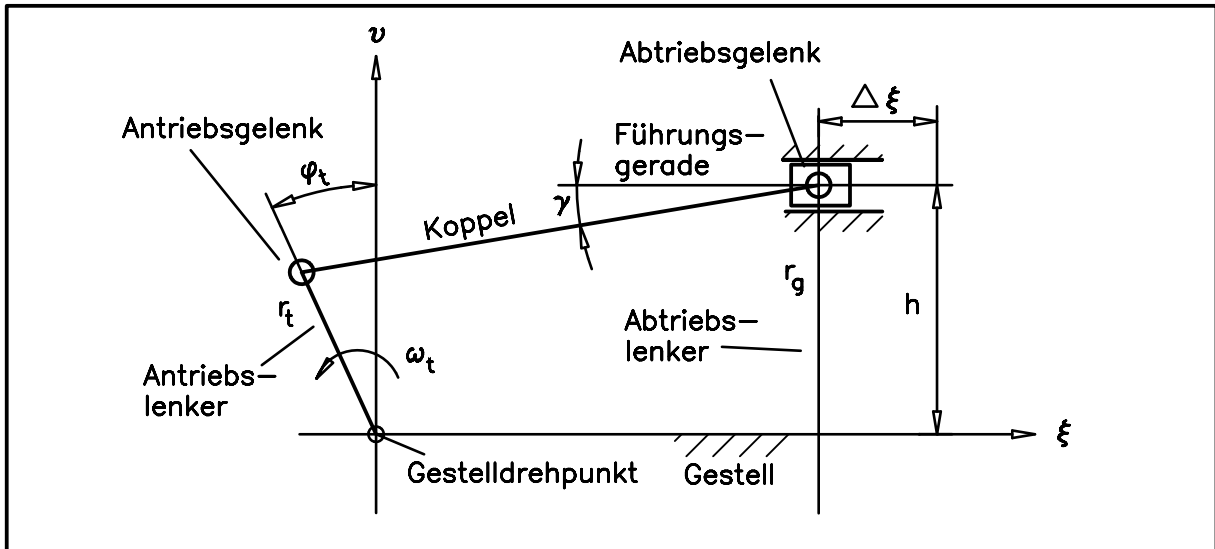


Bild 3.11: Darstellung der Analogie exzentrische Schubkurbel - Kettentrieb mit gerader Führung

Schließlich soll noch der in Bild 3.5, S. 31, dargestellte **Einradtrieb** betrachtet werden, welcher sich durch eine Kreuzschubkurbel darstellen läßt (s. Bild 3.12, S. 40).

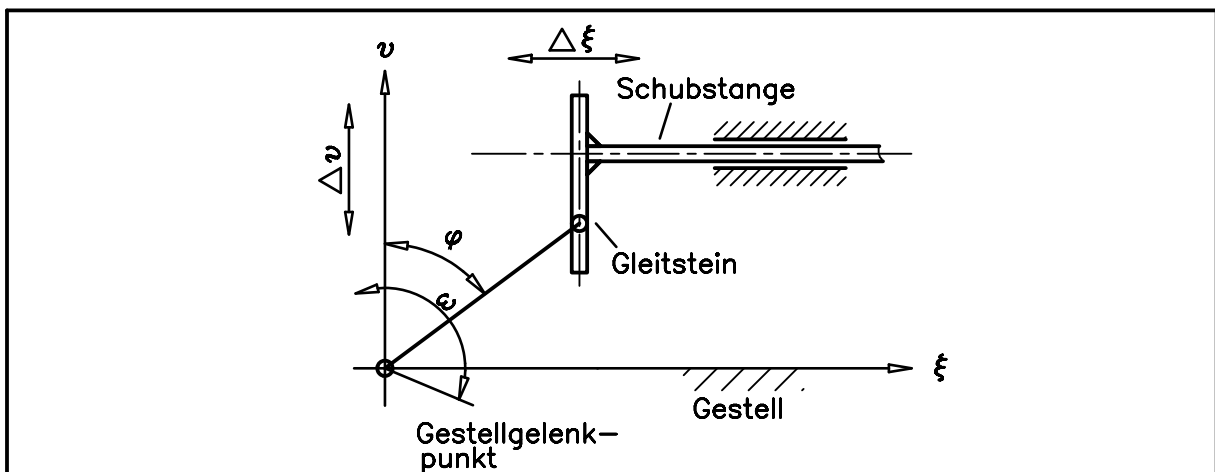


Bild 3.12: Darstellung der Analogie Kreuzschubkurbel - Einradtrieb

Die Kreuzschubkurbel ist eine Schubkurbel, deren Abtriebsgelenk zu einer Geradführung umgewandelt wurde. Das lokale Koordinatensystem hat seinen Ursprung wieder im Gestellgelenkpunkt des Antriebslenkers und die Abszisse ist parallel zur Schubstange. Die Horizontalbewegung des Lasttrums kann durch die Größe $\Delta\xi$, die der Bewegung der Schubstange entspricht, angegeben werden. Die Vertikalbewegung Δv des Gleitsteins entspricht der Vertikalbewegung des sich parallel zur Abszisse bewegendes Lasttrums. Da der Einradtrieb für die Untersuchung von geführten Kettentrieben ohne weitere Bedeutung ist, soll er hier nicht weiter behandelt werden.

Zusammenfassend kann damit festgestellt werden, daß für die Untersuchung der Kinematik von Kettentrieben mit Führung drei Fälle von kinematischen Ersatzgetrieben zu unterscheiden sind:

- Der Bewegungsverlauf eines Kettentriebs mit gerader Führung kann durch den exzentrischen Schubkurbeltrieb abgebildet werden.
- Kettentriebe mit kreisförmiger Führung entsprechen, wie ungeführte Zweiradtriebe, einem allgemeinen Viergelenkgetriebe.
- Ist die Führung beliebig gekrümmt, kann als Ersatzgetriebe auch das allgemeine Viergelenkgetriebe angewendet werden, wenn beachtet wird, daß die Länge des Abtriebslenkers von der Bahnkoordinate abhängt.

Im nächsten Abschnitt wird nun dargestellt, wie über die kinematischen Ersatzgetriebe die Kinematik eines Kettentriebs berechnet werden kann.

3.5 Vorgehensweise bei der Berechnung

Am Beispiel eines Kettentriebs mit gerader Führung sei das Vorgehen bei der Berechnung der Kinematik beschrieben. Wie im letzten Abschnitt gezeigt wurde, kann ein Kettentrieb mit gerader Führung durch eine exzentrische Schubkurbel abgebildet werden. Der Schubkurbeltrieb entspricht zunächst einem Kettenrad mit nur einen Zahn. Bei der direkten Übertragung des Bewegungsverhaltens der Schubkurbel auf den Kettentrieb müßte der Teilungswinkel also $\tau = 360^\circ$ betragen. Der Antriebslenker kann hier periodisch umlaufen, Rollenwechsel gibt es keine. Bei größerer Zähnezahlf finden dann aber zwangsläufig Rollenwechsel statt, der Bewegungsverlauf beginnt bei jedem Rollenwechsel von neuem.

Mit dem in Bild 3.13, S. 42, dargestellten qualitativen Verlauf der Geschwindigkeit des Abtriebsgelenks der Schubkurbel soll dieser Sachverhalt prinzipiell dargestellt werden. Ein voll umlauffähiger Schubkurbeltrieb soll beispielsweise eine näherungsweise cosinusförmige Veränderung der Geschwindigkeit erzeugen. Beim Kettentrieb wird der Bewegungsablauf durch die Rollenwechsel unterbrochen; d. h. der Geschwindigkeitsverlauf hat höchstens für eine Ungleichförmigkeitsperiode $\Delta\Psi$ Gültigkeit. Je nach geometrischer Konstellation (Teilkreisradius, Starrkörperlänge, Führungshöhe) beginnt der Geschwindigkeitsverlauf bei einem Lagewinkel Ψ_{\min} und endet nach Durchlaufen der Ungleichförmigkeitsperiode bei dem Winkel Ψ_{\max} . Der jetzt stattfindende Rollenwechsel verändert den Geschwindigkeitsverlauf so, daß er wieder bei Ψ_{\min} beginnt. Der Geschwindigkeitsverlauf des Kettentriebs setzt sich daher aus einer Aneinanderreihung von "Teil-Cosinuskurven" zusammen.

Bei der Bestimmung des Bewegungsverhaltens eines Kettentriebs muß daher wie folgt vorgegangen werden:

- Zunächst ist zu untersuchen, welches kinematische Ersatzgetriebe auf den vorliegenden Kettentrieb angewendet werden kann. Mit der Auswahl liegt das prinzipielle Bewegungsverhalten des Kettentriebs fest.
- Danach sind die Winkelgrenzen Ψ_{\min} und Ψ_{\max} zu bestimmen, innerhalb welcher das Bewegungsverhalten des kinematischen Ersatzgetriebes für den Kettentrieb gilt.
- Das innerhalb der Winkelgrenzen geltende Bewegungsverhalten ist periodisch fortzusetzen.

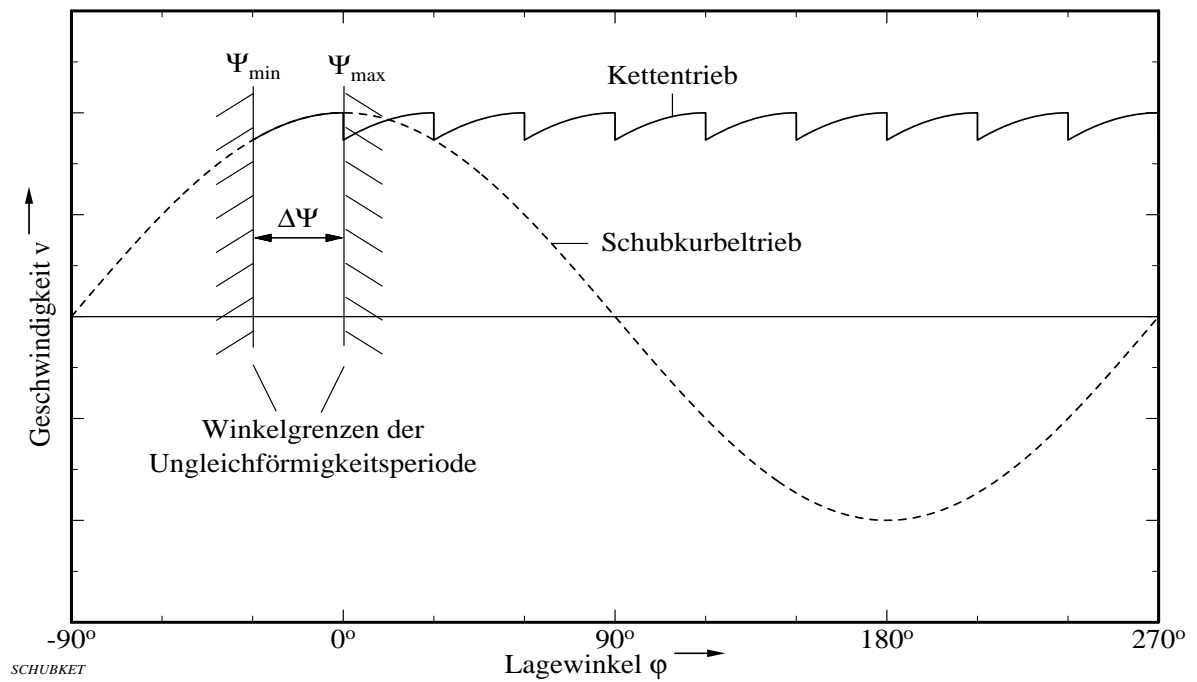


Bild 3.13: Durch Rollenwechsel unterbrochener Bewegungsablauf dargestellt am Verlauf der Kettengeschwindigkeit über dem Lagewinkel φ

Im folgenden Kapitel werden die Bewegungsverhältnisse zunächst für einen Kettentrieb mit geraden Führungen analytisch untersucht.

4 Kettentrieb mit gerader Führung

4.1 Allgemeine Beschreibung der Bewegungsverhältnisse

Wie im letzten Kapitel gezeigt wurde, kann ein Kettentrieb mit gerader Führung zwischen den Rollenwechseln durch einen exzentrischen Schubkurbeltrieb abgebildet werden. Dieser spezielle Typ des Schubkurbeltriebs ist sehr ausführlich von MEYER ZUR CAPELLEN (1958) untersucht worden. Es werden Sonderfälle (z. B. Totlagen, Umlauffähigkeit) behandelt, Bewegungsgleichungen für Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung aufgestellt und Näherungslösungen vorgestellt. Für das kinematische Modell eines Kettentriebs sind diese Bewegungsgleichungen allerdings nicht geeignet, so daß entsprechende Gleichungen hergeleitet und dabei die Besonderheiten des Kettentriebs berücksichtigt werden. Danach wird auf die Bewegungsschwankungen eines nach der Führung angeordneten Abtriebsrades eingegangen.

4.1.1 Verlauf des Führungsweges

Bild 4.1 zeigt den exzentrischen Schubkurbeltrieb mit der Nomenklatur des kinematischen Modells. Das Antriebskettenrad dreht mit der Winkelgeschwindigkeit ω um den Ursprung des lokalen Koordinatensystems. Die Lage der Antriebsrolle wird durch den Teilkreisradius r und den Lagewinkel φ bestimmt. Antriebsrolle und Führungsrolle sind durch einen Starrkörper der Länge k miteinander gekoppelt, der um den Neigungswinkel γ gegenüber der Führungsgeraden geneigt ist. Die Führungsrolle kann sich nur linear auf der Führungsgeraden bewegen, welche den Abstand h (Führungshöhe) zur ξ -Achse hat. Die den An- und Abtrieb kennzeichnenden Indizes t und g sind hier nicht erforderlich und werden weggelassen.

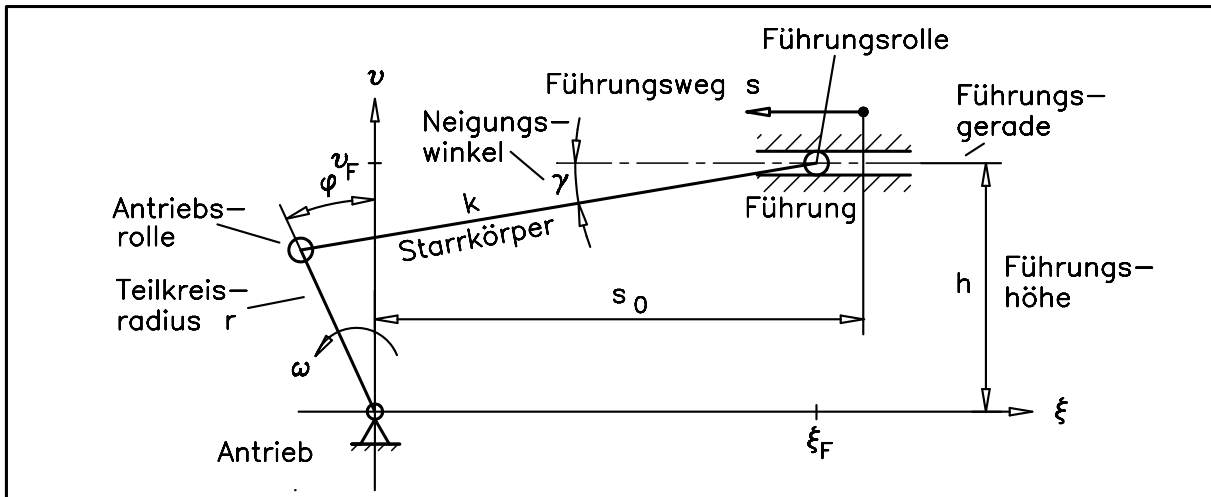


Bild 4.1: Geometrieverhältnisse dargestellt am Modell des exzentrischen Schubkurbeltriebs

Die Position der Führungsrolle wird durch die Koordinaten (ξ_F, v_F) angegeben, die sich aus der Projektion der Elementlängen auf die Koordinatenachsen ergeben:

$$\xi_F = k \cos \gamma - r \sin \varphi \quad (4.1)$$

$$v_F = k \sin \gamma + r \cos \varphi \quad (4.2)$$

Sind bei einem gegebenen Kettentrieb die Koordinaten (ξ_F, v_F) bekannt so können über diese beiden Gleichungen Lage- und Neigungswinkel bestimmt werden: Mit Hilfe des am

Einheitskreis angewandten Satz des Pythagoras $\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$ wird Gl. 4.1 folgendermaßen umgeformt:

$$\begin{aligned}\xi_F &= k\sqrt{1 - \sin^2 \gamma} - r \sin \varphi \\ k^2(1 - \sin^2 \gamma) &= (\xi_F + r \sin \varphi)^2 \\ k \sin \gamma &= \sqrt{k^2 - (\xi_F + r \sin \varphi)^2}\end{aligned}\quad (4.3)$$

In analoger Weise folgt aus Gl. 4.2

$$k \cos \gamma = \sqrt{k^2 - (\nu_F - r \cos \varphi)^2} \quad (4.4)$$

sowie für den Lagewinkel φ

$$k \cos \varphi = \sqrt{k^2 - (\xi_F - r \cos \gamma)^2} \quad (4.5)$$

$$k \sin \varphi = \sqrt{k^2 - (\nu_F - r \sin \gamma)^2} \quad (4.6)$$

Die Bahn der Führungsrolle verläuft in einem konstanten Abstand von der Abszisse, d. h. ihre Bewegung hat nur eine Komponente in ξ -Richtung. Für die ν -Koordinate kann daher die Führungshöhe h eingesetzt werden:

$$\nu_F = h = \text{const.} \quad (4.7)$$

und aus Gl. 4.4 wird

$$\begin{aligned}k \cos \gamma &= \sqrt{k^2 - (h - r \cos \varphi)^2} \\ \cos \gamma &= \sqrt{1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi\right)^2}\end{aligned}\quad (4.8)$$

$$= \frac{r}{k} \sqrt{\left(\frac{k}{r}\right)^2 - \left(\frac{h}{r} - \cos \varphi\right)^2} \quad (4.9)$$

Mit der Beziehung $\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$

$$\sin \gamma = \frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \quad (4.10)$$

und daraus schließlich für den Neigungswinkel γ

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi\right) \quad (4.11)$$

Der von der Führungsrolle zurückgelegte **Führungsweg** s wird ab einer willkürlich festgelegten **Referenzstrecke** s_0 in Richtung der negativen Abszisse positiv gezählt (vgl. Bild 4.1, S. 43). Es folgt daher:

$$s_{(\varphi)} = s_0 - \xi_{F(\varphi)}, \quad (4.12)$$

wobei $\xi_{F(\varphi)}$ nach Gl. 4.1, S. 43, ersetzt werden kann

$$s_{(\varphi)} = s_0 - (k \cos \gamma - r \sin \varphi), \quad (4.13)$$

und mit Eliminierung des Neigungswinkels γ über Gl. 4.9 ergibt sich die gesuchte Beziehung zwischen Führungsweg s und Lagewinkel φ :

$$s = s_0 + r \sin \varphi - r \sqrt{\left(\frac{k}{r}\right)^2 - \left(\frac{h}{r} - \cos \varphi\right)^2} \quad (4.14)$$

Der Hinweis auf die Abhängigkeit der Bewegungsgrößen vom Lagewinkel φ wird im folgenden nur noch dann angegeben, wenn dies notwendig ist. Wird der Führungsweg s noch auf den Teilkreisradius r bezogen, so ergibt sich der **bezogene Führungsweg** zu

$$\frac{s}{r} = \frac{s_0}{r} + \sin \varphi - \frac{k}{r} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi\right)^2} \quad (4.15)$$

Damit kann der Führungsweg berechnet werden. Setzt man in Gl. 4.14 die Referenzstrecke $s_0 = 0$ und nimmt den Betrag, so erhält man unmittelbar die Gleichung zur Berechnung des Führungsrollenabstandes f_R (vgl. Bild 3.2, S. 26):

$$f_R = \left| r \sin \varphi - r \sqrt{\left(\frac{k}{r}\right)^2 - \left(\frac{h}{r} - \cos \varphi\right)^2} \right| \quad (4.16)$$

Wird die Beziehung Gl. 4.15 für den Führungsweg näher betrachtet, so ist zu erkennen, daß neben der Laufvariablen φ noch drei weitere Parameter enthalten sind:

- die auf den Teilkreisradius bezogene Referenzstrecke s_0/r . Sie ist frei wählbar, aber konstant und kann auch zu null werden.
- die auf die Starrkörperlänge bezogene Führungshöhe h/k . In der Getriebelehre wird dieser Parameter auch als Schränkungsverhältnis λ bezeichnet (MEYER ZUR CAPELLEN 1958, S. 9).
- die auf den Teilkreisradius bezogene Starrkörperlänge k/r . In der Getriebelehre wird der dazu reziproke Wert $\varepsilon = r/k$ als Schubstangenverhältnis definiert (MEYER ZUR CAPELLEN 1958, S. 9).

Interessant ist ferner, daß bei der Bestimmung des Führungsweges der Führungsabstand f nicht direkt benötigt wird. Indirekt wird der Führungsabstand allerdings durch die Starrkörperlänge k berücksichtigt (vgl. Bild 3.2, S. 26), da die Starrkörperlänge bei gleichbleibender Führungshöhe mit dem Führungsabstand wächst. Das in Bild 4.1, S. 43, dargestellte Modell des Schubkurbeltriebs setzt daher voraus, daß der von der Führungsrolle zurückgelegte Weg auch tatsächlich in der Führung zurückgelegt werden kann. Der Führungsabstand f und die Länge der Führung müssen daher entsprechend groß gewählt werden. Dies muß bei der Herleitung der kinematischen Gleichungen zunächst nicht weiter beachtet werden.

Die beiden Parameter s_0/r und h/k sollen nun bezüglich ihrer Auswirkung auf den Führungsweg s hin untersucht werden.

Einfluß der Starrkörperlänge k

Bevor der Einfluß der Starrkörperlänge k auf den Führungsweg beschrieben wird, muß zunächst noch auf eine geometrische Einschränkung bei der Festlegung der Starrkörperlänge

eingegangen werden. Bei dem in Bild 4.1, S. 43, dargestellten Modell des Schubkurbeltriebs kann der Antriebslenker (Teilkreisradius) nur voll umlaufen, wenn ein bestimmtes Verhältnis von Teilkreisradius r , Führungshöhe h , -abstand f und Starrkörperlänge k eingehalten wird; d. h. bei gegebener Anordnung der Führung muß der Starrkörper die erforderliche Länge k_{erf} aufweisen:

$$k \geq k_{\text{erf}} = r + \sqrt{h^2 + f^2} \quad (4.17)$$

Da der Führungsabstand f in Gl. 4.15, S. 45, nicht benötigt wird, ist es sinnvoll, für den voll umlauffähigen Schubkurbeltrieb einen Starrkörper mit der Mindestlänge k_{min} zu fordern, der unabhängig vom Führungsabstand ist:

$$k \geq k_{\text{min}} = \begin{cases} r + h & \text{für } h \geq r \\ 2r & \text{für } h < r \end{cases} \quad (4.18)$$

Die Forderung $k \geq k_{\text{min}} = 2r$ ist trivial, da die Starrkörperlänge bei einem voll umlauffähigen Trieb mindestens so groß wie der Teilkreisdurchmesser sein muß. Liegt die Führung dagegen oberhalb der Tangentenanordnung, dann wird auch die Mindestlänge des Starrkörpers größer. In diesem Fall ergibt sich die minimal mögliche Starrkörperlänge bei einem Führungsabstand von $f = 0$ bzw. bei einem Lagewinkel $\varphi = 0^\circ$. Ist die Starrkörperlänge $k > k_{\text{min}}$, dann sind bei einer festgelegten Führungshöhe im allgemeinen mehrere Führungsabstände möglich.

Im folgenden wird nun der Einfluß der Starrkörperlänge auf den Führungsweg untersucht. Bei sehr großen Längen $k \rightarrow \infty$ gilt für den Grenzwert des bezogenen Führungsweges s/r nach Gl. 4.15:

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{s}{r} \right) &= \frac{s_0}{r} + \sin \varphi - \frac{k}{r} \\ &= \sin \varphi + C_0 \quad C_0 = \text{const.} \end{aligned} \quad (4.19)$$

In Gl. 4.15 geht beim Grenzübergang der Term in der Klammer gegen null und folglich die Diskriminante gegen eins. Übrig bleibt der Faktor k/r , der zwar gegen unendlich strebt, aber konstant und deshalb mit der bezogenen Referenzstrecke zu der gemeinsamen Konstanten C_0 zusammengefaßt werden kann. Der bezogene Führungsweg folgt daher bei einer Änderung des Lagewinkel φ einer Sinusfunktion. Eine Grenzwertbetrachtung für $k \rightarrow 0$ ist nicht sinnvoll. Wie aus Bild 4.1, S. 43, schon anschaulich klar wird, kann für eine vorgegebene Führungshöhe h geometrisch nicht jede Starrkörperlänge realisiert werden. Beispielsweise kann sich der Antrieb bei einer Führungshöhe $h = r$ und einer Starrkörperlänge $k = 0$ nicht mehr drehen; der Wertebereich von φ wird zu null.

Diese Betrachtungen sollen nun anhand einer grafischen Darstellung des bezogenen Führungsweges s/r für variable Starrkörperlängen weiter veranschaulicht werden. In Bild 4.2, S. 47, ist dazu der bezogene Führungsweg über dem Lagewinkel dargestellt. Da sich bei einem Kettentrieb der Lagewinkel immer um die Nullage herum bewegt, werden in den folgenden Darstellungen die kinematischen Größen über den Lagewinkel φ für den Bereich $-180^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$ aufgetragen. Für die Berechnung der Graphen wurde Gl. 4.15, S. 45, mit der Führungshöhe $h/r = 0.75$ zugrundegelegt. Die Graphen für $k/r < 2$ sind durch ihren unstetigen Verlauf gekennzeichnet, da nicht für alle Winkellagen eine dazu verträgliche Geometrie existiert; d. h. die Graphen verlaufen nicht über den gesamten dargestellten Bereich des Lagewinkels φ . Der Graph $k/r = 2$ stellt den Grenzfall eines gerade noch umlauffähigen Antriebs dar; d. h. hier ist gerade noch die Bedingung $k_{\text{min}} = 2r$ erfüllt (vgl.

Gl. 4.18, S. 46). Je größer die bezogene Starrkörperlänge wird, desto mehr nähert sich der Verlauf der Graphen einer Sinusfunktion an. Auch für andere Anordnungsarten ergibt sich qualitativ ein ähnlicher Verlauf der Graphen.

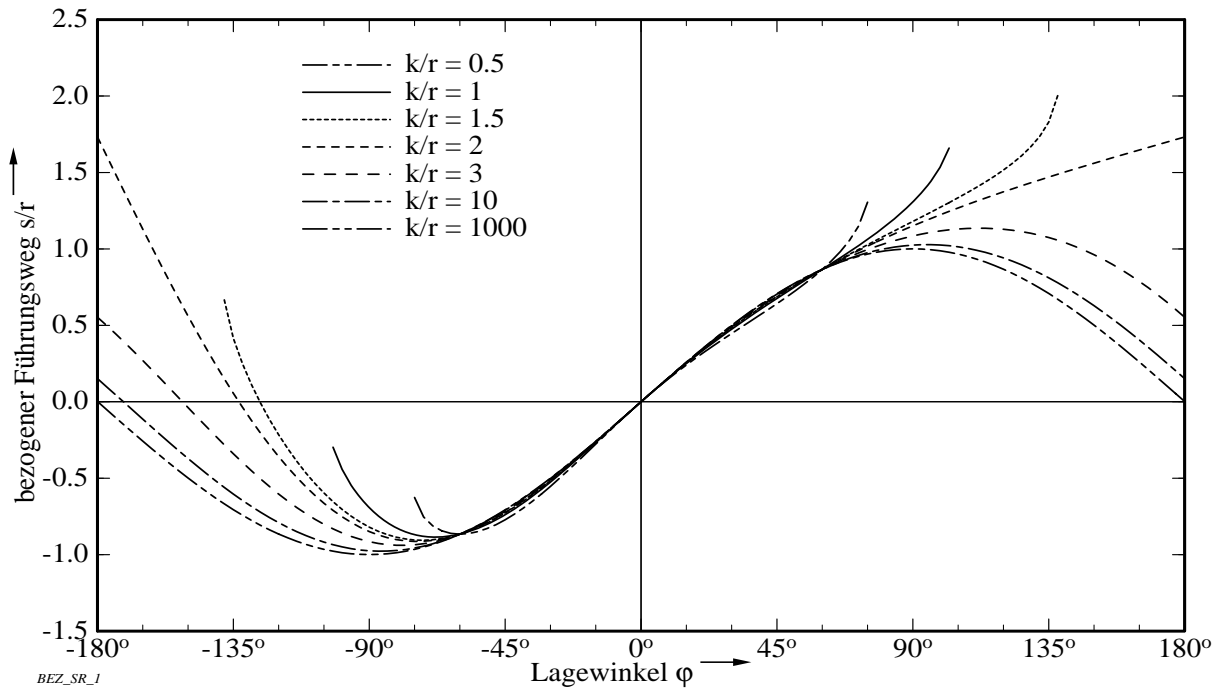


Bild 4.2: Bezogener Führungsweg s/r dargestellt über dem Lagewinkel φ bei einer bezogenen Führungshöhe $h/r = 0.75$ mit der bezogenen Starrkörperlänge k/r als Parameter

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die Starrkörperlänge zwar beliebig groß werden kann, aber nicht beliebig klein. Wird die Starrkörperlänge sehr groß, so verläuft der Führungsweg sinusförmig; wird sie dagegen kleiner, wird der Verlauf zunehmend unsymmetrischer bis er schließlich unstetig wird und nicht mehr alle Winkellagen möglich sind.

Einfluß der Führungshöhe h

Die bezogene Führungshöhe h/r wirkt sich ähnlich auf den Verlauf des Führungsweges aus wie die bezogene Starrkörperlänge. In Bild 4.3, S. 48, ist der bezogene Führungsweg s/r für verschiedene bezogene Führungshöhen h/r über dem Lagewinkel φ aufgetragen. Analog zum vorhergehenden Diagramm erfolgte die Berechnung über Gl. 4.15, S. 45, die bezogene Starrkörperlänge wurde mit $k/r = 3$ festgelegt und die bezogene Referenzstrecke s_0/r wurde zu null gesetzt.

Wie aus Bild 4.3 zu sehen ist, nähern sich für kleine bezogene Führungshöhen die Graphen dem Sinus des Lagewinkel φ an. Solange $k > r$ ist, kann sogar der Fall $h/r = 0$ eintreten; d. h. die Führungsgerade ist mit der ξ -Koordinatenachse identisch. Der Graph zu $h/r = 2$ stellt den Grenzfall des gerade noch umlauffähigen Antriebs dar, für den die Bedingung $h_{\max} = k - r$ noch gilt (vgl. Gl. 4.18, S. 46). Für größere bezogene Führungshöhen verlaufen die Graphen nicht alle über den gesamten dargestellten Bereich des Lagewinkels φ , was man sich wiederum an Bild 4.1, S. 43, verdeutlichen kann: wegen der geometrischen Zwangsbedingungen kann bei einer vorgegebenen Starrkörperlänge die Führungshöhe für einen vollen Umlauf nicht beliebig groß werden. In Bild 4.3 sind keine bezogenen Führungshöhen $h/r < 0$

dargestellt, da dies einer Anordnungsart entspricht, die einen Schubkurbeltrieb mit entgegengesetzter Drehrichtung darstellt.

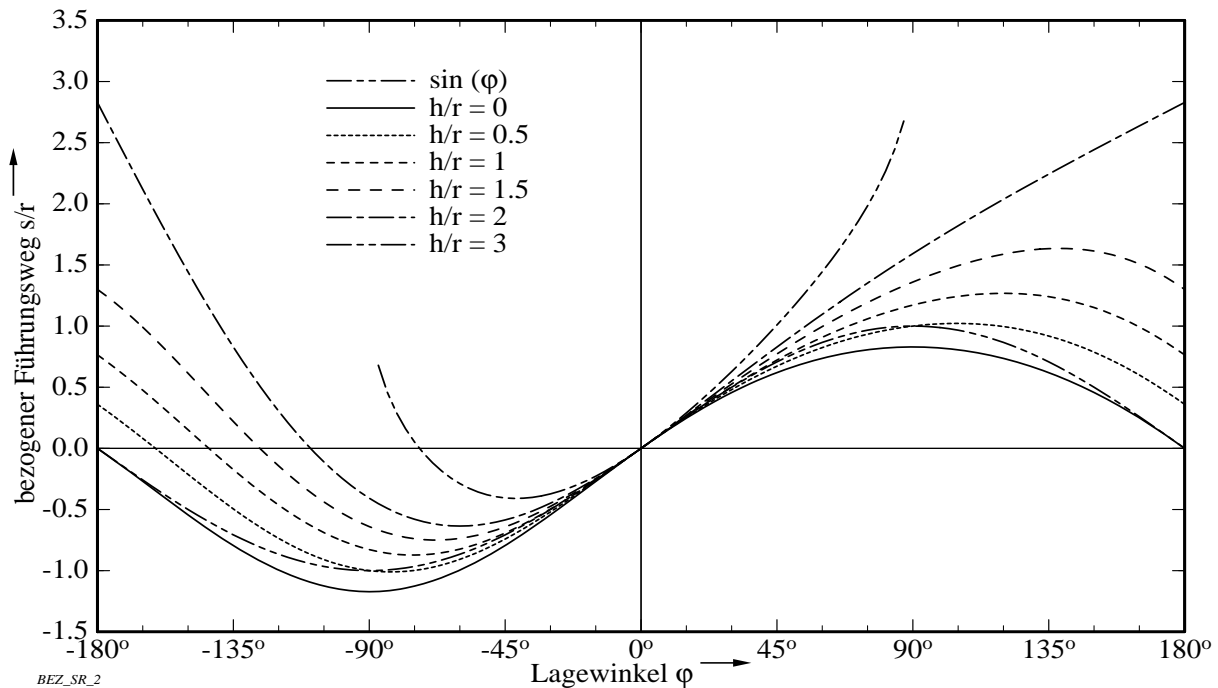


Bild 4.3: Bezogener Führungsweg s/r aufgetragen über dem Lagewinkel φ bei einer bezogenen Starrkörperlänge $k/r = 3$ und der bezogenen Führungshöhe h/r als Parameter

4.1.2 Verlauf der Führungsgeschwindigkeit

Die momentane **Führungsgeschwindigkeit** v der Führungsrolle hängt ebenso wie der Weg s von dem Lagewinkel φ ab. Der Geschwindigkeitsverlauf kann daher durch Ableiten der Gl. 4.15, S. 45, berechnet werden:

$$v = \dot{s} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \omega \quad (4.20)$$

Durch Anwendung der Kettenregel ergibt sich für die **bezogene Führungsgeschwindigkeit**, die auf die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bezogen wird:

$$\begin{aligned} \frac{v}{\omega r} &= \cos \varphi - \frac{\frac{1}{2} \frac{k}{r} \left(-2 \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \right) \right) \frac{r}{k} \sin \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \right)^2}} \\ &= \cos \varphi + \sin \varphi \frac{\left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \right)^2}} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Falls der Neigungswinkel bekannt ist, kann durch Einsetzen von Gl. 4.8 und Gl. 4.10, S. 44, und unter Verwendung der Beziehung $\sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma}$ die bezogene Führungsgeschwindigkeit auch vereinfacht ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \frac{v}{\omega r} &= \cos \varphi + \sin \varphi \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \\ &= \cos \varphi + \sin \varphi \tan \gamma \end{aligned} \quad (4.22)$$

Ergänzend sei angemerkt, daß die Führungsgeschwindigkeit alternativ auch über die Momentanpoltheorie ermittelt werden (vgl. HAGEDORN 1986, S. 52ff., LOTZ SA 1991).

Wie bei den Betrachtungen zum Führungsweg soll auch hier der Einfluß der Starrkörperlänge und der Führungshöhe untersucht werden. Ferner wird noch qualitativ der Einfluß des Neigungswinkels diskutiert.

Einfluß der Starrkörperlänge k

In Bild 4.4, S. 49, ist der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit über dem Lagewinkel φ dargestellt. Die Graphen wurden über Gl. 4.21 berechnet, wobei die bezogene Führungshöhe $h/r = 0.75$ gesetzt wurde. Mit zunehmender bezogener Starrkörperlänge k/r nähern sich die Graphen einem kosinusförmigen Verlauf an.

Mit kleiner werdender Starrkörperlänge konvergieren die Graphen gegen den Kurvenverlauf mit der kleinstmöglichen Starrkörperlänge ($k/r = 2$), mit welcher der Schubkurbeltrieb gerade noch voll umlaufen kann.

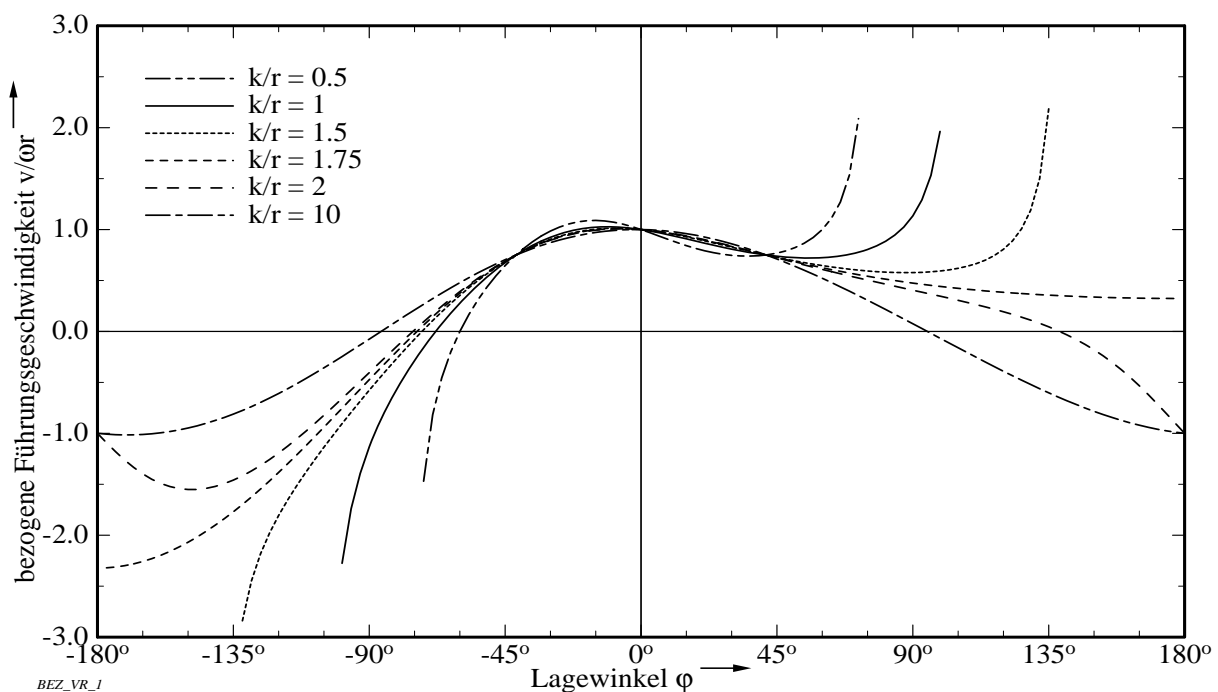


Bild 4.4: Bezogene Führungsgeschwindigkeit $v/\omega r$ aufgetragen über dem Lagewinkel φ bei einer bezogenen Führungshöhe $h/r = 0.75$ und der bezogenen Starrkörperlänge k/r als Parameter

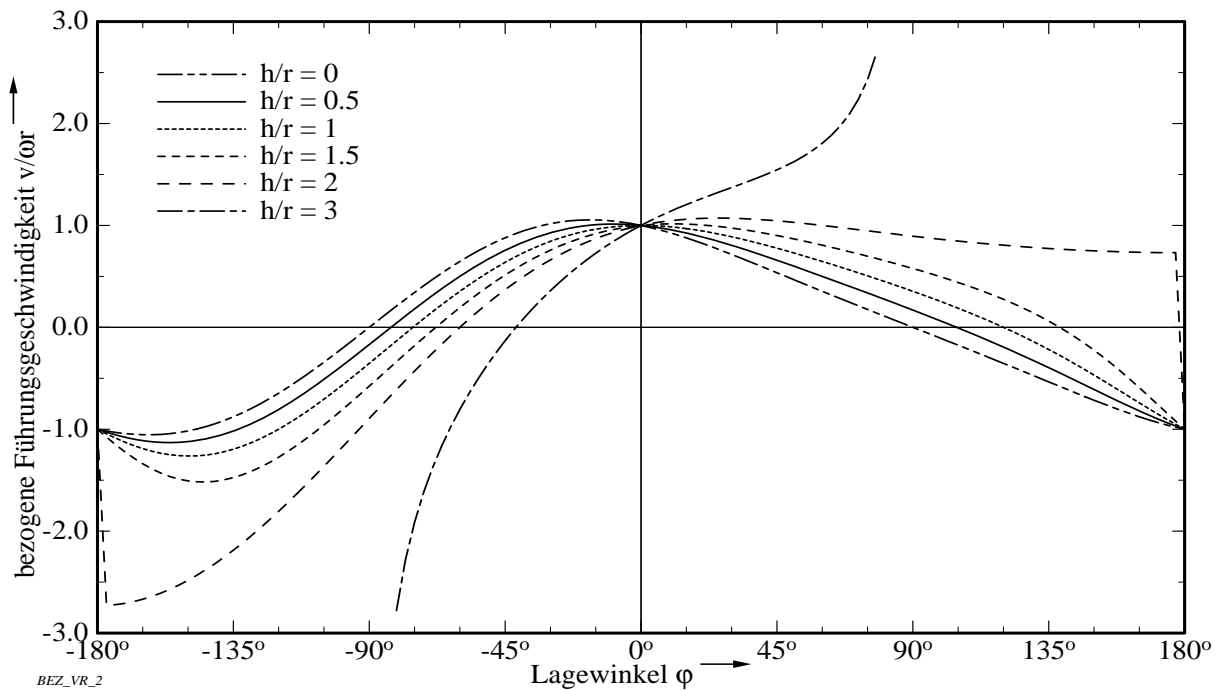


Bild 4.5: Bezogene Führungsgeschwindigkeit $v/\omega r$ aufgetragen über dem Lagewinkel φ bei einer bezogenen Starrkörperlänge $k/r = 3$ und der bezogenen Führungshöhe h/r als Parameter

Einfluß der Führungshöhe h

Der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit mit der bezogenen Führungshöhe ist ähnlich dem vorangegangenen Bild. In Bild 4.5, S. 50, ist der Verlauf der bezogenen Führungsgeschwindigkeit $v/\omega r$ über dem Lagewinkel φ in Abhängigkeit vom Parameter Führungshöhe dargestellt. Die Graphen wurden über Gl. 4.21, S. 48, berechnet, wobei die bezogene Starrkörperlänge $k/r = 3$ gesetzt wurde. Deutlich zu erkennen ist wieder der Graph für den Grenzfall des gerade noch umlauffähigen Schubkurbeltriebs ($h/r = 2$). Im weiteren gelten die Ausführungen zum Einfluß der bezogenen Führungshöhe auf den Führungsweg analog.

Einfluß des Neigungswinkels γ

Der Neigungswinkel γ ergibt sich durch die geometrische Konstellation von Lagewinkel φ , Teilkreisradius r , Starrkörperlänge k und Führungshöhe h und muß daher nicht besonders berücksichtigt werden. Betrachtet man jedoch den durch Gl. 4.22, S. 49, gegebenen Geschwindigkeitsverlauf, so ist er vergleichbar mit einer Kosinusschwingung, der eine vom Neigungswinkel abhängige Sinusschwingung überlagert wird. Der Einfluß des Neigungswinkels auf die Führungsgeschwindigkeit soll daher dennoch kurz untersucht werden. Der Neigungswinkel γ kann mit Hilfe von Gl. 4.11, S. 44, berechnet werden:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi\right)$$

Die Arcussinusfunktion verläuft punktsymmetrisch durch den Ursprung, so daß sich Verkleinerungen und Vergrößerungen ihres Arguments stets gleichsinnig auf ihren Wert auswirken. Das Argument der Arcusfunktion besteht aus zwei Termen; nur der zweite Term ist vom Lagewinkel abhängig und ändert daher seinen Wert im Verlauf der Bewegung. Der Faktor r/k verstärkt den Kosinuswert und kann deshalb als "Amplitude" des Neigungs-

winkelverlaufes interpretiert werden. Der Term h/k bewirkt dagegen eine Verschiebung des Neigungswinkelverlaufs und kann daher als "Phasenverschiebung" bezeichnet werden. Man kann daher folgern, daß sich der Neigungswinkel γ dem Lagewinkel genau dann phasengleich überlagert, wenn die Führungshöhe gleich null wird. Außerdem wird für größere Starrkörperlängen k der Einfluß des Neigungswinkels immer kleiner.

4.1.3 Verlauf der Führungsbeschleunigung

Die auf die Führungsrolle innerhalb der Führung wirkende **Führungsbeschleunigung** a wird durch Ableitung der Führungsgeschwindigkeit v bestimmt:

$$a = \dot{v} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \omega \quad (4.23)$$

Wird Gl. 4.22, S. 49, für die Ableitung der Führungsgeschwindigkeit benutzt, so ergibt sich für die bezogene Führungsbeschleunigung

$$\frac{a}{\omega^2 r} = -\sin \varphi + \sin' \varphi \tan \gamma + \sin \varphi \tan' \gamma \quad (4.24)$$

Die Ableitung der Tangensfunktion $\tan' \gamma$ ergibt sich aus der Anwendung der Kettenregel und Verwendung der Gl. 4.8, S. 44, und Gl. 4.11, S. 44

$$\begin{aligned} \tan' \gamma &= \frac{1}{\cos^2 \gamma} \gamma' \\ &= \frac{1}{\cos^2 \gamma} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \right)^2}} \frac{r}{k} \sin \varphi \\ &= \frac{r \sin \varphi}{k \cos^3 \gamma} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Die bezogene Führungsbeschleunigung ergibt sich damit zu

$$\frac{a}{\omega^2 r} = -\sin \varphi + \cos \varphi \tan \gamma + \frac{r \sin^2 \varphi}{k \cos^3 \varphi} \quad (4.26)$$

Ersetzt man $\tan \gamma = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma}$, so ergibt sich durch Einsetzen von γ über Gl. 4.11, S. 44, bzw. $\cos \gamma$ nach Gl. 4.8, S. 44, schließlich:

$$\frac{a}{\omega^2 r} = -\sin \varphi + \cos \varphi \frac{\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \right)^2}} + \frac{r}{k} \frac{\sin^2 \varphi}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi \right)^2 \right)^3}} \quad (4.27)$$

In Bild 4.6, S. 52, ist der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit über dem Lagewinkel φ in Abhängigkeit vom Parameter Starrkörperlänge dargestellt. Die Graphen wurden über Gl. 4.27 berechnet, wobei die bezogene Führungshöhe $h/r = 0.75$ gesetzt wurde.

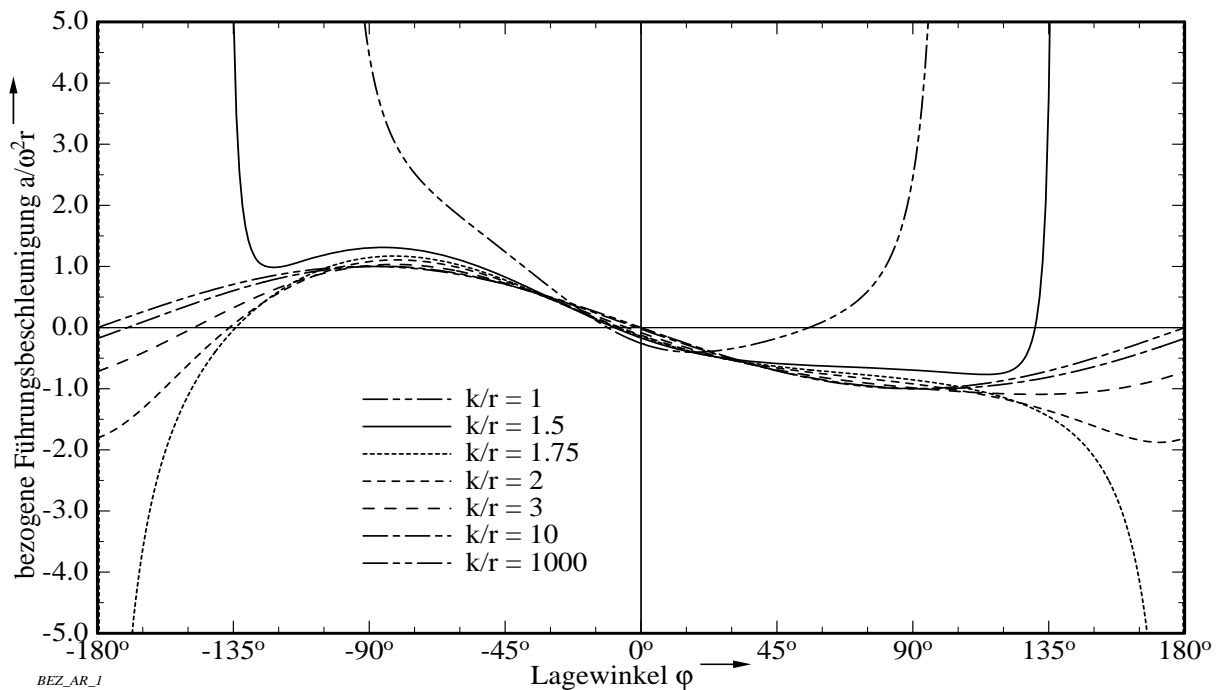


Bild 4.6: Bezogene Führungsbeschleunigung $a/\omega^2 r$ aufgetragen über dem Lagewinkel φ bei einer bezogenen Führungshöhe $h/r = 0.75$ und der bezogenen Starrkörperlänge k/r als Parameter

Der Beschleunigungsverlauf entspricht bei großen Starrkörperlängen dem harmonischen Verlauf der Führungsgeschwindigkeit. Bei den beiden nicht voll umlauffähigen Trieben ($k/r = 1$ und $k/r = 1.5$) steigen die Graphen bei einer betragsmäßigen Vergrößerung des Lagewinkels sehr rasch auf große Werte an. Für den Grenzfall des gerade noch umlauffähigen Triebs ($k/r = 2$) nimmt der Graph bei einem Lagewinkel von $\varphi = 180^\circ$ sehr kleine Werte an, was auch dem schlagartigen Abfall der Führungsgeschwindigkeit bei diesem Winkel entspricht. Es ist ferner zu erkennen, daß die Graphen der Führungsbeschleunigung bei unterschiedlichen Lagewinkeln φ null werden.

4.1.4 Mittlere Kettengeschwindigkeit

Im Abschnitt 2.1, S. 5ff., wurde bereits an einem einfachen Kettentrieb der Geschwindigkeitsverlauf erläutert. Es zeigte sich, daß die Geschwindigkeit zwischen einem maximalen und minimalen Wert periodisch schwankt; die mittlere Geschwindigkeit ist dabei kleiner als die maximal mögliche Geschwindigkeit $v_{\max} = v_U = r\omega$. Diese Tatsache erscheint zunächst trivial. Betrachtet man jedoch noch einmal den Verlauf der Führungsgeschwindigkeit (z. B. Bild 4.5, S. 50) genauer, so ist zu erkennen, daß die Führungsgeschwindigkeit größer als die maximale Geschwindigkeit v_{\max} am Kettenrad werden kann.

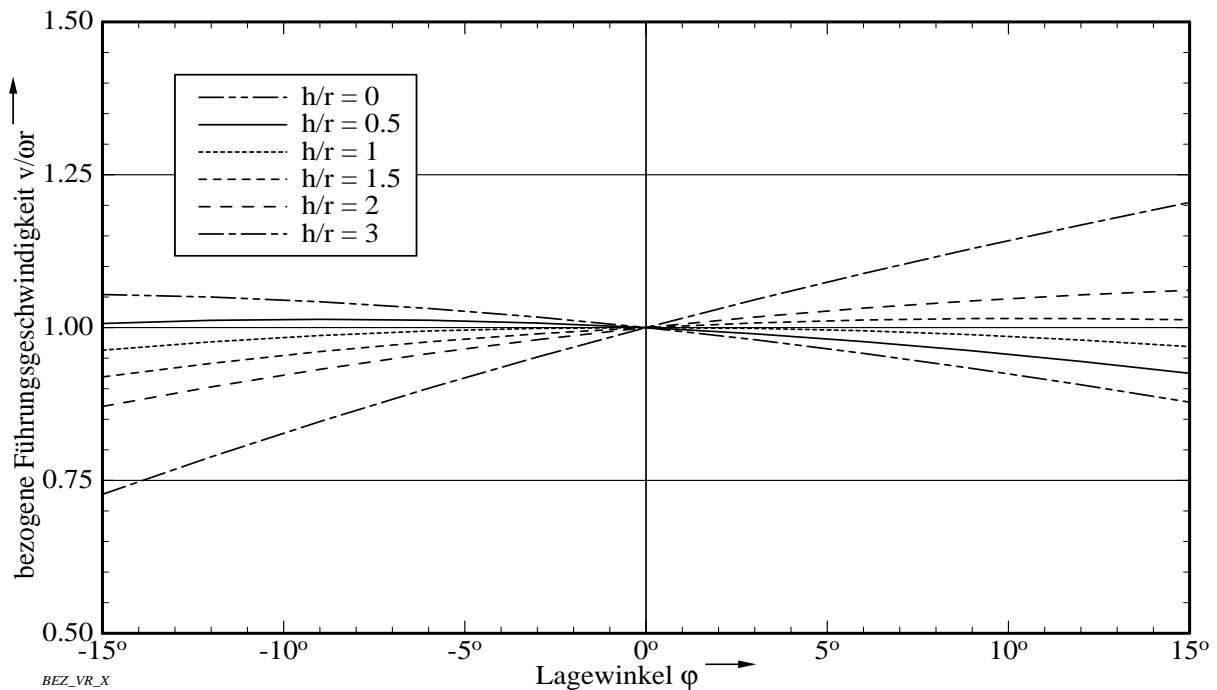


Bild 4.7: Bezogene Führungsgeschwindigkeit aufgetragen über dem Lagewinkel φ bei einer bezogenen Starrkörperlänge $k/r = 3$ (Ausschnitt aus Bild 4.5, S. 50)

In Bild 4.7 ist ein Ausschnitt des Geschwindigkeitsverlaufes in Abhängigkeit von der Führungshöhe dargestellt. Es ist zu erkennen, daß es bei fast allen Graphen Bereiche gibt, für die die bezogene Führungsgeschwindigkeit größer als eins wird; d. h. die Führungsgeschwindigkeit ist in diesen Bereichen größer als die maximale Geschwindigkeit am Kettenrad. Dies hat natürlich auch Auswirkungen auf die mittlere Führungsgeschwindigkeit in einer Ungleichförmigkeitsperiode. Liegt die Ungleichförmigkeitsperiode beispielsweise in dem Bereich zwischen $0^\circ \leq \varphi \leq 10^\circ$, dann ist für alle Graphen $h/r > 1$ die mittlere Führungsgeschwindigkeit dieser Ungleichförmigkeitsperiode größer als die maximale Geschwindigkeit am Kettenrad. Es ist weiterhin festzustellen, daß die mittlere Führungsgeschwindigkeit offenbar auch von der Führungshöhe h abhängt. Das ist aber ein Widerspruch zu den Ausführungen in Abschnitt 2.1, S. 5ff., dort wurde die mittlere Geschwindigkeit für einen ungeführten Kettentrieb wie folgt angegeben:

$$v_m = n \cdot z \cdot p \quad (4.28)$$

Nach Gl. 4.28, hängt die mittlere Geschwindigkeit nur von der Drehzahl n , der Zähnezahl z und der Teilung p ab.

Im folgenden gilt es daher der Frage nachzugehen, ob die mittlere Führungsgeschwindigkeit einen anderen Wert annehmen kann als die mittlere Geschwindigkeit des Kettenrades. Zur Klärung dieser Frage wird die mittlere Führungsgeschwindigkeit hergeleitet.

In Bild 4.8, S. 54, ist ein Polygonrad dargestellt, auf das ein Seil aufgewickelt wird. Das Seil ist im Punkt A am Polygon befestigt. In Analogie zum Kettentrieb hat das Polygonrad z Polygonflächen (Zähne) mit der Länge p (Teilung). Das Seil wird spielfrei in einer Führung geführt, deren Führungsende über die Abstände f und h beschrieben werden kann. Die Bewegung eines Punktes B auf dem Seil in der Führung wird durch die Variable s angegeben und die Drehbewegung des Polygonrades mit dem Winkel Ψ beschrieben. Bei den folgenden

Überlegungen werden die Punkte A und B betrachtet, die weit weg von der Ein- und Auslaufstelle liegen; d. h. die Einlaufverhältnisse auf das Polygonrad und die Auslaufverhältnisse aus der Führung spielen keine Rolle.

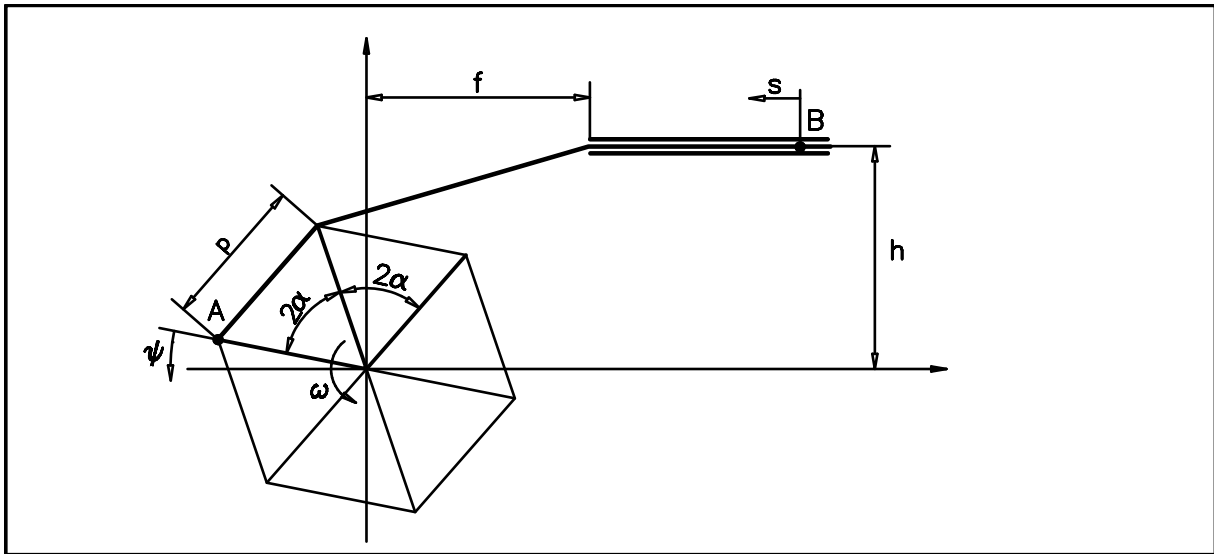


Bild 4.8: Seilmodell zur Herleitung der mittleren Führungsgeschwindigkeit

Bei der Stellung $\Psi = 0$ sei auch der zurückgelegte Weg $s = 0$. Dreht sich das Polygonrad um den Winkel $\Delta\Psi = 2\alpha$ dann wird auf das Polygonrad ein Stück Seil der Länge p aufgewickelt. Entsprechend bewegt sich der Punkt B um die Strecke $\Delta s = p$ in der Führung weiter. Wenn das Polygonrad mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht, benötigt es für eine volle Umdrehung die Umlaufzeit

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Bei z Polygonflächen (Zähne) am Umfang benötigt das Polygonrad für eine Ungleichförmigkeitsperiode $\Delta\Psi = 2\alpha$ folgende Zeit:

$$t_U = \frac{T}{z} = \frac{2\pi}{\omega \cdot z}$$

Für die mittlere Führungsgeschwindigkeit in einer Ungleichförmigkeitsperiode kann man damit schreiben (vgl. HERING/MARTIN/STOHRER 1989, S. 20):

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{t_U} = \frac{\omega \cdot z \cdot p}{2\pi} \quad (4.29)$$

Aus Gl. 4.29 ist zu erkennen, daß die mittlere Führungsgeschwindigkeit unabhängig von dem Führungsabstand f und der Führungshöhe h ist. Ersetzt man in Gl. 4.29 noch die Winkelgeschwindigkeit durch $\omega = 2\pi n$, so erhält man unmittelbar Gl. 4.28, S. 53. Dies bedeutet:

Für eine durch die Zähnezah und Teilung festgelegte Kettenradgeometrie hängt die mittlere Kettengeschwindigkeit nur von der Antriebsdrehzahl ab. Die mittlere Kettengeschwindigkeit ist unabhängig von der Art des Kettentriebs und an jedem Ort in der Kettenbahn gleich.

Wird Gl. 4.29 mit Hilfe der Beziehung $p = d \cdot \sin \alpha = 2 \cdot r \cdot \sin \alpha$ umgeformt, so kann auch gezeigt werden, daß die mittlere Kettengeschwindigkeit immer kleiner ist als die maximal am Kettenrad auftretende Geschwindigkeit v_{\max} :

$$v_m = \omega r \cdot \frac{z \cdot \sin \alpha}{\pi} = \omega r \cdot \frac{z \cdot \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)}{\pi} = \omega r \cdot \chi = v_{\max} \cdot \chi \quad (4.30)$$

In Bild 4.9 ist der Minderungsfaktor χ über der Zähnezahl dargestellt.

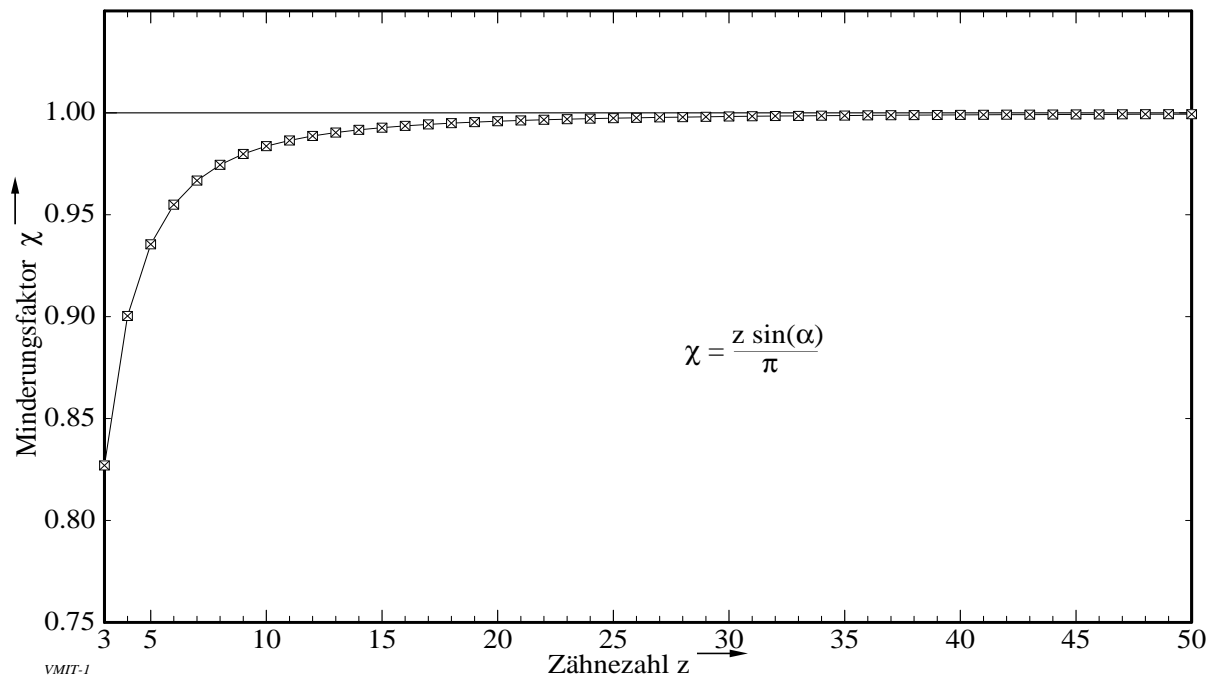


Bild 4.9: Minderungsfaktor χ aufgetragen über der Zähnezahl z

Für kleine Zähnezahlen ist der Minderungsfaktor χ deutlich kleiner als Eins, nähert sich aber mit wachsendem z dem Wert Eins an. Dieses Ergebnis ist auch plausibel, da für $z \rightarrow \infty$ das Polygon in einen Kreis übergeht, an dem die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bei konstanter Winkelgeschwindigkeit auch der mittleren Kettengeschwindigkeit v_m entspricht. Es läßt sich somit festhalten:

Die mittlere Kettengeschwindigkeit v_m ist kleiner als die am Kettenrad auftretende maximale Geschwindigkeit $v_{\max} = \omega r$; mit wachsender Zähnezahl nähert sich die mittlere Kettengeschwindigkeit der maximalen Geschwindigkeit an.

Trotz dieser beiden Feststellungen zur mittleren Kettengeschwindigkeit ist der in Bild 4.7, S. 53, dargestellte Geschwindigkeitsverlauf richtig. Bedingt durch die Exzentrizität kann ein exzentrischer Schubkurbeltrieb auch höhere Geschwindigkeiten als die maximale Geschwindigkeit am Antriebsrad erzielen. Ist die Hubstrecke (Führungshöhe) größer als der Teilkreisradius, dann ergeben sich längere Wegstrecken und damit auch höhere Geschwindigkeiten; ist die Hubstrecke kleiner als der Teilkreisradius, dann werden die Geschwindigkeiten niedriger. Beim Schubkurbeltrieb wird das dadurch ausgeglichen, daß die Zeiten für den Hin- und Rückhub unterschiedlich groß sind. Die durch die Hubvergrößerung anwachsenden

Geschwindigkeitswerte werden dadurch in der anderen Hubrichtung wieder gemindert. Auf den Kettentrieb übertragen bedeutet dies nach HAGEDORN (1986, S. 46):

Die mittlere Führungsgeschwindigkeit nimmt mit zunehmender Führungshöhe h zu und mit zunehmender Starrkörperlänge k ab. Sie kann für einzelne Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode größer oder kleiner sein als die mittlere Kettengeschwindigkeit.

Diese Aussage wird auch durch die berechneten Geschwindigkeitsverläufe für einen Kettentrieb mit gerader Führung gestützt (vgl. Bild 4.4, S. 49, und Bild 4.5, S. 50). Im Prinzip bedeutet dies, daß bei einem exzentrischen Schubkurbeltrieb ein "Übersetzungsverhältnis" größer bzw. kleiner Eins vorliegen kann. Der Begriff des Übersetzungsverhältnisses ist von den gleichförmig übersetzenden Getrieben bekannt und ist definiert als Drehzahlverhältnis zwischen An- und Abtrieb. Die Definition wird in der Getriebelehre auch auf ungleichförmig übersetzende Getriebe angewendet, nur werden anstelle der Drehzahlen die Winkelgeschwindigkeiten betrachtet. Bei Schubkurbeltrieben kann man nicht von einem Übersetzungsverhältnis im üblichen Sinne sprechen, da auf der einen Seite eine Winkelgeschwindigkeit und auf der anderen Seite dagegen eine Translationsgeschwindigkeit zum Vergleich steht (vgl. HAGEDORN 1986, S. 78ff.; VOLMER 1992, S. 66ff.).

Die Beziehung zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω am Antriebsrad und der Geschwindigkeit v in der Führung erhält man durch einen Vergleich der Leistung P_A am Antriebsrad mit der Leistung P_F in der Führung:

$$\begin{aligned} P_A &= P_F \\ M \cdot \omega &= F \cdot v \end{aligned}$$

Die über das Moment M und die Winkelgeschwindigkeit ω am Antriebsrad zugeführte Leistung P_A entspricht der über die Kettenkraft F und Kettengeschwindigkeit v nutzbaren Leistung P_F . Das Verhältnis

$$m = \frac{M}{F} = \frac{v}{\omega} \quad (4.31)$$

wird in der Getriebelehre (HAGEDORN 1986, S. 80; VOLMER 1992, S. 89) als **Drehschubstrecke** bezeichnet und als Maß für das momentane Übersetzungsverhältnis benutzt. In Bild 4.10, S. 57, ist ein exzentrischer Schubkurbeltrieb mit der Drehschubstrecke dargestellt. Die Drehschubstrecke m ist der vertikale Abstand zwischen dem Drehpunkt und dem Punkt Q. In Bild 4.10a ist der Fall dargestellt, daß die Exzentrizität bzw. die Führungshöhe h kleiner als der Teilkreisradius r ist, Bild 4.10b zeigt dagegen den Fall $h > r$. Es ist zu erkennen, daß mit wachsender Führungshöhe h die Drehschubstrecke m größer wird. Bei einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω bedeutet dies nach Gl. 4.31, daß die momentane Geschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Führungshöhe auch größer werden muß. Diese Effekte müssen in der Praxis allerdings nur dann berücksichtigt werden, wenn die Führungshöhe deutlich von der Tangentenanordnung abweicht.

Aus den vorausgegangenen Überlegungen folgt, daß einerseits die mittlere Kettengeschwindigkeit für eine Ungleichförmigkeitsperiode an jedem Ort der Kettenbahn gleich sein muß, daß aber andererseits die mittlere Führungsgeschwindigkeit für einzelne Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode höherer oder niedriger als die mittlere Kettengeschwindigkeit sein kann.

4.2 Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode

Nachdem das prinzipielle Bewegungsverhalten eines Kettentriebs mit gerader Führung geklärt ist, muß nun noch der Winkelbereich quantitativ bestimmt werden, für den diese Bewegungsverhältnisse gelten. Der Lagewinkel φ hat in der Ungleichförmigkeitsperiode nach Abschnitt 3.3, S. 35ff., folgenden Geltungsbereich:

$$\Psi_{\min} < \varphi \leq \Psi_{\max}$$

Die Ungleichförmigkeitsperiode wird durch die Rollenwechsel in die Einlauf-, Auslauf- und Spannphase unterteilt. Zur Bestimmung der Phasengrenzen werden im folgenden zunächst die Einlauf-, Auslauf- und Spannwinkel berechnet. Daran schließen sich noch Betrachtungen zum Doppelwechsel und die Berechnung der Starrkörperlänge an.

4.2.1 Einlaufphase

Die Einlaufphase endet mit dem Einlaufwinkel φ_E , der in diesem Abschnitt berechnet wird. In Bild 4.11 sind die geometrischen Verhältnisse beim Einlaufwechsel dargestellt. Beim Einlaufwinkel φ_E wechselt die Trumführung von der Rolle 1 zur Rolle 2. Der Kettentrieb wird zu einem Zeitpunkt betrachtet, zu dem die Rolle 1 gerade noch die Antriebsrolle darstellt; infinitesimal später wird die Rolle 2 zur Antriebsrolle. Zum Zeitpunkt des Einlaufwechsels hat der Starrkörper also noch die Länge $k = k_E$ bzw. der Starrkörperfaktor den Wert $q = q_E$. Der aufgespannte Starrkörper (Rollen 1 bis 4) neigt sich beim Trumführungswechsel um den Winkel γ_E .

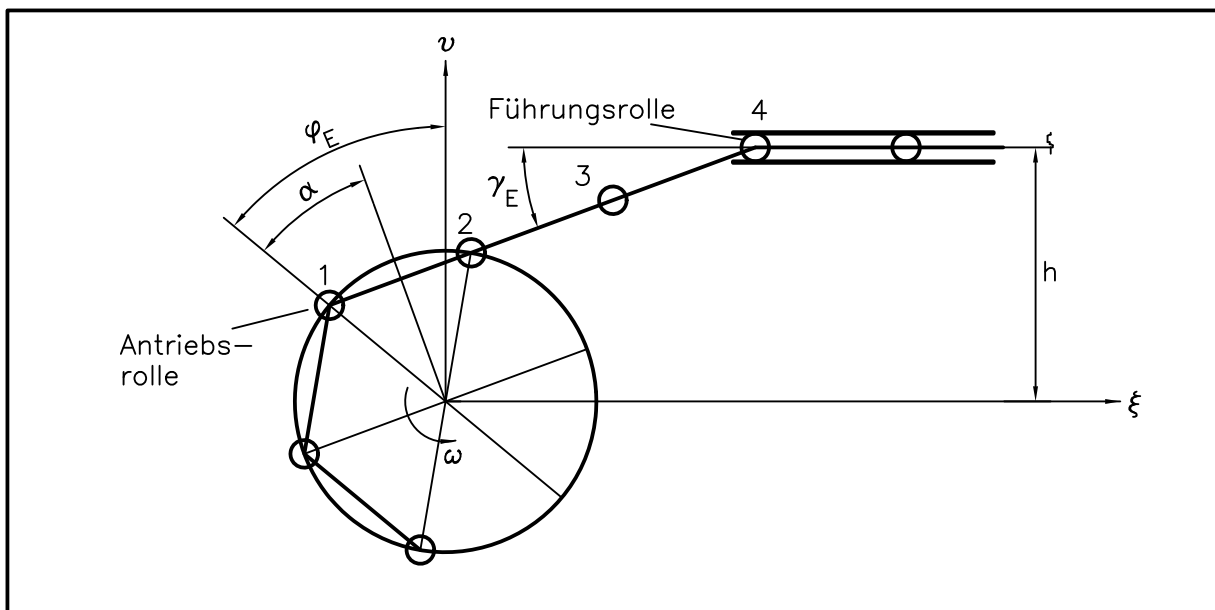


Bild 4.11: Skizze zur Bestimmung des Einlaufwinkels φ_E (Skizze mit Starrkörperlänge $k_E = 3p$)

Aus dieser Geometrie ergibt sich folgende **Einlaufbedingung**:

$$\varphi_E = \alpha + \gamma_E \quad (4.32)$$

Der Zusammenhang zwischen Lagewinkel φ und Neigungswinkel γ wird durch Gl. 4.2, S. 43, beschrieben:

$$v_F = h = k_E \sin \gamma_E + r \cos \varphi_E = \text{const.} \quad (4.33)$$

Durch Einsetzen von Gl. 4.32 und Verwendung der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen (BRONSTEIN 1981, S. 233) ergibt sich

$$\begin{aligned} h &= k_E \sin(\varphi_E - \alpha) + r \cos \varphi_E \\ &= k_E (\sin \varphi_E \cos \alpha - \cos \varphi_E \sin \alpha) + r \cos \varphi_E \end{aligned} \quad (4.34)$$

Daraus entsteht die implizite Bestimmungsgleichung für den Einlaufwinkel φ_E :

$$\begin{aligned} 0 &= k_E \cos \alpha \sin \varphi_E + (r - k_E \sin \alpha) \cos \varphi_E - h \\ &= \frac{k_E}{r} \cos \alpha \sin \varphi_E + \left(1 - \frac{k_E}{r} \sin \alpha\right) \cos \varphi_E - \frac{h}{r} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Eine solche implizit gegebene Gleichung der Form

$$0 = A \sin x + B \cos x + C \quad (4.36)$$

stellt eine Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen gleicher Frequenz, aber unterschiedlicher Amplitude dar. Für ihre Lösung gilt nach BRONSTEIN (1981, S. 235)

$$A \sin x + B \cos x = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(x + \psi) \quad (4.37)$$

mit

$$\tan \psi = \frac{B}{A}, \quad A \neq 0 \quad (4.38)$$

Die Gl. 4.35 kann damit folgendermaßen substituiert und explizit aufgelöst werden:

$$\begin{aligned} \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\varphi_E + \psi) &= -C \\ \sin(\varphi_E + \psi) &= \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ \varphi_E &= \arcsin \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}} - \arctan \frac{B}{A}, \quad A \neq 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Hierbei gilt für die Konstanten A, B und C:

$$A = \frac{k_E}{r} \cos \alpha, \quad B = \left(1 - \frac{k_E}{r} \sin \alpha\right), \quad C = -\frac{h}{r} \quad (4.40)$$

Die Forderung $A \neq 0$ wird erfüllt, wenn die Starrkörperlänge und der cos-Term ungleich Null sind:

$$\begin{aligned} k_E \neq 0 &\Rightarrow q_E \neq 0 \\ \cos \alpha \neq 0 &\Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{2} \neq (2n+1) \cdot 90^\circ \Rightarrow \tau \neq (2n+1) \cdot 180^\circ \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Da alle technisch interessierenden Kettenräder mit Zähnezahlen $z > 2$ ausgeführt sind, muß die Forderung $\tau \neq (2n+1) \cdot 180^\circ$ nicht weiter beachtet werden. Dies gilt auch für die Forderung $q_E \neq 0$, da der Starrkörper mindestens aus einem Glied bestehen muß ($q_E \geq 1$). Für die Argumente der Arcus-Funktionen folgt nun:

$$\begin{aligned}
 \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}} &= \frac{h}{r} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{k_E}{r}\right)^2 \cos^2 \alpha + 1 - 2\left(\frac{k_E}{r}\right) \sin \alpha + \left(\frac{k_E}{r}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \\
 &= \frac{h}{r} \frac{1}{\sqrt{\frac{k_E}{r} \left(\frac{k_E}{r} \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha + \frac{k_E}{r} \sin^2 \alpha\right) + 1}} \\
 &= \frac{h}{r} \frac{1}{\sqrt{\frac{k_E}{r} \left(\frac{k_E}{r} - 2 \sin \alpha\right) + 1}} \quad (4.41)
 \end{aligned}$$

bzw.

$$\frac{B}{A} = \frac{1 - \frac{k_E}{r} \sin \alpha}{\frac{k_E}{r} \cos \alpha} = \frac{\frac{r}{k_E} - \sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (4.42)$$

Die Gl. 4.39, S. 59, für die Bestimmung des Einlaufwinkels φ_E ergibt sich damit:

$$\varphi_E = \arcsin \left(\frac{h}{r} \frac{1}{\sqrt{\frac{k_E}{r} \left(\frac{k_E}{r} - 2 \sin \alpha\right) + 1}} \right) - \arctan \left(\frac{\frac{r}{k_E} - \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \quad (4.43)$$

Für einen gegebenen Teilkreisradius r hängt der Einlaufwinkel also von dem halben Teilungswinkel α (und damit auch indirekt von der Teilung und der Zähnezahl), der Führungshöhe h und der Starrkörperlänge k_E ab.

Drückt man in Gl. 4.43 die Starrkörperlänge k_E mit $k_E = 2rq_E \sin \alpha$ über den Starrkörperfaktor q_E (Anzahl der Glieder im Starrkörper) aus, erhält man nach Anwendung der Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen folgende alternative Schreibweise für den Einlaufwinkel φ_E :

$$\varphi_E = \arcsin \left(\frac{h}{r} \frac{1}{\sqrt{2q_E(q_E - 1)(1 - \cos 2\alpha) + 1}} \right) - \arctan \left(\frac{1 - q_E(1 - \cos 2\alpha)}{q_E \sin 2\alpha} \right) \quad (4.44)$$

Mit dieser Gleichung, in der übrigens direkt der Teilungswinkel $\tau = 2\alpha$ steht, lassen sich gut die Grenzen des Einlaufwinkels zeigen. Der Starrkörperfaktor kann positive Werte zwischen eins (Starrkörper besteht aus einem einzigen Kettenglied) und unendlich annehmen. Für $q_E = 1$ ergibt sich folgender Grenzwinkel:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{E(q_E=1)} &= \arcsin \left(\frac{h}{r} \right) - \arctan \left(\frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \right) \\
 &= \arcsin \left(\frac{h}{r} \right) - \frac{\pi}{2} + 2\alpha \quad (4.45)
 \end{aligned}$$

Bei einer bezogenen Führungshöhe von $h/r = 1$ (Tangentenanordnung) und einem Starrkörperfaktor von $q_E = 1$ wird der Einlaufwinkel beispielsweise gerade $\varphi_E = 2\alpha = \tau$. Bei Verwendung von Gl. 4.45 ist allerdings zu beachten, daß sie streng mathematisch nur für eine Doppelphase

gilt. Begründung: Der Starrkörper enthält mindestens ein Kettenglied; d. h. in der Auslaufphase enthält er ein Glied ($q_A = 1$). Nach dem Auslaufwechsel verlängert sich der Starrkörper um ein Glied, so daß in der Einlaufphase mindestens $q_E = q_A + 1 = 2$ Glieder vorhanden sind. Nur beim Doppelwechsel verlängert sich der Starrkörper nicht und es gilt $q_E = q_A$ (vgl. Abschnitt 3.2, S. 30ff.).

Für sehr große Starrkörperfaktoren mit $q_E \rightarrow \infty$ ergibt sich folgender Grenzwinkel:

$$\begin{aligned} \varphi_{E(q_E \rightarrow \infty)} &= \lim_{q_E \rightarrow \infty} \varphi_E = \arcsin(0) - \lim_{q_E \rightarrow \infty} \arctan \left(\frac{\frac{1}{q_E} - (1 - \cos 2\alpha)}{\sin 2\alpha} \right) \\ &= \arctan \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} \right) = \arctan(\tan \alpha) \\ &= \alpha \end{aligned} \quad (4.46)$$

Für große Starrkörperlängen konvergiert der Einlaufwinkel φ_E gegen den halben Teilungswinkel. Dieser Sachverhalt wird noch einmal durch Bild 4.12 verdeutlicht. Die Graphen wurden auf Grundlage von Gl. 4.44, S. 60, für ein Antriebsrad mit sechs Zähnen ($\alpha = 30^\circ$) berechnet.

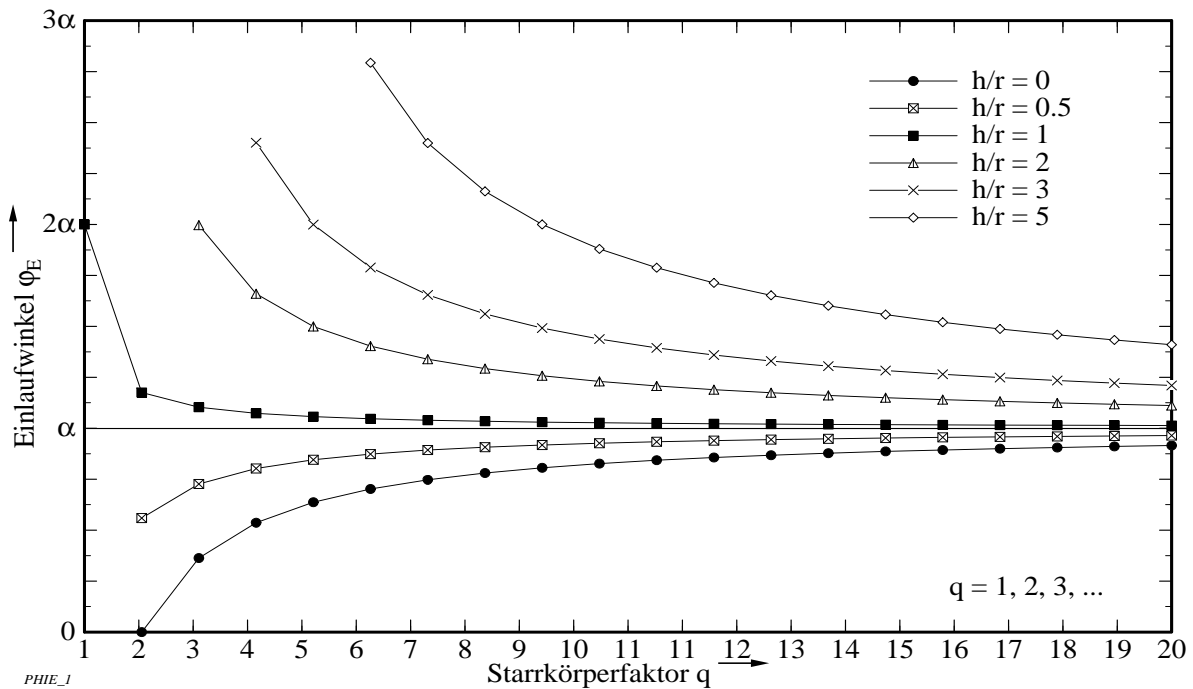


Bild 4.12: Einlaufwinkel φ_E dargestellt über dem Starrkörperfaktor q_E in Abhängigkeit von der bezogenen Führungshöhe h/r für einen halben Teilungswinkel $\alpha = 30^\circ$, mit h/r in extremen Bereichen

Bei der bezogenen Führungshöhe $h/r = 1$ wird für $q_E = 1$ der Einlaufwinkel $\varphi_E = 2\alpha$ erreicht. Für größere Starrkörperlängen konvergiert der Einlaufwinkel gegen α . Bild 4.12 zeigt auch, daß nicht bei jeder Führungshöhe jede Starrkörperlänge möglich ist: für bezogene Führungshöhen $h/r > 1$ existiert kein Schnittpunkt von Teilkreis und Führungsgerade, so daß die Führungsrolle nicht mehr bis ins Kettenrad geführt werden kann; beispielsweise werden

$$\begin{aligned}
 0 &= (\xi_F + r \sin \varphi)^2 + (v_F - r \cos \varphi)^2 - k_A^2 \\
 &= 2 \frac{\xi_F}{r} \sin \varphi - 2 \frac{v_F}{r} \cos \varphi + \frac{\xi_F^2 + v_F^2 + r^2 - k_A^2}{r^2}
 \end{aligned} \quad (4.49)$$

und mit $\varphi = \varphi_A$, $\xi_F = f$ und $v_F = h$ (vgl. Gl. 4.47, S. 62), folgt die implizite Bestimmungsgleichung für den Auslaufwinkel φ_A

$$0 = 2 \frac{f}{r} \sin \varphi_A - 2 \frac{h}{r} \cos \varphi_A + \frac{f^2 + h^2 + r^2 - k_A^2}{r^2} \quad (4.50)$$

Diese implizite Gleichung der Form $0 = A \sin x + B \cos x + C$ gilt sowohl für positive als auch für negative Führungsabstände f ; Gl. 4.50 kann analog zum Vorgehen bei der Berechnung des Einlaufwinkels gelöst werden (vgl. S. 59ff.). Für φ_A folgt

$$\varphi_A = \arcsin \frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}} - \arctan \frac{B}{A}, \quad A \neq 0 \quad (4.51)$$

Der Fall $A \neq 0$ ist gleichbedeutend mit $f \neq 0$; dies wird nachfolgend diskutiert. Es gilt für die Konstanten A , B und C :

$$A = 2 \frac{f}{r}, \quad B = -2 \frac{h}{r}, \quad C = \frac{f^2 + h^2 + r^2 - k_A^2}{r^2} \quad (4.52)$$

und es folgen für die Argumente der Arcus-Funktionen

$$\frac{-C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = -\frac{f^2 + h^2 + r^2 - k_A^2}{r^2 \sqrt{4 \frac{f^2}{r^2} + 4 \frac{h^2}{r^2}}} = -\frac{f^2 + h^2 + r^2 - k_A^2}{2r \sqrt{f^2 + h^2}} \quad (4.53)$$

$$\frac{B}{A} = \frac{-2 \frac{h}{r}}{2 \frac{f}{r}} = -\frac{h}{f}, \quad f \neq 0 \quad (4.54)$$

Der Auslaufwinkel φ_A ergibt sich damit zu:

$$\varphi_A = \arctan \left(\frac{h}{f} \right) - \arcsin \left(\frac{f^2 + h^2 + r^2 - k_A^2}{2r \sqrt{f^2 + h^2}} \right), \quad f \neq 0 \quad (4.55)$$

Bei Kettentrieben sind aber gerade Anordnungen mit einem Führungsabstand $f = 0$ von besonderem Interesse (Tangenteneinlauf). Die Lösung für diesen Fall ergibt sich über eine Grenzwertbetrachtung mit einem Grenzübergang für $f \rightarrow 0$ im Argument des Arcustangens. Dabei ist allerdings zu beachten, daß der rechtsseitige und linksseitige Grenzwert verschieden ist:

$$\begin{aligned}
 \lim_{f \rightarrow +0} \arctan \left(\frac{h}{f} \right) &= 90^\circ \\
 \lim_{f \rightarrow -0} \arctan \left(\frac{h}{f} \right) &= -90^\circ
 \end{aligned}$$

Bei einem Führungsabstand $f = 0$ springt der mit Hilfe der Arcustangensfunktion berechnete Winkel um 180° . Dies ist auf die Periodizität der Arcustangensfunktion zurückzuführen, die gerade π bzw. 180° beträgt. Für negative Führungsabstände müssen daher zu dem berechneten Winkel 180° hinzuaddiert werden. Geometrisch bedeutet dies, daß negative Argumente des Arcustangens statt des gesuchten Winkels β dessen Nebenwinkel β' ergeben; der mit dem Arcustangens gesuchte Winkel β berechnet sich dann so: $\beta = 180^\circ + \beta'$, mit $\beta' < 0$. Ist der Führungsabstand $f = 0$, dann kann der Arcustangens-Term in Gl. 4.55 durch den Funktionswert 90° ersetzt werden. Für die Bestimmungsgleichung des Auslaufwinkels folgt daraus:

$$\varphi_A = \begin{cases} \arctan\left(\frac{h}{f}\right) - \arcsin\left(\frac{f^2 + h^2 + r^2 - k_A^2}{2r\sqrt{f^2 + h^2}}\right) & \text{für } f > 0 \\ 90^\circ - \arcsin\left(\frac{h^2 + r^2 - k_A^2}{2rh}\right) & \text{für } f = 0 \\ 180^\circ + \arctan\left(\frac{h}{f}\right) - \arcsin\left(\frac{f^2 + h^2 + r^2 - k_A^2}{2r\sqrt{f^2 + h^2}}\right) & \text{für } f < 0 \end{cases} \quad (4.56)$$

Drückt man wieder die Starrkörperlänge k_A mit $k_A = 2rq_A \sin \alpha$ über den Starrkörperfaktor q_A (Anzahl der Glieder im Starrkörper) aus, so erhält man folgende alternative Schreibweise für den Auslaufwinkel:

$$\varphi_A = \begin{cases} \arctan\left(\frac{h}{f}\right) - \arcsin\left(\frac{f^2 + h^2 + r^2(1 + 4q_A^2 \sin^2 \alpha)}{2r\sqrt{f^2 + h^2}}\right) & \text{für } f > 0 \\ 90^\circ - \arcsin\left(\frac{h^2 + r^2(1 + 4q_A^2 \sin^2 \alpha)}{2rh}\right) & \text{für } f = 0 \\ 180^\circ + \arctan\left(\frac{h}{f}\right) - \arcsin\left(\frac{f^2 + h^2 + r^2(1 + 4q_A^2 \sin^2 \alpha)}{2r\sqrt{f^2 + h^2}}\right) & \text{für } f < 0 \end{cases} \quad (4.57)$$

Damit kann der Auslaufwinkel für alle zugelassenen Führungsanordnungen berechnet werden. Er hängt, wie zu erwarten war, von Führungsabstand, Führungshöhe und Starrkörperlänge ab.

Bei genauer Betrachtung des Auslaufwinkels zeigt sich jedoch, daß nicht alle berechneten Auslaufwinkel in einem technischen Kettentrieb auftreten können. Die Ursache liegt in der bisher rein geometrischen Betrachtung der Beziehungen von Führungsabstand, Führungshöhe und Starrkörperlänge. In Bild 4.14, S. 65, ist eine geometrische Konstellation dargestellt, die bei einem Kettentrieb nicht auftreten kann.

Die Punkte P_1 , P_A und P_2 liegen auf dem Teilkreis und stellen benachbarte Lagen der Kettenrolle in der Verzahnung des Kettenrades dar. Die Antriebsrolle befindet sich während des Auslaufwechsels im Punkt P_A , die Führungsrolle im Punkt P_F . Der Starrkörper der Länge k (im Bild: $k = 2p$) wird zwischen Antriebs- und Führungsrolle aufgespannt. Mit Hilfe von Gl. 4.56, S. 64, wird für diese Konstellation der Auslaufwinkel φ_A berechnet. Wie in Bild 4.14 zu sehen ist, schneidet jedoch der Starrkörper den Teilkreis des Kettenrades. Beim Kettentrieb mit einer Starrkörperlänge $k > p$ wird sich allerdings die Kette zunächst an Punkt P_2 anlegen um dann zur Führung hin abzuknicken. Neben der geometrischen Betrachtung ist

$$\begin{aligned}
 P_1(\xi_1, \nu_1): \xi_1 &= -r \cos(90^\circ - 2\alpha - \varphi_A) = -r \sin(\varphi_A + 2\alpha) \\
 \nu_1 &= r \sin(90^\circ - 2\alpha - \varphi_A) = r \cos(\varphi_A + 2\alpha) \\
 P_A(\xi_A, \nu_A): \xi_A &= r \cos(90^\circ + \varphi_A) = -r \sin(\varphi_A) \\
 \nu_A &= r \sin(90^\circ + \varphi_A) = r \cos(\varphi_A) \\
 P_2(\xi_2, \nu_2): \xi_2 &= r \cos(90^\circ - 2\alpha + \varphi_A) = -r \sin(\varphi_A - 2\alpha) \\
 \nu_2 &= r \sin(90^\circ - 2\alpha + \varphi_A) = r \cos(\varphi_A - 2\alpha) \\
 P_F(\xi_F, \nu_F): \xi_F &= f \\
 \nu_F &= h
 \end{aligned}$$

und damit folgt für die Steigungen:

$$\begin{aligned}
 m_{1A} &= \frac{\cos(\varphi_A) - \cos(\varphi_A + 2\alpha)}{\sin(\varphi_A + 2\alpha) - \sin(\varphi_A)} \\
 m_{AF} &= \frac{h - r \cdot \cos(\varphi_A)}{f + r \cdot \sin(\varphi_A)} \\
 m_{A2} &= \frac{\cos(\varphi_A - 2\alpha) - \cos(\varphi_A)}{\sin(\varphi_A) - \sin(\varphi_A - 2\alpha)} \quad (4.59)
 \end{aligned}$$

mit der **technischen Auslaufbedingung**

$$\begin{aligned}
 m_{1A} > m_{AF} > m_{A2} & \text{ für } \varphi_A + \alpha < 90^\circ \\
 m_{AF} > m_{A2} & \text{ für } \varphi_A + \alpha \geq 90^\circ
 \end{aligned} \quad (4.60)$$

Da die Winkelsumme $\varphi_A + \alpha$ nur für einige extreme Anordnungslagen größer oder gleich $\pi/2$ bzw. 90° wird, werden diese bei den nachfolgend dargestellten Beispielen nicht berücksichtigt.

In 4.15, S. 67, ist der Bereich der technischen Auslaufbedingung über dem Führungsabstand f für einen Starrkörperfaktor von $q_A = 1$ dargestellt. Die obere Grenze $\varphi_{A\max}$ und die untere Grenze $\varphi_{A\min}$ wurden für den jeweiligen Führungsabstand f für alle Führungshöhen h iterativ so berechnet, daß die Steigungen gleich waren. Der Auslaufwinkel φ_A muß immer zwischen der oberen und unteren Grenze liegen, d. h.

$$\varphi_{A\min} < \varphi_A < \varphi_{A\max} \quad (4.61)$$

Der für φ_A erlaubte Bereich ist in Bild 4.15, S. 67, durch eine Rasterung gekennzeichnet. Weiterhin ist der Auslaufwinkel für drei verschiedene Führungshöhen über dem Führungsabstand aufgetragen. Die Kurven wurden mit Gl. 4.57, S. 64, für einen Starrkörperfaktor $q_A = 1$ berechnet. Wie man erkennen kann, ist die untere Grenze $\varphi_{A\min}$ über einen großen Bereich mit dem Graph zu $h/r = 1.5$ identisch. Die obere Grenze nähert sich in einem großen Bereich dem Graphen zu $h/r = 1$ (im Bild nicht dargestellt) an. Die graphische Darstellung zeigt, daß mit zunehmendem Führungsabstand der Auslaufwinkel kleiner wird. Der Unterschied zwischen den Graphen unterschiedlicher Führungshöhen ist nicht besonders groß. Außerdem ist zu sehen, daß jeder Graph den zulässigen Bereich verläßt. Daraus ist zu folgern, daß nach der Berechnung des Auslaufwinkels dessen Gültigkeit unbedingt überprüft werden muß.

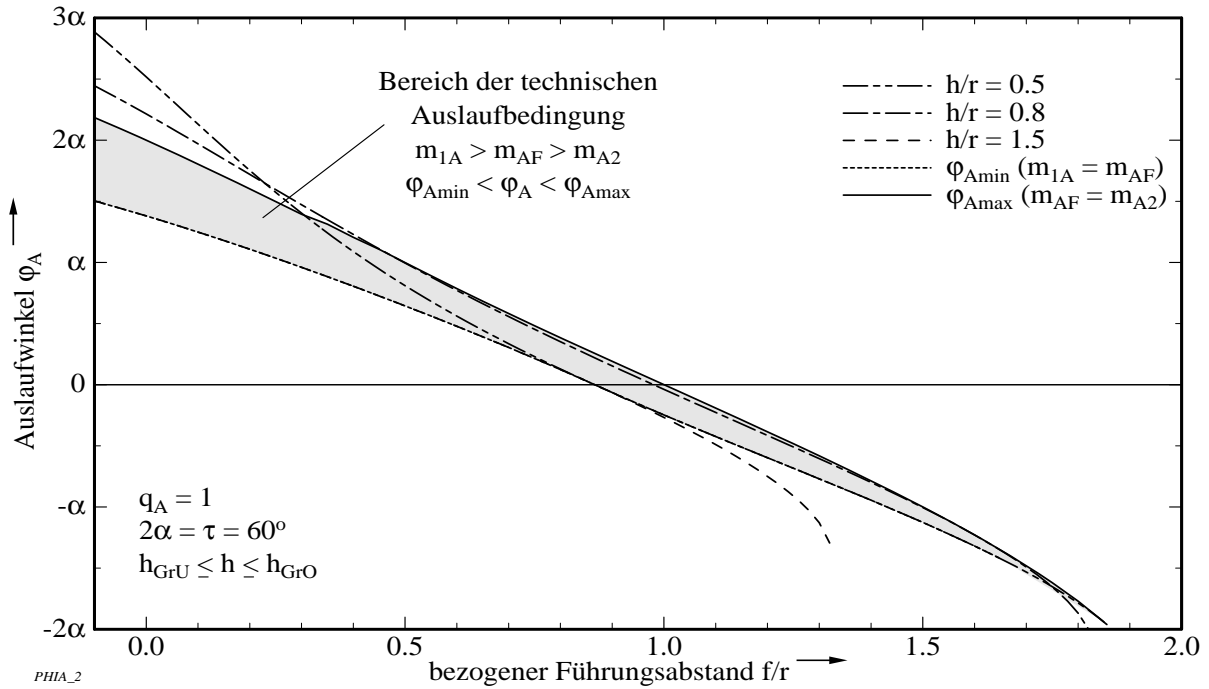


Bild 4.15: Auslaufwinkel φ_A aufgetragen über dem auf den Teilkreisradius bezogenen Führungsabstand f/r in Abhängigkeit von der bezogenen Führungshöhe h/r bei einem Starrkörperfaktor $q_A = 1$ mit oberer und unterer Grenze

Liegt der Auslaufwinkel außerhalb des zulässigen Bereiches, dann muß die Starrkörperlänge k_A bzw. der Starrkörperfaktor q_A korrigiert werden:

$$\begin{aligned}
 \tilde{q}_A &= q_A + 1 \quad \text{für} \quad \begin{cases} m_{1A} \leq m_{AF} \\ \varphi_A \leq \varphi_{Amin} \end{cases} \\
 \tilde{q}_A &= q_A - 1 \quad \text{für} \quad \begin{cases} m_{A2} \geq m_{AF} \\ \varphi_A \geq \varphi_{Amax} \end{cases} \\
 \tilde{k}_A &= \tilde{q}_A \cdot p
 \end{aligned} \tag{4.62}$$

Die Berechnung des Auslaufwinkels φ_A ist nun mit den korrigierten Werten \tilde{k}_A bzw. \tilde{q}_A zu wiederholen. Zu beachten ist, daß sich dann natürlich auch in der Einlaufphase die Starrkörperlänge k_E bzw. der Starrkörperfaktor q_E ändern.

Es sei außerdem erwähnt, daß durch Gleichsetzen der Punkt-Richtungs-Gleichungen Gl. 4.59, S. 66, die Grenzwinkel für den Auslaufwechsel φ_A direkt bestimmt werden könnten:

$$\begin{aligned}
 & \uparrow \\
 m_{1A} &= m_{AF} \Rightarrow \varphi_A = \varphi_{Amin} \\
 & \uparrow \\
 m_{A2} &= m_{AF} \Rightarrow \varphi_A = \varphi_{Amax}
 \end{aligned}$$

Nach dem Gleichsetzen der Punkt-Richtungs-Gleichungen Gl. 4.59 müssen zur Auflösung nach φ_A zahlreiche transzendente Terme umgeformt werden. Über diesen Weg der Termumformung, bei der auch die Hilfe der rechnergestützten symbolischen Umformung genutzt wurde, konnte keine Lösung gefunden werden. Eine Lösung läßt sich näherungsweise mit einer Reihenentwicklung für die in den Gleichungen enthaltenen sin- und cos-Funktionen

finden (vgl. BRONSTEIN 1981, S. 84). Ohne Nachweis sei hier angegeben, daß sich die Reihenentwicklung nicht in eine einfache Reihe umformen läßt, so daß ein langer Ausdruck entsteht, der zudem bei der Berücksichtigung nur weniger Glieder sehr ungenau Winkel liefert. Für den praktischen Gebrauch wird daher empfohlen, den berechneten Auslaufwinkel φ_A in die drei Punkt-Richtungs-Gleichungen (Gl. 4.59, S. 66) einzusetzen und mit dem Ergebnis die technische Auslaufbedingung (Gl. 4.60, S. 66) zu überprüfen.

4.2.3 Spannphase

Die Spannphase beginnt beim Auslaufwinkel φ_A und endet mit dem Spannwinkel φ_{Sp} . Je nachdem welche Beschleunigungsverhältnisse vorliegen, sind zwei Grenzfälle zu unterscheiden (vgl. Abschnitt. 3.2, S. 30ff.):

1. Fall ($a_g \gg a_t$)

Die Abtriebsbeschleunigung a_g ist sehr viel größer als die Antriebsbeschleunigung a_t . Für den Grenzfall $a_g \rightarrow \infty$ erhält man eine **maximale Verschiebung** ("Rückwärtsbewegung") der neuen Führungsrolle um den Spannweg $s_{Sp} = s_{Sp \max}$, während sich das Antriebsrad nicht weiterdreht ($\Delta\varphi_S = 0$); der Spannwinkel ist mit dem Auslaufwinkel identisch: $\varphi_{Sp} = \varphi_A$.

2. Fall ($a_t \gg a_g$)

Die Antriebsbeschleunigung a_t ist sehr viel größer als die Abtriebsbeschleunigung a_g . Für den Grenzfall $a_t \rightarrow \infty$ erhält man eine **maximale Verdrehung** $\Delta\varphi_{Sp} = \varphi_{Sp \max} - \varphi_A$ des Antriebsrades, während sich die neue Führungsrolle nicht zurückbewegt ($s_{Sp} = 0$). Der Spannwinkel wird für diesen Fall also maximal: $\varphi_{Sp} = \varphi_{Sp \max}$.

In Abhängigkeit von den Beschleunigungsverhältnissen am An- und Abtrieb, kann die Spannphase einen Winkelbereich von $\Delta\varphi_{Sp} = 0$ bis $\Delta\varphi_{Sp} = \varphi_{Sp \max} - \varphi_A$ überstreichen. Da die Spannphase mit dem Auslaufwinkel φ_A beginnt, kann der Spannwinkel φ_{Sp} also zwischen

$$\varphi_A \leq \varphi_{Sp} \leq \varphi_{Sp \max} \quad (4.63)$$

liegen. In Gl. 4.63 ist durch das " \leq " zwischen dem Auslaufwinkel und dem Spannwinkel berücksichtigt, daß die Verdrehung auch Null werden kann.

Ein technisch ausgeführter Kettentrieb wird ein Verhalten zeigen, das zwischen den beiden aufgezeigten Grenzfällen des Beschleunigungsverhaltens liegt. Zur Abschätzung der möglichen Größenordnung von zu erwartendem Spannweg bzw. Spannwinkel werden im folgenden diese beiden Grenzfälle näher untersucht.

1. Fall ($a_g \gg a_t$)

Da in diesem Fall der Spannwinkel φ_{Sp} gleich dem Auslaufwinkel φ_A ist, muß dieser nicht mehr berechnet werden. Interessant ist aber die Frage, um welchen maximalen Spannweg $s_{Sp \max}$ die neue Führungsrolle in der Führung zurückgezogen werden muß, damit dieser Fall überhaupt eintreten kann.

Die Beziehung zwischen dem in der Führung zurückgelegten Weg s und dem Lagewinkel φ wurde bereits in Abschnitt 4.1.1, S. 43, hergeleitet. Setzt man in Gl. 4.14, S. 45, die beliebige wählbare Referenzstrecke $s_0 = 0$, so erhält man:

$$s = r \cdot \sin \varphi - r \cdot \sqrt{\left(\frac{k}{r}\right)^2 - \left(\frac{h}{r} - \cos \varphi\right)^2} \quad (4.64)$$

Gl. 4.64 beschreibt den in der Führung zurückgelegten Weg der Führungsrolle ab der Koordinatenachse ($\xi = 0$); der Weg s entspricht damit auch dem Führungsrollenabstand f_R (vgl. Bild 3.2, S. 26). Den maximalen Spannweg $s_{Sp \max}$ der neuen Führungsrolle erhält man, wenn die Position der neuen Führungsrolle beim Auslaufwechsel ($s(\varphi_A)$) mit der Position der neuen Führungsrolle nach dem Aufspannen ($s(\varphi_A + \Delta\varphi_{Sp})$) unter der Annahme verglichen wird, daß sich das Antriebsrad nicht weiterdreht (vgl. Bild 3.9, S. 34):

$$s_{Sp \max} = \lim_{\Delta\varphi_{Sp} \rightarrow 0} s(\varphi_A + \Delta\varphi_{Sp}) - s(\varphi_A) \quad (4.65)$$

Beim Auslaufwechsel ist die Position der alten Führungsrolle bekannt, da sie am Führungsende steht: $s(\varphi_A) = f$; die Position der neuen Führungsrolle ergibt sich damit zu: $s(\varphi_A) = f + p$. Dem Grenzübergang $\Delta\varphi_{Sp} \rightarrow 0$ wird dadurch Rechnung getragen, daß in Gl. 4.64, S. 69, beim Lagewinkel φ_A die Starrkörperlänge k_E , d. h. die nach dem Auslaufwechsel vorhandene Starrkörperlänge, eingesetzt wird. Für den maximalen Spannweg $s_{Sp \max}$ läßt sich somit schreiben:

$$\begin{aligned} s_{Sp \max} &= |s| - (f + p) \\ &= \left| r \cdot \sin \varphi_A - r \cdot \sqrt{\left(\frac{k_E}{r}\right)^2 - \left(\frac{h}{r} - \cos \varphi_A\right)^2} \right| - f - p \end{aligned} \quad (4.66)$$

In Gl. 4.66 ist bereits durch die Betragstriche berücksichtigt, daß der Weg s entgegen der Richtung der ξ -Achse positiv gezählt wird.

Gl. 4.66 gilt noch nicht für alle Anordnungslagen. In Bild 4.16, S. 70, ist der Starrkörper zu Beginn des Auslaufwechsels (Rollen 1 - 3) und am Ende der Spannphase (Rollen 1 - 4') für den Fall dargestellt, daß sich das Antriebsrad während der Spannphase nicht weiterdreht. Wie Bild 4.16 zeigt, kann es bei Führungshöhen $h > h_s = r \cdot \cos \alpha$ vorkommen, daß der Starrkörper (Strecke 14') am Ende der Spannphase den Teilkreis schneidet. Bei einem realen Kettentrieb wird sich der Starrkörper mit der Rolle 2 auf den Teilkreis aufsetzen und zur Rolle 4' hin abknicken. Daß dieser Sachverhalt in der Berechnung des Spannweges noch nicht berücksichtigt wurde, hat folgende Ursache: Bei der Berechnung des Auslaufwinkels φ_A wurde bereits die technische Auslaufbedingung überprüft; d. h. man kann davon ausgehen, daß φ_A richtig bestimmt wurde. Zur Berechnung des Spannweges wird jetzt aber im Gegensatz zur Berechnung des Auslaufwinkels mit dem Winkel φ_A die Starrkörperlänge k_E eingesetzt. Die Neigung des Starrkörpers wird infolge dessen geringer und die Gefahr wird größer, daß der Starrkörper im nächsten Zahn aufsitzt und abknickt. Wie bei der Berechnung des Auslaufwinkels φ_A (vgl. Abschnitt 4.2.2, S. 65) muß also auch hier die technische Auslaufbedingung überprüft werden.

Die zu überprüfende Auslaufbedingung ergibt sich aus Bild 4.14, S. 65:

$$m_{1A} > m_{AF}^* > m_{A2} \quad (4.67)$$

Die Steigungen m_{1A} , m_{A2} und m_{AF}^* werden nach Gl. 4.59, S. 66, berechnet; für die Steigung m_{AF}^* ergibt sich eine geringfügig geänderte Berechnungsvorschrift:

$$m_{AF}^* = \frac{h - r \cdot \cos(\varphi_A)}{(f + p + s_{Sp \max}) + r \cdot \sin(\varphi_A)} \quad (4.68)$$

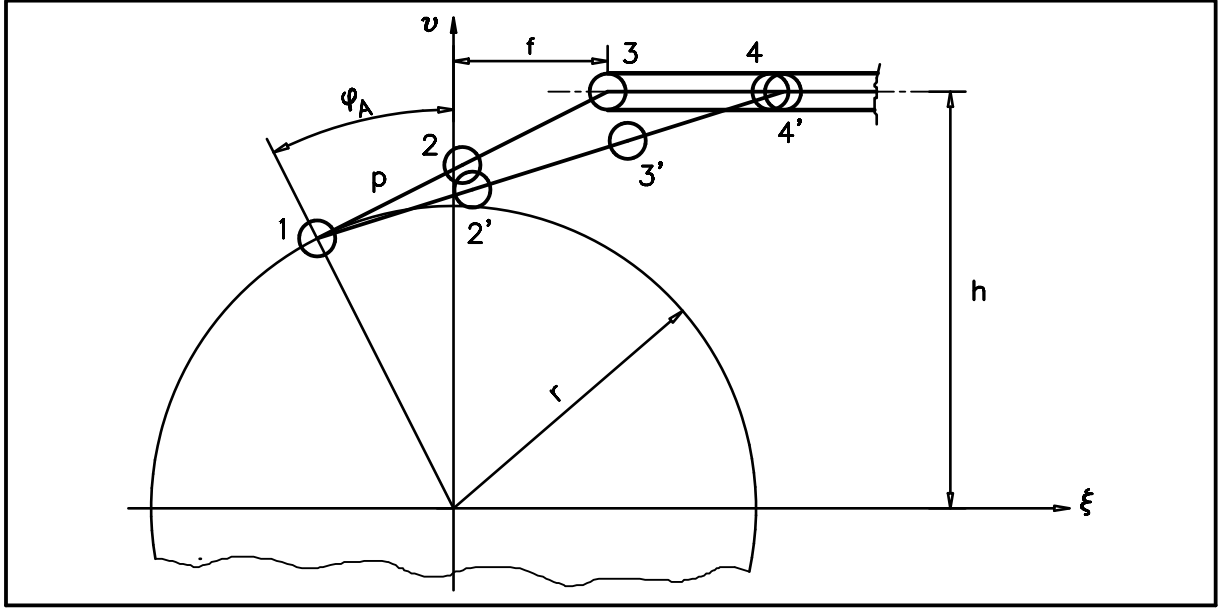


Bild 4.16: Skizze zur Berechnung des maximalen Spannweges $s_{Sp \max}$ für Führungshöhen $h > h_s$

In die Gleichung für m_{AF}^* wurde statt der Auslaufposition $\xi_F = f$ der alten Führungsrolle (Rolle 3) die Auslaufposition $\xi_F = f + p + s_{Sp \max}$ der neuen Führungsrolle (Rolle 4') eingesetzt. Bei der Überprüfung wird also gedanklich unterstellt, daß die Führung genau an der Position der neuen Führungsrolle endet. Für diesen Fall dürfen dann die für die Auslaufphase hergeleiteten Gleichungen benutzt werden. Ist die Bedingung in Gl. 4.67 erfüllt, so wurde der richtige maximale Spannweg $s_{Sp \max}$ berechnet; ist sie jedoch nicht erfüllt, so wird wie folgt verfahren:

Der jetzt zur Berechnung des Spannweges zu verwendende Winkel φ^* entspricht dem Auslaufwinkel φ_A abzüglich des Teilungswinkels: $\varphi^* = \varphi_A - 2\alpha$. Die für diesen Winkel zutreffende Starrkörperlänge k^* entspricht der um eine Teilung reduzierten Starrkörperlänge k_E , also $k^* = k_E - p = k_A$. Aus diesen Überlegungen folgt die Beziehung für den maximalen Spannweg:

$$s_{Sp \max} = \left| r \cdot \sin \hat{\varphi} - r \cdot \sqrt{\left(\frac{\hat{k}}{r} \right)^2 - \left(\frac{h}{r} - \cos \hat{\varphi} \right)^2} \right| - f - \hat{p}$$

mit

$$\hat{k} = \begin{cases} k_E & \text{für } h \leq h_s \quad \vee \quad m_{1A} > m_{AF}^* > m_{A2} \\ k_A & \text{für } h > h_s \quad \wedge \quad (m_{1A} \leq m_{AF}^* \vee m_{AF}^* \leq m_{A2}) \end{cases}$$

$$\hat{\varphi} = \begin{cases} \varphi_A & \text{für } h \leq h_s \quad \vee \quad m_{1A} > m_{AF}^* > m_{A2} \\ \varphi_A - 2\alpha & \text{für } h > h_s \quad \wedge \quad (m_{1A} \leq m_{AF}^* \vee m_{AF}^* \leq m_{A2}) \end{cases} \quad (4.69)$$

$$\hat{p} = \begin{cases} p & \text{für } \varphi_E \neq \varphi_A \\ 0 & \text{für } \varphi_E = \varphi_A \end{cases}$$

$$\text{und } h_s = r \cdot \cos \alpha = r \cdot \cos \left(\frac{180^\circ}{z} \right)$$

Bei der Berechnung von $s_{\text{Sp max}}$ ist zunächst die Steigung m_{AF}^* noch nicht bekannt. Es wird daher empfohlen, den maximalen Spannweg im ersten Berechnungsgang mit $\hat{k} = k_E$ und $\hat{\varphi} = \varphi_E$ zu bestimmen und danach die technische Auslaufbedingung nach Gl. 4.67, S. 69, zu überprüfen.

Der Spannweg wird im wesentlichen von den Parametern Starrkörperlänge, Führungshöhe und Auslaufwinkel beeinflusst. Diese Parameter sind nicht voneinander unabhängig, so daß auch formuliert werden kann: der maximale Spannweg $s_{\text{Sp max}}$ hängt von der Führungshöhe h und dem Führungsabstand f ab. In Bild 4.17 ist der maximale Spannweg $s_{\text{Sp max}}$ über der bezogenen Führungshöhe h/r für einen Führungsabstand von $f = 5p$ aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß selbst bei großer Abweichung von der Tangentenanordnung ($h = r$) die Verschiebung nur wenige Bruchteile der Teilung beträgt.

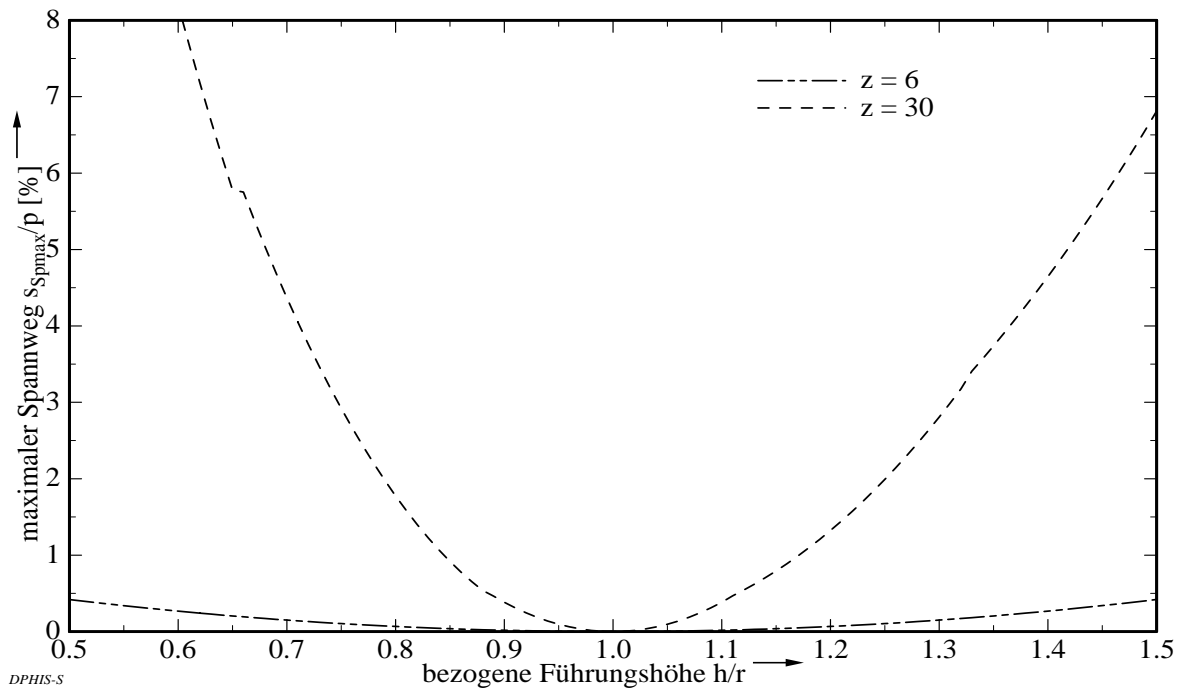


Bild 4.17: Auf die Teilung p bezogener maximaler Spannweg $s_{\text{Sp max}}$ aufgetragen über der bezogenen Führungshöhe für ein Antriebsrad mit $z = 6$ bzw. $z = 30$ (Daten: $p = 25.4 \text{ mm}$, $f/p = 5$)

Bei der Darstellung ist ferner zu beachten, daß durch den unterschiedlichen Teilkreisradius der beiden Kettenräder die Führungshöhe h_s für den Sehneneinlauf bei unterschiedlichen Führungshöhen erfolgt:

$$mith_s = r \cdot \cos \alpha = r \cdot \cos \left(\frac{180^\circ}{z} \right)$$

$$\Rightarrow h_s(z = 6) = 0.866 \cdot r$$

$$\Rightarrow h_s(z = 30) = 0.995 \cdot r$$

Da Führungen an technisch realisierte Kettentriebe im allgemeinen zwischen der Sehnenanordnung ($h = h_S$) und der Tangentenanordnung ($h = h_T = r$) angeordnet werden, sind die zu erwartenden Verschiebungen gering. Nebenbei sei bemerkt, daß Knicke im Verlauf des maximalen Spannweges durch eine Änderung der Starrkörperlänge verursacht werden.

In Bild 4.18 wurden für ein Antriebsrad mit sechs Zähnen drei verschiedene Führungshöhen gewählt, die im Bereich zwischen der Sehnenanordnung ($h/r = 0.866$) und kurz unterhalb der Tangentenanordnung ($h/r = 0.98$) liegen. Wie Bild 4.18 zeigt, nimmt der maximale Spannweg tendenziell mit zunehmendem Führungsabstand ab. Der Graph zeigt jedoch ein stark pulsierendes Verhalten, das durch Minima und Maxima gekennzeichnet ist, deren Lage offensichtlich von der gewählten Führungshöhe abhängt.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß der Spannweg tendenziell mit zunehmendem Führungsabstand kleiner und mit zunehmender Entfernung der Führungshöhe von der Tangentenanordnung größer wird. Für technisch interessante Kettentriebe beträgt der maximale Spannweg weniger als 0.5% der Teilung.

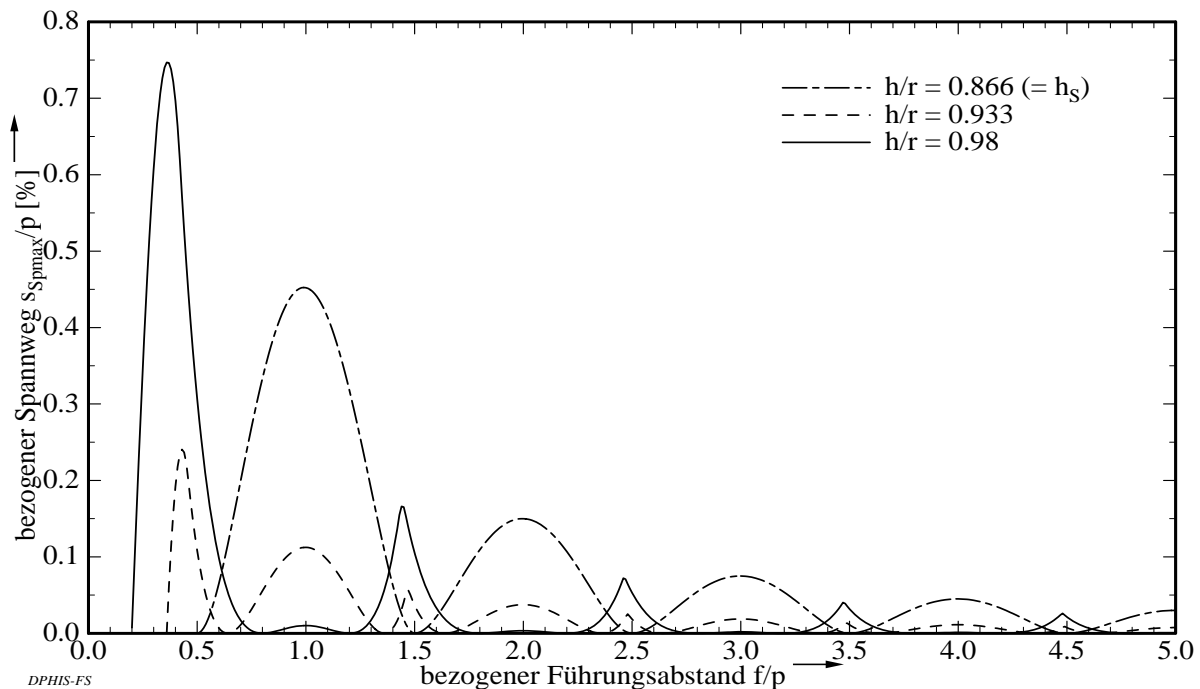


Bild 4.18: Auf die Teilung p bezogener maximaler Spannweg $s_{Sp\ max}$ aufgetragen über den auf die Teilung bezogenen Führungsabstand f und der Führungshöhe h als Parameter (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm)

2. Fall ($a_t \gg a_g$)

Für den Grenzfall $a_t \rightarrow \infty$ erhält man eine maximale Verdrehung $\Delta\varphi_{Sp} = \varphi_{Sp\ max} - \varphi_A$ des Antriebsrades, während sich die neue Führungsrolle nicht zurückbewegt (vgl. Bild 3.9, S. 34). Der maximale Spannwinkel φ_{Smax} des Antriebsrades soll im folgenden berechnet werden. Da sich die neue Führungsrolle nicht weiterbewegt, kann ihre Position auch angegeben werden: $f_R = f + p$; d. h. die neue Führungsrolle befindet sich genau um eine Teilung in der Führung. Ferner ist bekannt, daß sich der Starrkörper nach dem Auslaufwechsel um eine Teilung verlängert hat; d. h. es gilt $k = k_E$. Mit diesen Daten kann der maximale Spannwinkel $\varphi_{Sp\ max}$ leicht über die Gleichungen zur Berechnung des Auslaufwinkels φ_A bestimmt werden. Dazu

wird die Annahme zugrunde gelegt, daß ein Auslaufwechsel mit einem Führungsabstand $f + p$ stattfindet. Mit Gl. 4.56, S. 64, folgt für positive Führungsabstände:

$$\varphi_{Sp \max} = \arctan\left(\frac{h}{f + p}\right) - \arcsin\left(\frac{(f + p)^2 + h^2 + r^2 - k_E^2}{2r\sqrt{(f + p)^2 + h^2}}\right) \quad (4.70)$$

Auch diese Gleichung gilt noch nicht für alle Führungsanordnungen, da wie bei der Berechnung des maximalen Spannweges der Starrkörper den Teilkreis schneiden kann (vgl. Bild 4.16, S. 70). Es muß also auch hier noch die technische Auslaufbedingung überprüft werden:

$$m_{1A} > m_{AF}^{**} > m_{A2} \quad (4.71)$$

Die Steigungen berechnen sich wieder nach Gl. 4.59, S. 66. Im Unterschied zum 1. Fall wird die Steigung m_{AF}^{**} ohne den maximalen Spannweg $\Delta s_{Sp \max}$ berechnet:

$$m_{AF}^{**} = \frac{h - r \cdot \cos(\varphi_A)}{(f + p) + r \cdot \sin(\varphi_A)} \quad (4.72)$$

Ist die Bedingung $m_{1A} > m_{AF}^{**} > m_{A2}$ erfüllt, dann wurde der maximale Spannwinkel $\varphi_{Sp \max}$ korrekt bestimmt. Falls die Bedingung nicht erfüllt ist, muß zunächst der Auslaufwinkel für die Position der neuen Führungsrolle (sie befindet sich genau um eine Teilung p in der Führung, vgl. Bild 4.16, S. 70) unter Berücksichtigung der kleineren Starrkörperlänge ($k = k_A$) berechnet werden. Auch dazu wird wieder angenommen, daß die Führung genau an der Position der neuen Führungsrolle ($\xi_F = f + p$) endet. Der Spannwinkel ergibt sich schließlich dadurch, daß zu dem so berechneten Auslaufwinkel der Teilungswinkel 2α addiert wird. Für den maximalen Spannwinkel kann man damit schreiben (vgl. Gl. 4.56, S. 64):

$$\varphi_{Sp \max} = \arctan\left(\frac{h}{f + p}\right) - \arcsin\left(\frac{(f + p)^2 + h^2 + r^2 - \hat{k}^2}{2r\sqrt{(f + p)^2 + h^2}}\right) + \hat{\varphi} \quad (4.73)$$

mit

$$\hat{k} = \begin{cases} k_E & \text{für } h \leq h_s \quad \vee \quad m_{1A} > m_{AF}^{**} > m_{A2} \\ k_A & \text{für } h > h_s \quad \wedge \quad (m_{1A} \leq m_{AF}^{**} \vee m_{AF}^{**} \leq m_{A2}) \end{cases}$$

$$\hat{\varphi} = \begin{cases} 0 & \text{für } h \leq h_s \quad \vee \quad m_{1A} > m_{AF}^{**} > m_{A2} \\ 2\alpha & \text{für } h > h_s \quad \wedge \quad (m_{1A} \leq m_{AF}^{**} \vee m_{AF}^{**} \leq m_{A2}) \end{cases}$$

Die maximale Spannwindeldifferenz $\Delta\varphi_{Sp \max} = \varphi_{Sp \max} - \varphi_A$ nimmt wie der maximale Spannweg $s_{Sp \max}$ mit zunehmender Führungshöhe h zu und mit zunehmendem Führungsabstand f ab. Der Verlauf der maximalen Verdrehung $\Delta\varphi_{Sp \max}$ über dem Führungsabstand f verhält sich ähnlich wie der in Bild 4.18, S. 72, dargestellte Verlauf des maximalen Spannweges. In Bild 4.19, S. 74, ist der Verlauf der auf den Teilungswinkel bezogenen maximalen Verdrehung über dem technisch interessanten Bereich um die Tangentenanordnung ($h = r$) aufgetragen. Auch hier ist wieder zu beachten, daß die Führungshöhen der Sehnenanordnung h_s wegen der unterschiedlichen Teilkreisradien für die dargestellten Antriebsräder unterschiedlich sind. Während in diesem Falle die maximale Verdrehung bei dem Antriebsrad mit sechs Zähnen noch 0.03% des Teilungswinkels dauert, ist sie beim Antriebsrad mit dreißig Zähnen vernachlässigbar.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß für technisch ausgeführte Kettentriebe die maximale Spann winkeldifferenz $\Delta\varphi_{\text{Sp max}}$ weniger als 0.5% der Ungleichförmigkeitsperiode dauert.

Damit ist die Betrachtung der beiden Grenzfälle des Beschleunigungsverhaltens beendet. Zum einen kann jetzt die maximale Verschiebung der Kette in der Führung und zum anderen die maximale Verdrehung des Kettenrades beim Auslaufwechsel berechnet werden. Welches Bewegungsverhalten sich bei technisch ausgeführten Kettentrieben einstellt, hängt jedoch stark vom jeweiligen Anwendungsfall ab. Insbesondere müssen das Beschleunigungs- und Lastverhalten sowie Trägheits- und Reibungskräfte berücksichtigt werden. Wird die Führung zwischen der Sehn- und der Tangentenanordnung angeordnet, dann ist die zu erwartende Verdrehung bzw. Verschiebung sehr klein und kann u. U. sogar vernachlässigt werden.

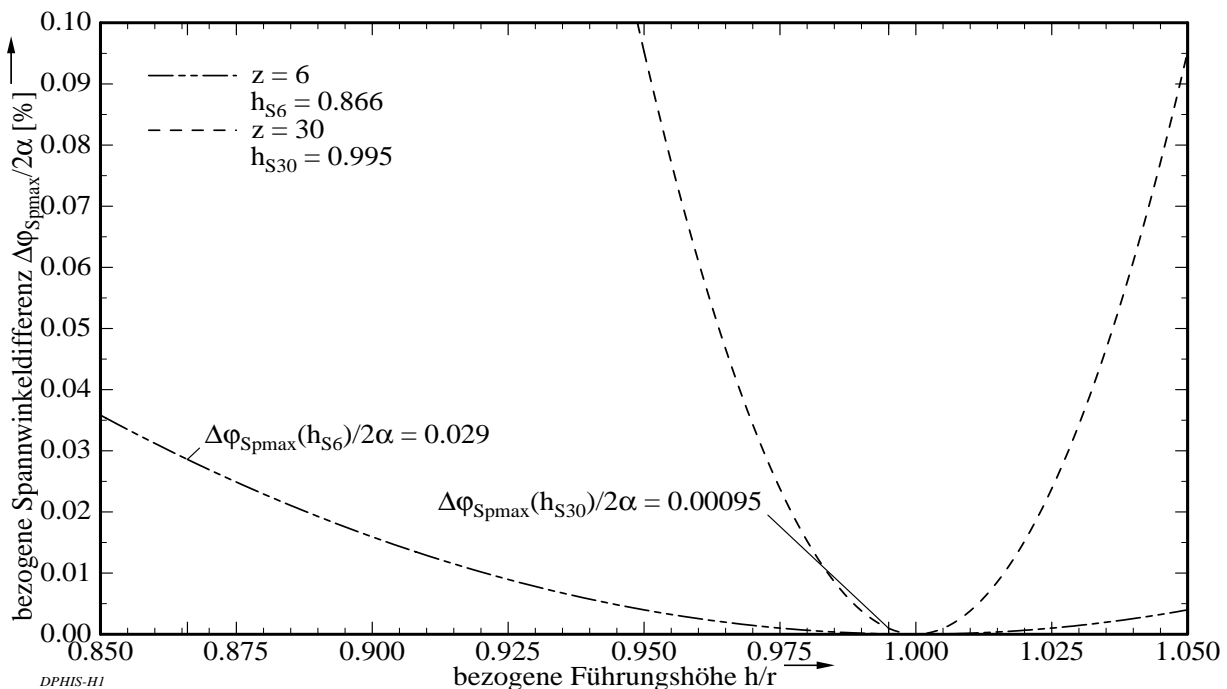


Bild 4.19: Auf den Teilungswinkel $\tau = 2\alpha$ bezogene maximale Spann winkeldifferenz $\Delta\varphi_{\text{Sp max}}$ aufgetragen über der bezogenen Führungshöhe h/r für zwei Kettenräder (Daten: $p = 25.4$; $f/p = 5$)

Für die Ungleichförmigkeitsperiode hat die Existenz eines Spann winkels bzw. -weges eine weitere Bedeutung. Unabhängig davon, ob der Starrkörper durch eine Verschiebung oder eine Verdrehung aufgespannt ist, wird der insgesamt von der Kette in der Führung zurückgelegte Weg s kleiner (statt $s = p$ wird der Weg $s = p - s_{\text{Sp}}$ zurückgelegt). Bei der Herleitung der mittleren Kettengeschwindigkeit wurde bereits festgestellt, daß sich die Kette in der Führung bei Drehung des Antriebsrades um einen Zahn genau um eine Teilung bewegen muß (vgl. Abschnitt 4.1.4, S. 52). Wenn sich aber beispielsweise die Führungsrolle beim Auslaufwechsel um den Weg Δs zurückbewegt, dann muß die Kette insgesamt den Weg $s = p + \Delta s$ in einer Ungleichförmigkeitsperiode zurücklegen. Dieser etwas größere Weg kann aber nur dann zurückgelegt werden, wenn sich das Antriebsrad um einen Winkel $\Delta\varphi$ weiterdreht. Dies wird dadurch verhindert, daß nach dem Ende der Ungleichförmigkeitsperiode, d. h. mit Erreichen des Einlaufwinkels φ_E , ein neuer Einlaufwechsel stattfindet. Da die neue Antriebsrolle die aus geometrischer Sicht richtige Einlaufposition zu diesem Zeitpunkt noch nicht erreicht hat, kommt es zu einem zusätzlichen Einlaufstoß. Diese Über-

- der Starrkörper läuft gerade über die Sehne in das Kettenrad ein (Einlaufwechsel)
- die Führungsrolle steht gerade am Ende der Führung (Auslaufwechsel)

Bei einem Starrkörper mit $q = 1$ und einen Einlaufwinkel $\varphi_E = \alpha$ geht das Führungsende bis zum Teilkreis (Punkt P_{F1} , Bild 4.20). Andere mögliche Einlaufwinkel φ_E ergeben sich in diesem Fall durch eine Drehung des Starrkörpers um den Ursprung. Da sich der Starrkörper mit dem Radius $r_1 = r$ um den Ursprung dreht, bleiben auch andere mögliche Führungsendpunkte P'_{F1} auf dem Teilkreis. Dies ändert sich, wenn man einen Starrkörper mit $q = 2$ betrachtet. Der Führungsendpunkt P_{F2} schwenkt nun mit dem Radius r_2 (mit $r_2 > r_1$) um den Ursprung, d. h. alle mögliche Führungsendpunkte P'_{F2} für $\varphi_E \neq \alpha$ liegen auf einem Radius r_2 um den Ursprung. Diese Überlegungen kann man für weitere Starrkörperlängen fortsetzen, so daß mit der Hilfsgröße

$$\bar{r} = \sqrt{r^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2}$$

geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= r^2 && \text{für } q = 1 \\ r_2^2 &= \bar{r}^2 + \left(\frac{3}{2}p\right)^2 && \text{für } q = 2 \\ r_3^2 &= \bar{r}^2 + \left(\frac{5}{2}p\right)^2 && \text{für } q = 3 \\ &\vdots \\ r_q^2 &= \bar{r}^2 + ((q-0,5) \cdot p)^2 && \text{für } q = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

und durch Ersetzen der Hilfsgröße \bar{r} :

$$\begin{aligned} r_q^2 &= r^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + (q-0,5)^2 \cdot p^2 \\ &= r^2 + (q^2 - q) \cdot p^2 \end{aligned}$$

Ein Doppelwechsel liegt dann vor, wenn gerade folgende Bedingung erfüllt wird (vgl. Bild 4.20, S. 75):

$$f^2 + h^2 \stackrel{!}{=} r_q^2$$

d. h. als Bedingung für den Doppelwechsel kann formuliert werden:

$$f^2 + h^2 \stackrel{!}{=} r^2 + (q^2 - q) \cdot p^2 \quad (4.74)$$

Aus dieser Gleichung kann die Teilung über die Beziehung $p = 2r \sin \alpha$ (vgl. Bild 4.20, S. 75) eliminiert werden und es ergibt sich die alternative Schreibweise:

$$\begin{aligned} f^2 + h^2 &\stackrel{!}{=} r^2 + (q^2 - q) \cdot 4r^2 \sin^2 \alpha \\ &\stackrel{!}{=} r^2 \cdot (1 + 4(q^2 - q) \sin^2 \alpha) \end{aligned} \quad (4.75)$$

Die Gültigkeit dieser Gleichungen läßt sich am Beispiel eines Starrkörpers mit $q = 1$ leicht überprüfen. Der zweite Term in der Klammer wird zu null; d. h. der Führungspunkt liegt auf dem Teilkreis mit dem Radius r .

4.3 Berechnung der Starrkörperlänge

Bei den bisherigen Berechnungen des Ein- und Auslaufwinkels wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß die Starrkörperlänge k bzw. der Starrkörperfaktor q bekannt ist. Die genaue Länge des Starrkörpers eines Kettentriebs ergibt sich rein analytisch jedoch erst, wenn entweder der Ein- oder der Auslaufwinkel bekannt sind. In diesem Abschnitt wird das Ziel verfolgt, die Starrkörperlänge ohne Kenntnis des Ein- und Auslaufwinkels zu bestimmen. Im folgenden wird eine Näherungslösung vorgestellt, die es für sehr viele Fälle ermöglicht, die richtige Starrkörperlänge zu ermitteln.

In Bild 4.21 ist ein Kettentrieb beim Auslaufwechsel dargestellt, für den die Starrkörperlänge k_A bestimmt werden soll. Die Starrkörperlänge k_A entspricht der Strecke $\overline{T_1 P_F}$, wobei T_1 dem Trumführungspunkt und P_F dem Führungsendpunkt entspricht. Eine geometrische Betrachtung der Strecken zwischen möglichen Trumführungspunkten und Punkten auf der Führungsgeraden zeigt, daß immer folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$\overline{T_2 F_2} - p = \overline{T_1 F_2} \leq \overline{T_1 P_F} \leq \overline{T_3 F_1} = \overline{T_1 F_1} - p \quad (4.76)$$

Die Starrkörperlänge k_A liegt also zwischen den Längen zweier benachbarter Einlaufgeraden. Mit der Kenntnis der Strecken $\overline{T_1 F_2}$ und $\overline{T_3 F_1}$ kann die Starrkörperlänge also eingegrenzt werden.

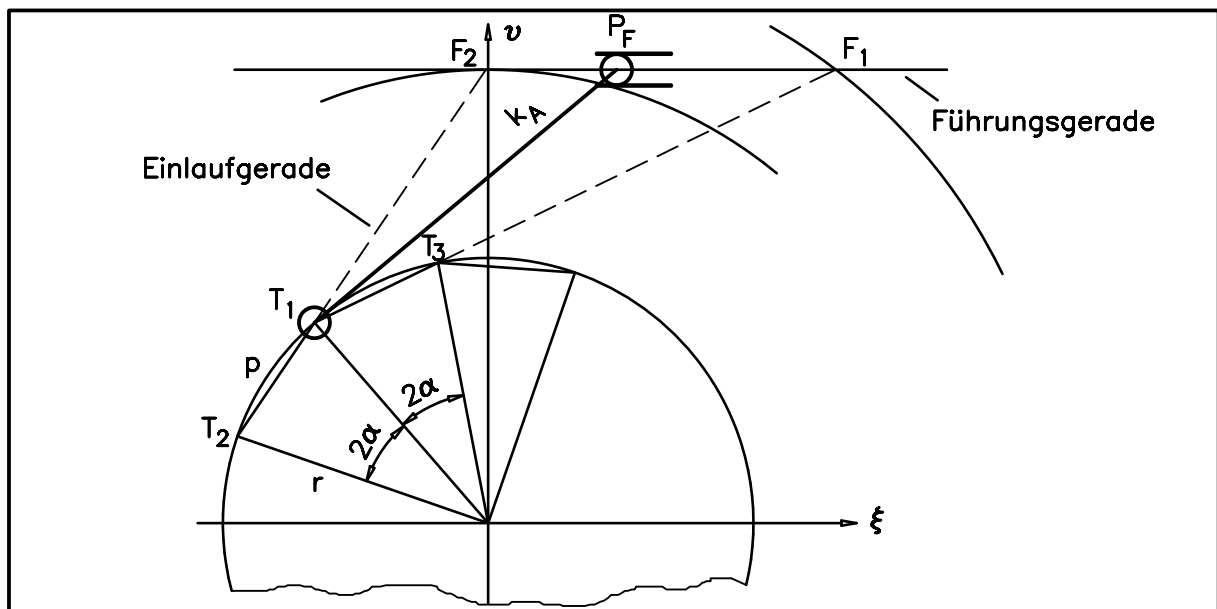


Bild 4.21: Skizze zur Bestimmung der Starrkörperlänge k_A beim Auslauf- bzw. Doppelwechsel

Interpretiert man die Punkte F_1 und F_2 auf der Führungsgeraden als mögliche Anordnungen für einen Doppelwechsel, so bleibt die Gültigkeit der Gl. 4.76 erhalten. Außerdem gilt beim Doppelwechsel für die Strecken $\overline{T_1 F_2}$ und $\overline{T_3 F_1}$, daß sie ein ganzzahliges Vielfache der Teilung p sind und sich nur um eine Teilung p unterscheiden:

$$\begin{aligned} \overline{T_1 F_2} &= n \cdot p \\ \overline{T_3 F_1} &= (n+1) \cdot p \end{aligned} \quad \text{für } \varphi = \varphi_E = \varphi_A \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

Da die gesuchte Starrkörperlänge k_A immer ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung sein muß, entspricht sie daher entweder der Strecke $\overline{T_1 F_2}$ oder der Strecke $\overline{T_3 F_1}$. Liegt der Führungsendpunkt P_F zwischen den Punkten F_2 und F_1 , dann kann sie nur der Strecke $\overline{T_1 F_2}$ entsprechen, da die Strecke $\overline{T_1 P_F}$ nur um den Bruchteil einer Teilung länger ist als die Strecke $\overline{T_1 F_2}$, d. h. die Länge $(n+1) \cdot p$ der Strecke $\overline{T_3 F_1}$ noch nicht erreicht ist. Die Suche nach der Starrkörperlänge k_A reduziert sich daher zunächst auf die Suche nach den möglichen Starrkörperlängen beim Doppelwechsel.

Im vorangegangenen Abschnitt wurden für den Doppelwechsel bereits Gleichungen für mögliche Anordnungslagen (Kombination aus Führungshöhe und -abstand) hergeleitet (s. Gl. 4.74 und Gl. 4.75, S. 76). Mit Kenntnis der Führungshöhe h und des Führungsabstandes f können diese Gleichungen nach dem Starrkörperfaktor aufgelöst werden. Aus Gl. 4.75 erhält man:

$$\begin{aligned} 1 + 4(\bar{q}^2 - \bar{q}) \cdot \sin^2 \alpha &= \frac{f^2 + h^2}{r^2} \\ \bar{q}^2 - \bar{q} &= \frac{f^2 + h^2}{4r^2 \sin^2 \alpha} - \frac{1}{4 \sin^2 \alpha} \\ 0 &= \bar{q}^2 - \bar{q} - \frac{f^2 + h^2 - r^2}{4r^2 \sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

Diese quadratische Gleichung kann mit Hilfe der pq-Formel (BRONSTEIN 1981, S. 182) aufgelöst werden:

$$\bar{q}_{1/2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{f^2 + h^2 - r^2}{r^2 \sin^2 \alpha}} \quad (4.77)$$

Die Diskriminante dieser Gleichung ist größer gleich Eins, da die Bedingung $r^2 \leq f^2 + h^2$ immer erfüllt ist (vgl. Gl. 3.1, S. 29). Außerdem wird der Nenner des zweiten Terms in der Wurzel nie Null, da bei einem technisch relevanten Kettentrieb für den Teilkreisradius immer $r \neq 0$ gilt und der Teilungswinkel im Bereich $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ liegt. Weil gemäß Definition der Starrkörperfaktor $q \geq 1$ sein muß (die freie Trumlänge enthält mindestens ein Kettenglied), wird das negative Vorzeichen der Wurzel für die Lösung ignoriert. Die so modifizierte Gl. 4.77 liefert aber noch nicht den gesuchten Starrkörperfaktor q . Die Ursache liegt darin, daß im allgemeinen eine Anordnungslage die Bedingung (vgl. Gl. 4.74 und Gl. 4.75, S. 76) für einen Doppelwechsel nicht erfüllt. Der über Gl. 4.77 berechnete Starrkörperfaktor \bar{q} wird daher i. a. keine ganze Zahl sein; d. h. der berechnete Wert von \bar{q} muß auf die nächst kleinere ganze Zahl reduziert werden. Dazu wird die int-Funktion eingeführt, die einem Argument x die größte ganze Zahl kleiner oder gleich x zuordnet. Aus Gl. 4.77 ergibt sich daher schließlich für den Starrkörperfaktor q_A :

$$q_A \cong \text{int} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{f^2 + h^2 - r^2}{r^2 \sin^2 \alpha}} \right) \quad (4.78)$$

Wird Gl. 4.74 statt der Gl. 4.75, S. 76, für diese Herleitung benutzt, so erhält man als alternative Schreibweise mit der Teilung p anstatt des Teilungswinkels α :

$$q_A \cong \text{int} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{f^2 + h^2 - r^2}{p^2}} \right) \quad (4.79)$$

In den Gleichungen 4.78 und 4.79 wurde bewußt das Gleichheitszeichen "=" nicht verwendet, weil diese Gleichungen nur eine Näherung darstellen, die aber für die meisten Anordnungslagen den genauen Starrkörperfaktor q berechnen. Streng mathematisch gelten diese beiden Gleichungen gemäß den Voraussetzungen bei der Herleitung von Gl. 4.74, S. 76, nur für den Fall $f \geq 0$. Bei der Erprobung dieser Gleichungen hat sich jedoch gezeigt, daß auch die Starrkörperfaktoren für Führungsabstände $f < 0$ mit zufriedenstellender Genauigkeit berechnet werden können, so daß diesbezüglich keine Einschränkungen vorgenommen werden. Ein fehlerhaft berechneter Starrkörperfaktor wird bei der Berechnung des Auslaufwinkels φ_A durch die Überprüfung der technischen Auslaufbedingung erkannt, so daß ggf. der Starrkörperfaktor korrigiert werden muß (vgl. Abschnitt 4.2.2, S. 66f.). Die Starrkörperlänge berechnet sich damit wie folgt (vgl. Abschnitt 3.2, S. 33f.):

$$\begin{aligned} k_A &= q_A \cdot p \\ k_E &= q_E \cdot p \\ \text{mit} \\ q_E &= q_A + 1 \quad \text{für} \quad \varphi_E \neq \varphi_A \\ q_E &= q_A \quad \text{für} \quad \varphi_E = \varphi_A \end{aligned} \quad (4.80)$$

Mit Kenntnis der Starrkörperlänge können nun die Bewegungsverhältnisse und die verschiedenen Winkel berechnet werden.

4.4 Berechnungsgang und -beispiel

Nachdem das prinzipielle Bewegungsverhalten und die Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode beschrieben sind, wird im folgenden der Berechnungsgang noch einmal zusammenfassend aufgelistet und das typische Bewegungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhalten exemplarisch dargestellt.

4.4.1 Zusammenfassende Darstellung des Berechnungsgangs

Zur Berechnung und Darstellung der Führungsweg-, Führungsgeschwindigkeits- und Führungsbeschleunigungsverläufe empfiehlt sich ein Vorgehen in folgenden Schritten:

1. Daten festlegen

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| • Zähnezahl | z |
| • Teilung | p |
| • Führungshöhe | h |
| • Führungsabstand | f |
| • Teilungswinkel | $\tau = \frac{360^\circ}{z}$ |
| • halber Teilungswinkel | $\alpha = \frac{\tau}{2}$ |
| • Teilkreisradius | $r = \frac{p}{2 \sin \alpha}$ |
| • Drehzahl | n |

- Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot n$
- mittlere Kettengeschwindigkeit: $v_m = n \cdot z \cdot p$

2. Anordnungslage auf Zulässigkeit überprüfen

Da für eine vorgegebene Führungshöhe h der Führungsabstand f nicht beliebig festgelegt werden kann, ist zunächst zu überprüfen, ob überhaupt eine zulässige Anordnungslage vorliegt (Gl. 3.1, S. 29).

3. Starrkörperfaktor q_A bestimmen

Der Starrkörperfaktor q_A wird nach Gl. 4.78 oder Gl. 4.79, S. 79, berechnet.

4. Doppelwechsel überprüfen

Vor Zuweisung des Starrkörperfaktors q_E muß überprüft werden, ob ein Doppelwechsel vorliegt (Gl. 4.75, S. 76).

5. Starrkörperfaktor q_E und Starrkörperlänge zuweisen

Je nachdem ob ein Doppelwechsel vorliegt oder nicht, wird der Starrkörperfaktor für die Einlaufphase und die Starrkörperlänge für die Aus- und Einlaufphase nach Gl. 4.80, S. 79, festgelegt.

6. Einlaufwinkel berechnen

Der Einlaufwinkel φ_E berechnet sich nach Gl. 4.43, S. 60.

7. Auslaufwinkel berechnen

Der Auslaufwinkel φ_A berechnet sich nach Gl. 4.56, S. 64.

8. Technische Auslaufbedingung überprüfen

Basierend auf Gl. 4.47, S. 62, ist zu überprüfen, ob der Auslaufwinkel innerhalb der zulässigen Grenzen liegt. Dazu werden die Steigungen überprüft, die sich nach Gl. 4.59, S. 66 ergeben. Ist die Bedingung nach Gl. 4.60, S. 66, nicht erfüllt, so sind die Starrkörperfaktoren und die Starrkörperlängen nach Gl. 4.62, S. 67, neu zu berechnen. In diesem Fall sind die Berechnungen ab Punkt 4 mit den neuen Werten zu wiederholen.

9. Maximalen Spannwinkel berechnen

Unter der Voraussetzung, daß sich die Führungsrolle beim Auslaufwechsel nicht weiterbewegt, kann der maximale Spannwinkel $\varphi_{S_{\max}}$ nach Gl. 4.70, S. 73, berechnet werden.

10. Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode festlegen

Die Ungleichförmigkeitsperiode wird durch die Periodenwinkel Ψ_{\min} und Ψ_{\max} beschränkt (vgl. Gl. 3.11, S. 37). Zusätzlich muß die technische Auslaufbedingung beachtet werden (vgl. Gl. 4.60, S. 66):

$$\Psi_{\max} = \max(\varphi_E, \varphi_A)$$

$$\Delta\Psi = 2\alpha$$

$$\Psi_{\min} = \Psi_{\max} - \Delta\Psi$$

Damit sind die Winkelbereiche für folgende Phasen festzulegen (vgl. Gl. 3.12, S. 37):

a) für $\varphi_E \geq \varphi_A$

- Auslaufphase $\Psi_{\min} < \varphi \leq \varphi_A$

- Spannphase $\varphi_A < \varphi \leq \varphi_{Sp}$
- Einlaufphase $\varphi_{Sp} \leq \varphi \leq \varphi_E$

b) für $\varphi_E < \varphi_A$

- Auslaufphase $\varphi_E < \varphi \leq \varphi_A$
- Spannphase $\varphi_A < \varphi \leq \varphi_{Sp}$
- Einlaufphase $\Psi_{\min} < \varphi \leq \varphi_E$

11. Verlauf des Führungsweges

Der Führungsweg berechnet sich nach Gl. 4.14, S.45. Dabei ist zu beachten, daß für die Aus- und Einlaufphase verschiedene Starrkörperlängen einzusetzen sind. Da die kinematischen Verhältnisse während der Spannphase unklar sind, empfiehlt es sich, eine Lücke im Funktionsverlauf zu lassen. Diese beiden letzten Bemerkungen gelten auch für die Berechnung der Führungsgeschwindigkeit und -beschleunigung.

12. Verlauf der Führungsgeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit der Kette in der Führung kann durch Gl. 4.21, S. 48, berechnet werden.

14. Führungsbeschleunigung

Die Führungsbeschleunigung kann mit Hilfe von Gl. 4.27, S. 51, berechnet werden.

4.4.2 Darstellung einiger typischer Bewegungsverhältnisse

In Anhang A, S. 164ff., wird der im letzten Abschnitt dargestellte Berechnungsgang anhand von drei Beispielen auch mit Zahlenwerten ausführlich erläutert. In diesem Abschnitt soll das typische Verhalten von Führungsgeschwindigkeit und -beschleunigung kurz aufgezeigt werden. Da die Spannphase keinen Einfluß auf den Verlauf der Graphen hat, wird sie vernachlässigt. Für die Beispiele wurde ein Antriebsrad mit $z = 6$ Zähnen und einer Teilung von $p = 25,4$ mm ausgewählt.

Auf die Darstellung des Führungsweges wird in diesem Abschnitt verzichtet, da im interessierenden Bereich der Verlauf weitgehend linear ist (vgl. Bild 4.3, S. 48) und man keine weiteren Aussagen daraus gewinnen kann. Die Graphen zu Führungsgeschwindigkeit und -beschleunigung werden über dem relativen Lagewinkel dargestellt. Der relative Lagewinkel überstreicht immer einen Bereich von $\varphi_r = 0$ bis $\varphi_r = 2\alpha$ und wird wie folgt berechnet:

$$\varphi_r = \varphi - \Psi_{\min}$$

Die Darstellung des Verlaufes über dem relativen Lagewinkel hat den Vorteil, daß sich die Verläufe unterschiedlicher Führungshöhen besser miteinander vergleichen lassen.

In Bild 4.22, S. 82, ist die bezogene Führungsgeschwindigkeit für drei Führungshöhen und die mittlere bezogene Führungsgeschwindigkeit über dem relativen Lagewinkel dargestellt. Der bogenförmige Verlauf der Graphen ist typisch für das Geschwindigkeitsverhalten; die Graphen zu den einzelnen Führungshöhen unterscheiden sich im wesentlichen durch ihre minimalen und maximalen Werte voneinander. Während sich die kleinsten Werte immer am Beginn oder Ende der Ungleichförmigkeitsperiode ergeben, liegt das Maximum in etwa in der Mitte der Ungleichförmigkeitsperiode. Auffallend ist ferner, daß die minimalen Geschwindigkeitswerte am Beginn und Ende der Ungleichförmigkeitsperiode in etwa gleich sind. Die in

den Graphen sichtbaren Knicke werden durch die Auslaufwechsel verursacht. Nach dem Auslaufwechsel verlängert sich die Starrkörperlänge um eine Teilung, wodurch sich das Geschwindigkeitsverhalten geringfügig ändert. Der beim Auslaufwechsel auftretende Geschwindigkeitssprung ist um so kleiner, je näher die Führung an der Tangente des Teilkreises angeordnet ist ($h = r$). Ist die Führungshöhe $h > r$, dann ist die Geschwindigkeit nach dem Auslaufwechsel geringer als vor dem Auslaufwechsel; bei Führungshöhen $h < r$ wird die Geschwindigkeit größer.

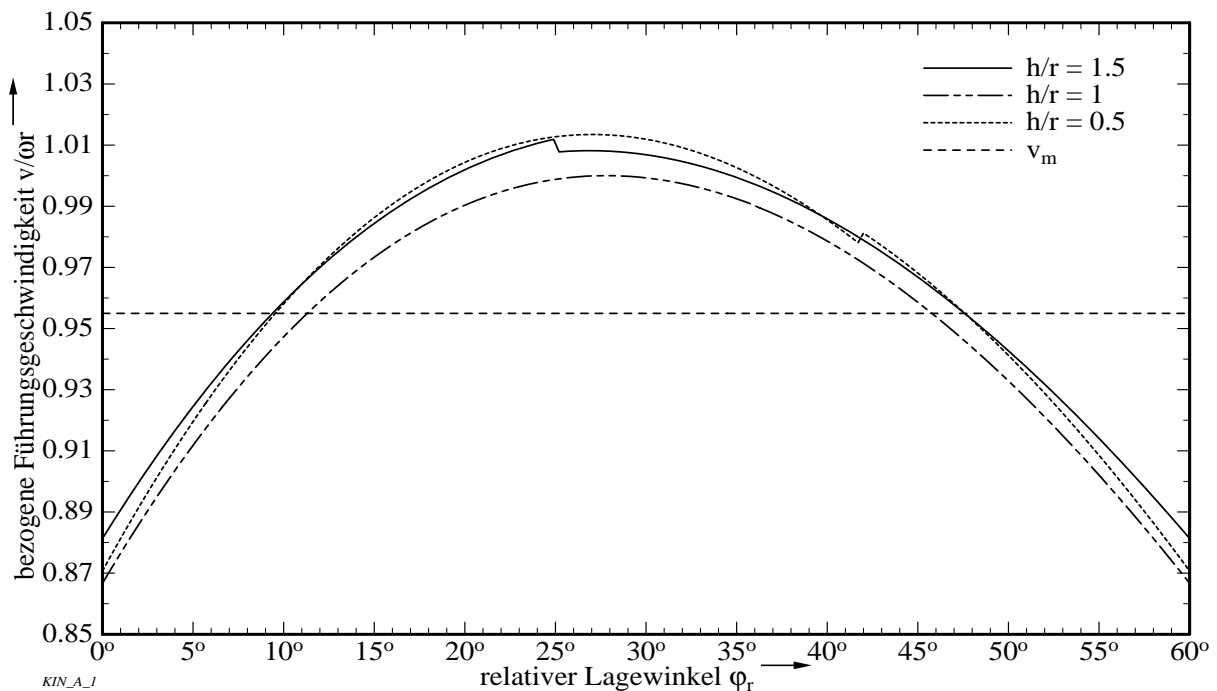


Bild 4.22: Verlauf der bezogenen Führungsgeschwindigkeit für drei Führungshöhen aufgetragen über dem relativen Lagewinkel ϕ_r (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm; $f = 72.6$ mm)

Der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit ändert sich vom Prinzip her nicht, wenn Anordnungen mit Doppelwechsel betrachtet werden. In diesem Fall ändert sich die Starrkörperlänge während einer Ungleichförmigkeitsperiode nicht, da die Ein- und Auslaufwinkel gleich groß sind (Knicke im Verlauf sind daher nicht möglich). Wie Bild 4.23, S. 83, zeigt, bleibt nach wie vor der bogenförmige Verlauf der Führungsgeschwindigkeit erhalten. Allerdings sind die Geschwindigkeitswerte am Beginn und Ende der Ungleichförmigkeitsperiode deutlich voneinander verschieden. Die Lage der minimalen Geschwindigkeit hängt von der Führungshöhe ab. Wird die Führung oberhalb der Sehnenanordnung angeordnet ($h > h_s$; vgl. Bild 2.5, S. 12), dann liegt das Minimum der Geschwindigkeit am Ende der Ungleichförmigkeitsperiode; für Anordnungen unterhalb der Sehnenanordnung ($h < h_s$) liegt das Minimum am Beginn der Ungleichförmigkeitsperiode.

Auch bei einer Veränderung des Führungsabstandes f ändert sich der bogenförmige Verlauf der Führungsgeschwindigkeit im allgemeinen nicht. In Bild 4.24, S. 84, sind die Graphen der Führungsgeschwindigkeit für die Tangentenanordnung ($h = r$) und dem auf die Teilung p bezogenen Führungsabstand f als Parameter dargestellt. Für größere Führungsabstände erkennt man wieder den bogenförmigen Verlauf der Geschwindigkeit. Nähert man sich allerdings dem Führungsabstand $f = 0$, dann weicht der Graph der Geschwindigkeit deutlich

von diesem bogenförmigen Verlauf ab. Besonders verändert ist der Verlauf im Falle des Tangenteneinlaufs (Bedingung: $h = r$ und $f = 0$).

Da für den Fall des Tangenteneinlaufs der relative Lagewinkel φ_r mit dem Lagewinkel φ identisch ist, kann die Richtigkeit des Geschwindigkeitsverlaufes leicht überprüft werden: Der Einlaufwinkel wird in diesem Fall so groß wie der Teilungswinkel (im Beispiel: $\varphi_E = 2\alpha = 60^\circ$). Der untere Periodenwinkel der Ungleichförmigkeitsperiode wird daher gerade $\Psi_{\min} = 0$. Beim Lagewinkel $\varphi = 0$ steht der Starrkörper senkrecht auf dem Teilkreisradius, der sich mit der Geschwindigkeit $v = \omega r$ dreht, die bezogene Führungsgeschwindigkeit muß daher dort gleich eins werden. Diese Verhältnisse liegen noch einmal bei dem Lagewinkel $\varphi = 60^\circ$ vor; auch hier muß die bezogene Führungsgeschwindigkeit wieder eins werden. Diese Überlegungen entsprechen auch der Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes in Bild 4.24. Ursächlich für den von der typischen Bogenform abweichenden Verlauf der Führungsgeschwindigkeit ist die Tatsache, daß bei einem Starrkörperfaktor von $q = 1$ ein Doppelwechsel stattfindet. Da der Tangenteneinlauf die einzige Anordnungslage ist, bei der diese Konstellation auftreten kann, muß der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit beim Tangenteneinlauf als Sonderfall behandelt werden.

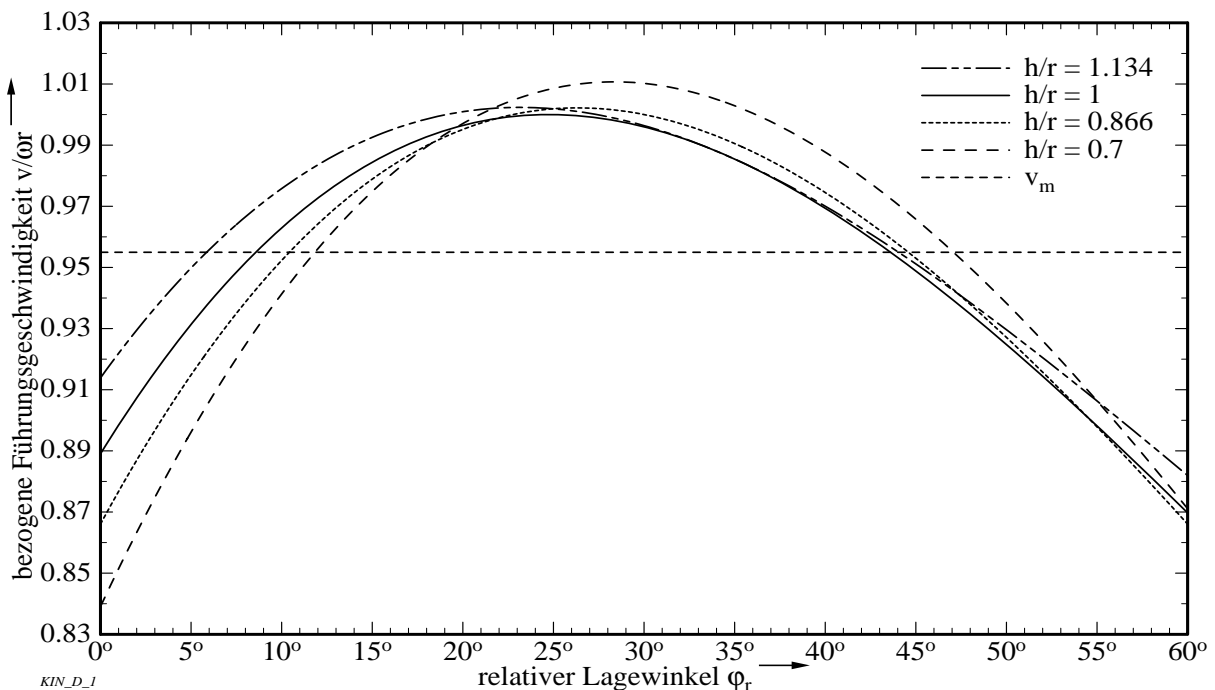


Bild 4.23: Verlauf der bezogenen Führungsgeschwindigkeit für vier Führungshöhen aufgetragen über dem relativen Lagewinkel φ_r für den Fall einer Anordnungslage mit Doppelwechsel (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm; $\varphi_A = \varphi_E$; $q_A = q_E = 2$)

Bild 4.25, S. 84, sind jeweils die bezogene Beschleunigung zu den in Bild 4.24 dargestellten Geschwindigkeitsverläufe dargestellt. Für das typische bogenförmige Geschwindigkeitsverhalten laufen die Graphen der Beschleunigung ebenfalls leicht bogenförmig von einem positiven Wert am Beginn der Ungleichförmigkeitsperiode zu einem negativen Wert am Ende der Ungleichförmigkeitsperiode. Wird die Beschleunigung null, so liegt ein Maximum oder Minimum der Führungsgeschwindigkeit vor. Im Falle des typischen bogenförmigen Geschwindigkeitsverlaufes erhält man beim Schnittpunkt der Graphen mit der Abszisse ($a = 0$) das Maximum, für den Tangenteneinlauf ($h = r$; $f = 0$) das Minimum der Geschwindigkeit.

Deutlich erkennbar ist auch, daß die Beschleunigung beim Übergang von einer Ungleichförmigkeitsperiode zur nächsten um einen beträchtlichen Wert springen muß.

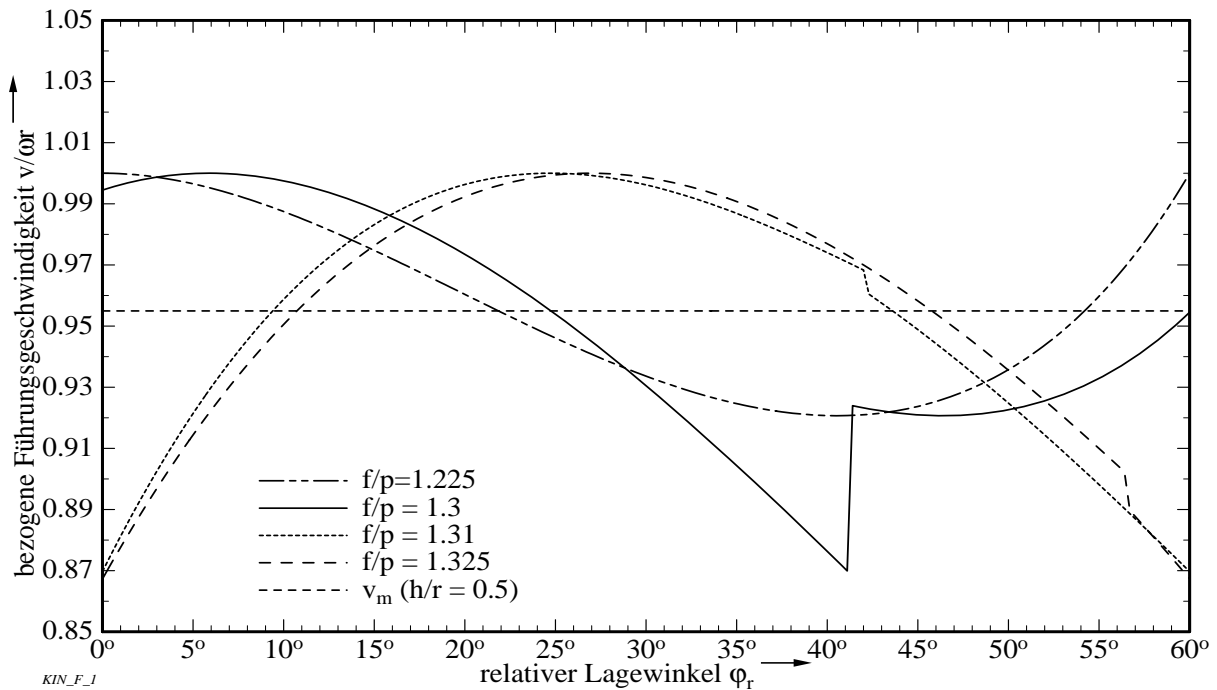


Bild 4.24: Verlauf der bezogenen Führungsgeschwindigkeit für vier Führungsabstände aufgetragen über dem relativen Lagewinkel ϕ_r am Beispiel des Tangentenanordnungs (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm; $h = r = 25.4$ mm)

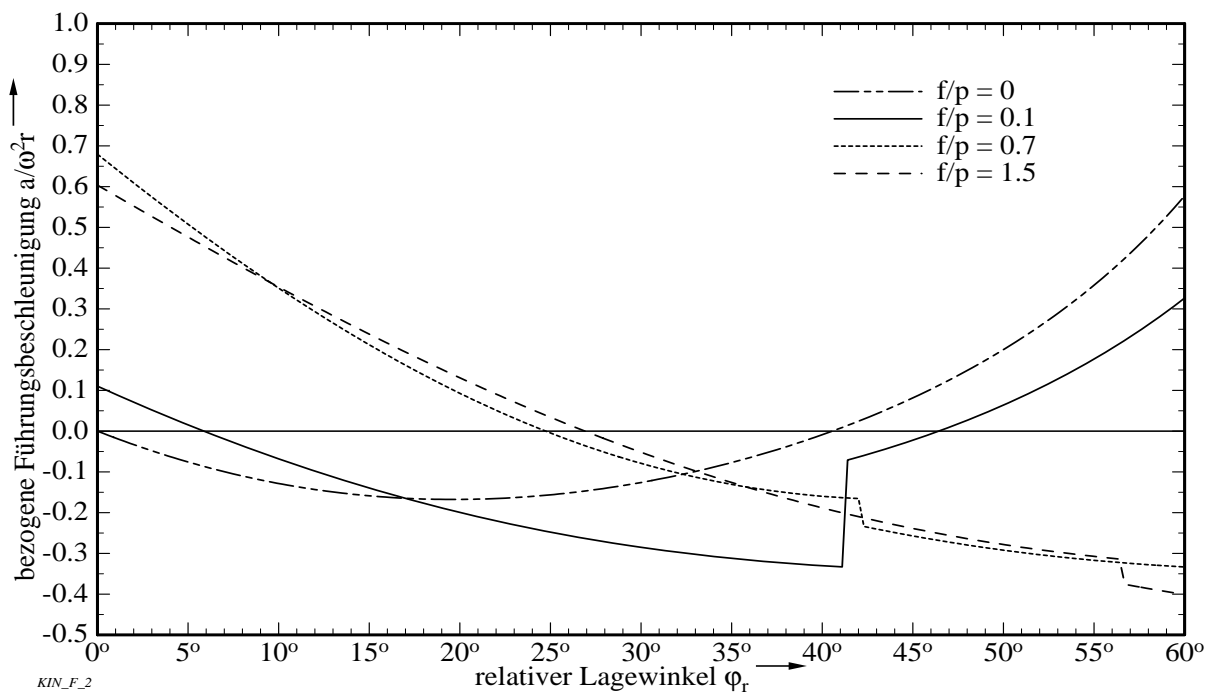


Bild 4.25: Verlauf der bezogenen Führungsbeschleunigung für vier Führungsabstände aufgetragen über dem relativen Lagewinkel ϕ_r am Beispiel der Tangentenanordnungs (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm; $h = r = 25.4$ mm)

4.5 Bewegung des Abtriebsrades

4.5.1 Berechnungsgang

In den bisherigen Untersuchungen zu Kettentrieben mit geraden Führungen wurden das Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhalten für die Kette in der geraden Führung hergeleitet. In der praktischen Anwendung können mit diesen Kenntnissen das kinematische Verhalten der mit dem Kettensystem transportierten Güter (z. B. in Verpackungsmaschinen) oder der an der Kette befestigten Teile (z. B. Greiferwagen in Druckmaschinen) untersucht werden. Für andere Anwendungen kann daneben auch die genaue Kenntnis der Drehbewegung des Abtriebskettenrades von Interesse sein (z. B. Nockenwellensteuerung von Motoren). Bild 4.26 zeigt einen Kettentrieb, bei dem zwischen dem Antriebsrad und dem Abtriebsrad eine Kettenführung angeordnet ist.

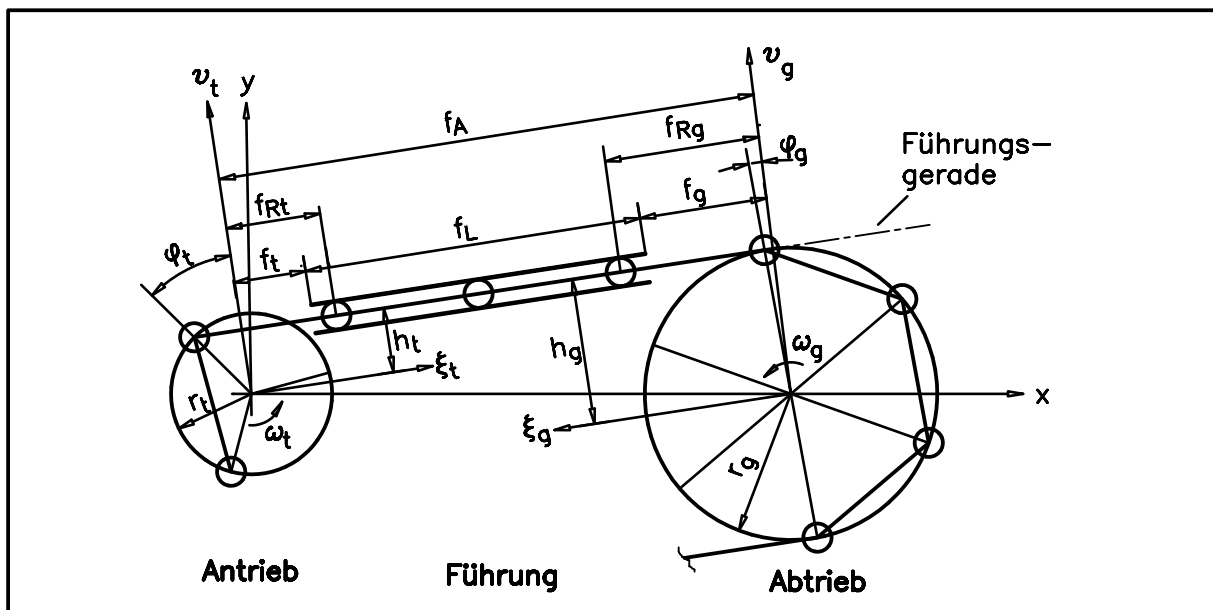


Bild 4.26: Kettentrieb mit gerader Führung und Abtriebskettenrad

Die Lage der Kettenräder wird über das globale x-y-Koordinatensystem beschrieben (vgl. Abschnitt 3.1.1, S. 24ff., und Abschnitt 3.4, S. 38ff.). Zur Beschreibung der Lage von Kettenrad und Führung sind in diesem Fall zwei lokale Koordinatensysteme notwendig: für den Antrieb das ξ_t - v_t -Koordinatensystem und für den Abtrieb das ξ_g - v_g -Koordinatensystem. Die Bezeichnungen an An- und Abtrieb sind gleich, sie unterscheiden sich nur durch den Index t (treibend) bzw. g (getrieben). Gegenüber der bisherigen Betrachtung werden zwei weitere geometrische Größen zur Beschreibung benötigt. Die **Führungslänge** f_L gibt die Länge der Führung an. Mit dem **Führungssachsabstand** f_A wird der Achsabstand der beiden Kettenräder beschrieben, der aber im Gegensatz zum Achsabstand a parallel zur Führungsgeraden gemessen wird.

In diesem Abschnitt soll der Frage nachgegangen werden, wie sich das Abtriebsrad dreht, wenn eine Drehbewegung am Antriebsrad vorgegeben wird. Zur Beantwortung dieser Frage können die Symmetrieeigenschaften des Kettentriebs genutzt werden. Möglich wird dies, weil per Definition die ξ -Achsen der lokalen Koordinatensysteme von Antrieb und Abtrieb parallel zur Führungsgeraden liegen. Dadurch können die kinematischen Verhältnisse leicht vom lokalen Koordinatensystem am Antrieb zum lokalen Koordinatensystem am Abtrieb transformiert werden. Es kann daher wie folgt vorgegangen werden:

- das Antriebsrad ist um eine Winkeldifferenz $\Delta\varphi_t$ zu drehen
- für den Lagewinkel φ_t ist die Kettengeschwindigkeit v_t in der Führung zu bestimmen
- die Kettengeschwindigkeit v_g entspricht der Kettengeschwindigkeit v_t
- aus der Kettengeschwindigkeit v_g ist der Lagewinkel φ_g zu berechnen

Im folgenden wird diese Vorgehensweise näher erläutert und auf Besonderheiten hingewiesen.

- Vor Beginn der Berechnung müssen die geometrischen Daten des Kettentriebs bekannt sein. Dies sind die Teilung p und die Führungslänge f_L sowie für den An- und Abtrieb die Zähnezahlen z , Führungshöhen h und Führungsabstände f . Aus diesen Daten sind dann die Teilkreisradien r und die halben Teilungswinkel α zu berechnen (s. Gl. 3.4, S. 33).
- Es ist zu überprüfen, ob eine zulässige Anordnungslage, d. h. Kombination aus Führungshöhe h und -abstand f , vorliegt (s. Gl. 3.1, S. 29).
- Die Starrkörperfaktoren für die Auslaufphase sind zu bestimmen. Vor Festlegung der Starrkörperfaktoren für die Einlaufphase muß überprüft werden, ob ein Doppelwechsel vorliegt. Danach liegen auch die Starrkörperlängen fest (s. Gl. 4.80, S. 79).
- Die Ein- und Auslaufwinkel sind zu berechnen. Damit liegen auch die Grenzen der Ungleichförmigkeitsperiode für An- und Abtrieb fest (Gl. 4.43, S. 60, bzw. Gl. 4.56, S. 64).
- Die schrittweise Berechnung der Winkellagen kann beginnen. Das Antriebsrad wird dazu in der Schrittweite $\Delta\varphi_t$ in folgenden Grenzen gedreht:

$$\Psi_{\min} \leq \varphi_t \leq \Psi_{\max} \quad \Delta\varphi_t = \frac{\alpha_t}{25} \quad (4.81)$$

Die Schrittweite $\Delta\varphi_t$ wurde so gewählt, daß pro Ungleichförmigkeitsperiode 50 Winkelstellungen berechnet werden. Die Lagewinkel erhalten einen zusätzlichen Index i , der die laufende Nummer des Berechnungsschrittes angibt. Hat das Antriebsrad die Stellung φ_{ti} , dann entspricht das der Stellung φ_{gi} am Abtriebsrad. Bei jedem Schritt sind die folgenden Größen zu berechnen:

- Führungsrollenabstand f_{Rt} am Antrieb (s. Gl. 4.16, S. 45)
- Führungsrollenabstand f_{Rg} am Abtrieb
Um den Führungsrollenabstand am Abtrieb berechnen zu können, muß zunächst die Anzahl der Glieder X_F , die vollständig in der Führung sind, bestimmt werden (vgl. Bild 4.26, S. 85):

$$X_F = \text{int} \left(\frac{f_L - f_{Rt} + f_t}{p} \right) \quad (4.82)$$

Der Führungsabstand ergibt sich damit nach Bild 4.26 zu:

$$f_{Rg} = f_A - f_{Rt} - X_F \cdot p \quad (4.83)$$

- Lagewinkel φ_g am Abtrieb
Der Lagewinkel am Abtriebsrad kann mit der Gleichung zur Berechnung des Auslaufwinkels unter der vereinfachenden Annahme berechnet werden, daß die Führung im

Führungsrollenabstand f_{Rg} endet. In Gl. 4.56, S. 64 sind daher folgende Größen zu substituieren:

$$f := f_{Rg}$$

$$k_A := k_g$$

Für die Starrkörperlänge k_g ist zunächst die Starrkörperlänge der Auslaufphase anzunehmen. Liegt der berechnete Lagewinkel außerhalb der Ungleichförmigkeitsperiode, so ist die Berechnung mit einer geänderten Starrkörperlänge zu wiederholen:

$$\begin{aligned} \varphi_g < \Psi_{\min g} &\Rightarrow k_g = k_{Eg} \\ \varphi_g > \Psi_{\max g} &\Rightarrow k_g = k_{Ag} \end{aligned} \quad (4.84)$$

Der Auslaufwechsel am Abtriebsrad kann vernachlässigt werden, da er über die Berechnung des Führungsrollenabstandes f_{Rg} berücksichtigt wird. Ist der Führungsrollenabstand noch kurz vor dem Auslaufwechsel $f_{Rg} = f_g$, so müßte er kurz nach dem Auslaufwechsel kleiner als der Führungsabstand werden (Führungsrolle fällt aus der Führung). In diesem Fall ergibt die Berechnung der neuen Gliederzahl X_F einen kleineren Wert und der neue Führungsrollenabstand wird entsprechend richtig berechnet.

- Mit Kenntnis des Lagewinkels φ_g kann nun die durch den Phasenwinkel Ω beschriebene Phasendifferenz zwischen An- und Abtriebsrad berechnet werden. In der folgenden Tabelle wurde für zwei beliebig angenommene An- und Abtriebsstellungen jeweils der Phasenwinkel berechnet.

i	$\Delta\varphi_t$ [°]	φ_t [°]	φ_g [°]	Ω_i [°]
1	0,5	0	3	0
2	0,5	0,5	2,4	0,1
3	0,5	1	2,1	-0,1
4	0,5	1,5	1,5	0
5	0,5	2	0,9	0,1

Beim ersten Berechnungsschritt ($i = 1$) liegt noch keine Phasendifferenz vor, der Phasenwinkel wird daher als $\Omega_1 = 0$ definiert. Der Phasenwinkel für den zweiten Schritt ($i = 2$) berechnet sich wie folgt:

$$\Omega_2 = (\varphi_{g1} - \varphi_{g2}) - \Delta\varphi_t = (3^\circ - 2,4^\circ) - 0,5^\circ = 0,1^\circ$$

Die weiteren Schritte berechnen sich entsprechend, so daß unter der Voraussetzung einer konstanten Starrkörperlänge k_g am Abtrieb für den allgemeinen Fall geschrieben werden kann:

$$\Omega_i = \sum_{m=2}^i \{(\varphi_{gm-1} - \varphi_{gm}) - \Delta\varphi_t\} \quad \text{für } k_g = \text{const.} \quad (4.85)$$

Der Phasenwinkel beim i-ten Schritt wird durch Aufsummieren der Differenzen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Winkelstellungen am Abtrieb bestimmt, wenn die Schrittweite des Antriebsrades davon subtrahiert wird. Wird der mit Gl. 4.85 berechnete Phasenwinkel positiv, eilt das Abtriebsrad vor; wird er negativ, kommt das Abtriebsrad zu spät. Bei der Berechnung ist zu beachten, daß mit wachsendem Lagewinkel φ_t der Lagewinkel am Abtriebsrad φ_g kleiner wird; d. h. es gilt $\varphi_{gi} < \varphi_{gi-1}$ für alle $\Delta\varphi_t > 0$.

Wenn sich am Abtrieb die Starrkörperlänge k_g ändert, wird allerdings der neue Lagewinkel $\varphi_{gi} > \varphi_{gi-1}$, d. h. der Phasenwinkel muß gegenüber Gl. 4.85 in veränderter Form berechnet werden:

$$\Omega_i = \sum_{m=2}^n \{(\varphi_{gm-1} - \varphi_{gm}) - \Delta\varphi_t\} + \{(\varphi_{gn} + 2\alpha_g - \varphi_{gn+1}) - \Delta\varphi_t\} + \sum_{m=n+2}^i \{(\varphi_{gm-1} - \varphi_{gm}) - \Delta\varphi_t\} \quad (4.86)$$

Mit dem ersten und letzten Term wird der Phasenwinkel wie bisher beschrieben bestimmt. Zusätzlich wird im zweiten Term der Auslaufwechsel am Abtriebsrad berücksichtigt, denn ohne diesen Term würde der Lagewinkel φ_g nach einer Anzahl von $n + 1$ Schritten kleiner als der Periodenwinkel Ψ_{\min} werden. Wird der Lagewinkel $\varphi_{gr+1} < \Psi_{\min}$, dann wird zum vorhergehenden Lagewinkel φ_{gr} der Teilungswinkel $\tau_g = 2\alpha_g$ addiert. Mit Gl. 4.86 kann der Phasenwinkel Ω für alle Fälle vollständig beschrieben werden.

- Die schrittweise Berechnung ist damit abgeschlossen.

Ist der Phasenwinkel Ω für eine Ungleichförmigkeitsperiode berechnet worden, so kann man den Verlauf über dem Lagewinkel des Antriebsrades φ_{tr} auftragen. Außerdem kann die **Phasenwinkelspanne** $\Delta\Omega$ berechnet werden:

$$\Delta\Omega = \Omega_{\max} - \Omega_{\min} \quad (4.87)$$

Die Phasenwinkelspanne ist ein Maß für die betragsmäßige Schwankung des Phasenwinkels in der Ungleichförmigkeitsperiode; sie entspricht direkt dem Ungleichförmigkeitsgrad δ :

$$\delta = \frac{\Delta\Omega}{2\pi} = \frac{\Delta\Omega}{360^\circ}$$

Abschließend sollen noch einige Hinweise zur numerischen Berechnung gegeben werden. Es empfiehlt sich die Erstellung eines Berechnungsprogrammes, bei dem für die Winkel nur Variablen mit doppelter Genauigkeit (FORTRAN: Double Precision; PDS-BASIC: Double) verwendet werden. Vergleichende Abfragen bereiten dann Probleme, wenn zwei Winkel sehr dicht beieinander liegen, wie dies beispielsweise beim Doppelwechsel der Fall ist. Der Vergleich zweier Winkel sollte daher nicht direkt sondern über eine Schranke ε erfolgen:

Beispiel:	IF $\varphi_E = \varphi_A$ THEN ...	ungünstig
	IF ABS($\varphi_E - \varphi_A$) < ε THEN ...	günstig

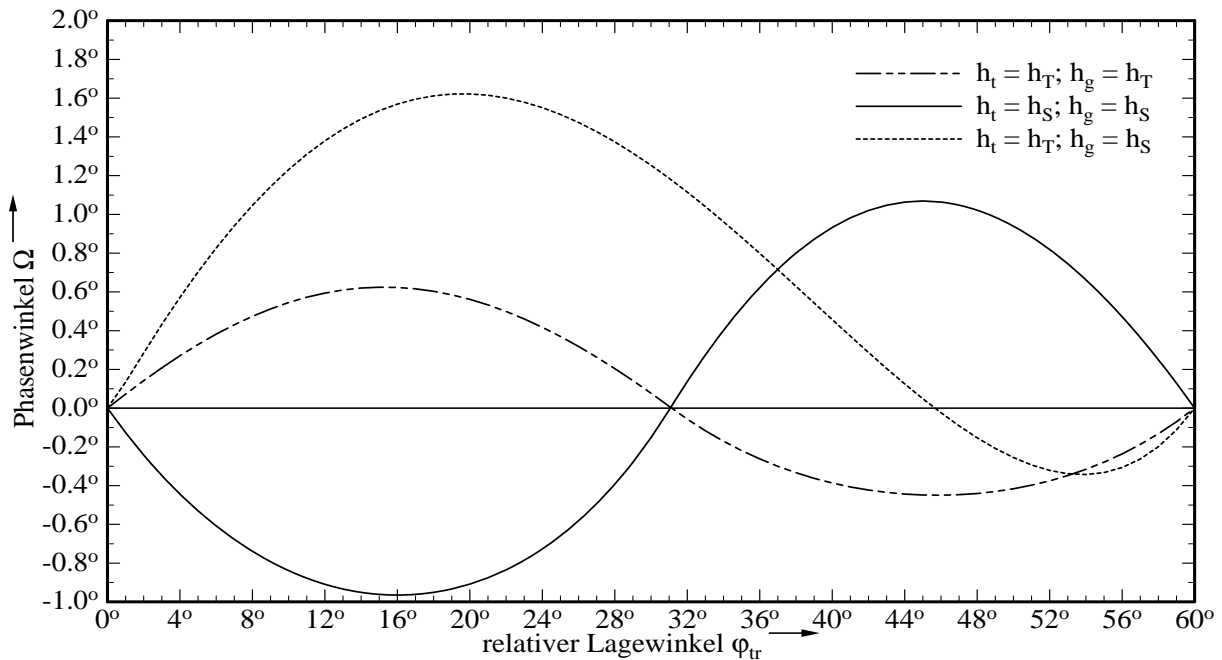
In der Praxis hat sich die Schranke $\varepsilon = 10^{-5}$ als günstig erwiesen.

4.5.2 Berechnungsbeispiele

Beim geführten Kettentrieb können sowohl am Antrieb als auch am Abtrieb prinzipiell beliebige Anordnungslagen (d. h. Kombinationen von Führungshöhe und -abstand) eingestellt werden. Im folgenden werden aus der Vielzahl der möglichen Kombinationen an An- und Abtrieb drei Anordnungslagen ausgewählt und an ihnen der Verlauf des Phasenwinkels, sowie der Einfluß von Einlaufabstand und Zähnezahle exemplarisch aufgezeigt. Es wurden folgende Anordnungen ausgewählt: Tangentenanordnung bei An- und Abtrieb, Sehnenanordnung bei An- und Abtrieb und Tangentenanordnung am Antrieb mit Sehnenanordnung am Abtrieb.

Zunächst sei der Verlauf des Phasenwinkels Ω über der Ungleichförmigkeitsperiode untersucht. In Bild 4.27, S. 89, ist der Phasenwinkel Ω über dem relativen Lagewinkel des Antriebsrades $\varphi_{tr} = \varphi_t + \Psi_{min}$ mit drei verschiedenen Führungsanordnungen dargestellt. Für das dargestellte Beispiel wurde der Einlaufabstand $f_E = 0$ gewählt und der Achsabstand der beiden Kettenräder konstant auf $a = 774$ mm gehalten. Es liegt demnach entweder Tangenteneinlauf oder Sehneneinlauf vor.

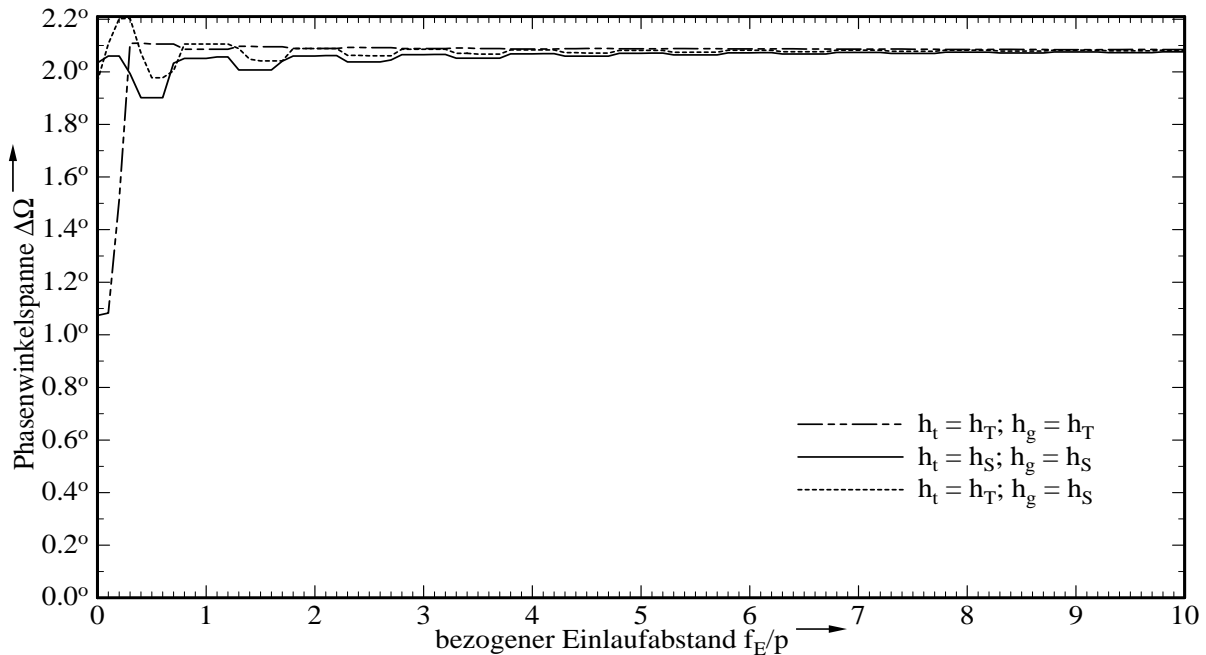
Wie Bild 4.27 zeigt, verlaufen alle Graphen harmonisch über die Ungleichförmigkeitsperiode. Die Graphen für den beidseitigen Tangenteneinlauf ($h_x = h_T$) und den beidseitigen Sehneneinlauf ($h_x = h_S$) verlaufen fast punktsymmetrisch zur Mitte der Ungleichförmigkeitsperiode, was auf den gewählten Achsabstand von $a = 774$ mm zurückzuführen ist. Am Beginn und Ende der Ungleichförmigkeitsperiode ist der Phasenwinkel jeweils null, d. h. die Bewegung verläuft hier synchron. Die Phasenverschiebung zwischen dem beidseitigen Tangenteneinlauf und dem beidseitigen Sehneneinlauf ist durch die Darstellung des Phasenwinkels über dem relativen Lagewinkel verursacht. Während für den Tangenteneinlauf der relative Winkel φ_{tr} mit dem Lagewinkel φ_t übereinstimmt, beginnt die Ungleichförmigkeitsperiode in dem dargestellten Fall für den Sehneneinlauf mit dem Winkel $\varphi_t = -30^\circ$. Betrachtet man die Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$, so ist zu erkennen, daß diese für den Fall des beidseitigen Tangenteneinlaufs am kleinsten ist. Für den Fall des Tangenteneinlaufs am Antrieb und des Sehneneinlaufs am Abtrieb weicht der maximale Phasenwinkel erheblich vom minimalen Phasenwinkel ab. In Analogie zur Getriebelehre kann hier auch davon gesprochen werden, daß die Zeit für den Hinhub größer wird als die Zeit für den Rückhub. Die Phasenwinkelspanne ist ähnlich groß wie beim beidseitigen Sehneneinlauf.



BEW_ABI

Bild 4.27: Phasenwinkel Ω aufgetragen über dem relativen Lagewinkel φ_{tr} für drei verschiedene Führungsanordnungen (Daten: $z_t = z_g = 6$; $p = 25.4$ mm; $f_{Et} = f_{Eg} = 0$; $a = 774$ mm)

In Bild 4.28, S. 90, ist die Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ über dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p für die drei ausgewählten Anordnungslagen dargestellt. Es zeigt sich, daß alle Graphen mit zunehmendem Einlaufabstand gegen einen Grenzwert streben. Tendenziell läßt sich feststellen, daß der Einlaufabstand keinen großen Einfluß auf die Phasenwinkelspanne hat. Die günstigsten Werte erreicht man mit der beidseitigen Tangentenanordnung, wenn der Einlaufabstand gegen null geht.

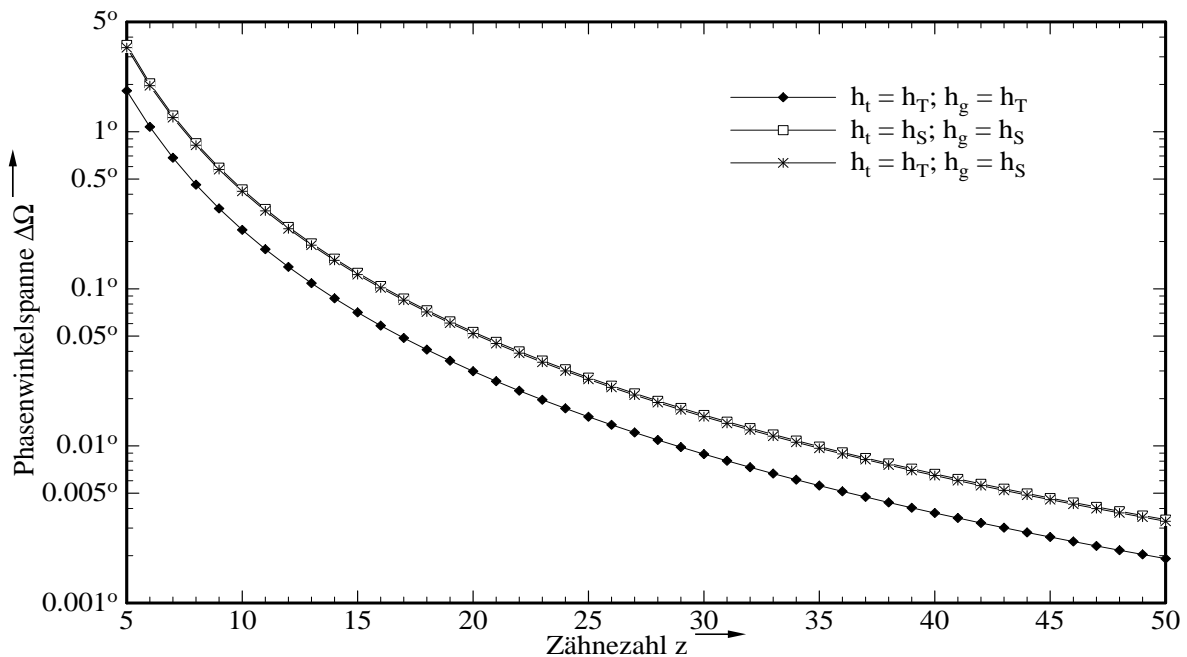


BEW_AB3

Bild 4.28: Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ aufgetragen über dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p für drei verschiedene Führungsanordnungen (Daten: $z_t = z_g = 6$; $p = 25.4$ mm; $a = 774$ mm)

Schließlich ist in Bild 4.29, S. 91, noch die Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ über der Zähnezahl z für drei verschiedene Führungsanordnungen (logarithmische Darstellung) aufgetragen. Wie zu erwarten war, nimmt die Phasenwinkelspanne mit zunehmender Zähnezahl stark ab. Am günstigsten ist wiederum die Anordnung mit beidseitigem Tangenteneinlauf; die Graphen der beiden anderen Anordnungslagen unterscheiden sich kaum.

Mit der Berechnung des Phasenwinkels Ω beim geführten Kettentrieb wurde damit eine Möglichkeit geschaffen, die Ungleichförmigkeit des Kettentriebs bereits vor einer konstruktiven Ausführung zu berechnen.



BEW_AB5

Bild 4.29: Logarithmische Darstellung der Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ aufgetragen über der Zähnezahl z für drei verschiedene Führungsanordnungen (Daten: $p = 25.4$ mm; $f_{Et} = f_{Eg} = 0$; $a = 774$ mm)

4.6 Bewegung innerhalb der Führung

Von weiterem Interesse ist die Frage, wie sich die Kette innerhalb der Führung, d. h. in einiger Entfernung von dem Führungsende, bewegt.

Die Kettenrollen innerhalb der Führung werden von der Führungsrolle angetrieben und folgen dem durch die Führungsbahn vorgegebenen Weg. Die Führungsbahn kann dabei auch beliebig krumm verlaufen. Die Bewegung der Kettenrollen ist nur abhängig von der Bewegung der Abtriebsrolle und vom Bahnverlauf.

Verläuft die Bahn vollständig gerade, bewegen sich alle Rollen in der Führung wie ein einziger starrer Körper und ihre Geschwindigkeiten entsprechen zu jeder Zeit derjenigen der Führungsrolle. Bei gekrümmtem Bahnverlauf folgen jedoch nur die Kettenrollen der Führungsbahn, nicht aber die Kettenlaschen, welche diese verbinden und antreiben. Der Kettenstrang muß deshalb überall dort in weitere selbständig zu behandelnde starre Körper unterteilt werden, wo sich die Kettenglieder in ihren Gelenken drehen. Im allgemeinen interessiert die Geschwindigkeit der Laschen nicht. Bei zahlreichen Anwendungsfällen der Bewegungs- und Fördertechnik sind an den Laschen jedoch Mitnehmer oder Winkelhebel angebracht, die beispielsweise zur Förderung benötigt werden. Da die Laschen bei gekrümmten Führungen auch eine Drehbewegung erfahren, können sich beispielsweise die Mitnehmer je nach vorhandener Krümmung verschieben. Um kinematische Unverträglichkeiten zu vermeiden, muß bei der Auslegung solcher Kettensysteme die gekrümmte Bahn berücksichtigt werden. Zur Abbildung von komplizierten Bahnverläufen (z. B. des Bogentransports in Druckmaschinen) empfiehlt sich eine numerische Berechnung der auftretenden Bewegungen (vgl. KRAFT DA 1992).

4.7 Kinematische Kenngrößen

Zum Vergleich des Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhaltens verschiedener Kettentriebe sind Kenngrößen notwendig, mit deren Hilfe das kinematische und dynamische Verhalten beurteilt werden kann. Dazu werden die Kenngrößen

- Ungleichförmigkeitsgrad δ
- Beschleunigungssprung a_{EA}
- Geschwindigkeitssprung v_{EA}
- Aufschlaggeschwindigkeit v_{St}
- maximaler Spannweg $s_{Sp\ max}$ bzw. maximaler Spannwinkel $\varphi_{Sp\ max}$
- Phasenwinkel Ω
- Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$

verwendet. Der maximale Spannweg bzw. -winkel (vgl. Abschnitt 4.2.3, S. 68), der Phasenwinkel und die Phasenwinkelspanne (vgl. Abschnitt 4.5.1, S. 85, wurden bereits ausführlich erörtert. Die anderen genannten Kenngrößen werden im folgenden anhand des in Bild 4.30 dargestellten Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlaufes erläutert.

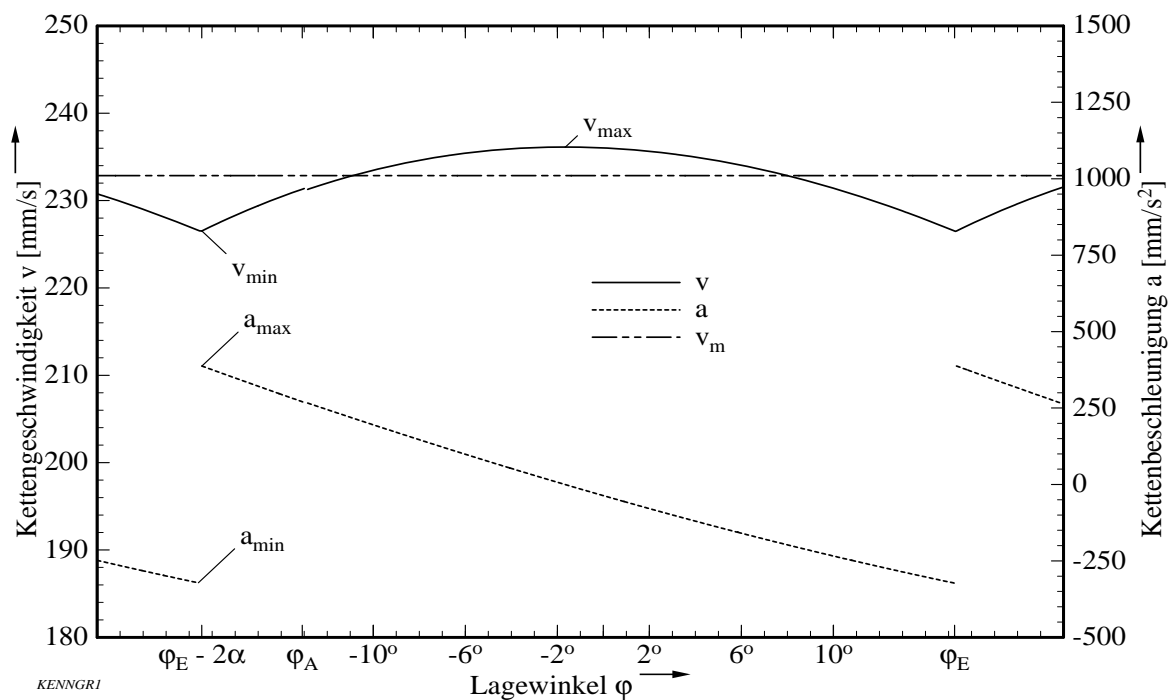


Bild 4.30: Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf eines Kettentriebs mit gerader Führung über dem Lagewinkel φ (Daten: $z = 11$; $p = 25.4$ mm; $h = 0.9$ r; $f = 5$ p; Berechnung s. Anhang A, Beispiel 3)

4.7.1 Ungleichförmigkeitsgrad

Die grundlegende Bedeutung des Ungleichförmigkeitsgrades δ wurde bereits in Abschnitt 2.1, S. 5ff., an einem einfachen Kettentrieb ohne Führung erläutert. Bei Kettentrieben mit Führung bezieht sich der Ungleichförmigkeitsgrad immer auf die vom Antriebsrad in der Führung verursachten Geschwindigkeitsschwankungen. Zur Berechnung sind nach Gl. 2.2, S. 6, drei Größen erforderlich:

$$\delta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_m}$$

- die maximale Führungsgeschwindigkeit v_{\max} in der Ungleichförmigkeitsperiode
- die minimale Führungsgeschwindigkeit v_{\min} in der Ungleichförmigkeitsperiode
- die mittlere Kettengeschwindigkeit v_m

Während die Gleichung zur Berechnung der mittleren Kettengeschwindigkeit bereits bekannt ist, sind die minimalen und maximalen Geschwindigkeiten in der Ungleichförmigkeitsperiode noch zu bestimmen.

Mittlere Kettengeschwindigkeit v_m

Die mittlere Kettengeschwindigkeit ist unabhängig von der Anordnungslage der Führung; sie kann mit Gl. 4.28, S. 53, berechnet werden:

$$v_m = n \cdot z \cdot p$$

Maximale Führungsgeschwindigkeit v_{\max}

Die Lage der maximalen Führungsgeschwindigkeit hängt von der Führungshöhe h ab. Bei der Betrachtung von Geschwindigkeitsverläufen stellt man fest, daß die maximale Führungsgeschwindigkeit an drei Stellen auftreten kann (vgl. Bild 4.22ff., S. 82ff.) :

- etwa in der Mitte der Ungleichförmigkeitsperiode
- am Ende der Auslaufphase für Führungshöhen $h > h_s$
- am Beginn der Einlaufphase für Führungshöhen $h < h_s$
- beim Rollenwechsel, wenn dieser etwa in der Mitte der Ungleichförmigkeitsperiode auftritt

Im allgemeinen nimmt die Geschwindigkeit an den Stellen Extremwerte an, an denen deren Ableitung (d. h. die Beschleunigung) den Wert Null annimmt. Geschwindigkeitsmaxima am Ende der Auslaufphase bzw. am Beginn der Einlaufphase stellen aber Randmaxima dar, die durch Nullsetzen der Ableitung nicht erfaßt werden können. Zur Bestimmung der maximalen Führungsgeschwindigkeit muß daher etwas differenzierter vorgegangen werden. An allen vier o. g. Stellen sind die Führungsgeschwindigkeiten zu bestimmen und zu vergleichen. Die jeweils größte auftretende Führungsgeschwindigkeit ist dann die maximale Führungsgeschwindigkeit in dieser Ungleichförmigkeitsperiode.

Zur Bestimmung der vermeintlich maximalen Führungsgeschwindigkeit in der Mitte der Ungleichförmigkeitsperiode wird die Führungsbeschleunigung, die nach Gl. 4.27, S. 51, gegeben ist, gleich null gesetzt:

$$\begin{aligned} \frac{a}{\omega^2 r} = & -\sin \varphi_{v \max} + \cos \varphi_{v \max} \frac{\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi_{v \max}}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi_{v \max} \right)^2}} + \\ & + \frac{r}{k} \frac{\sin^2 \varphi_{v \max}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{h}{k} - \frac{r}{k} \cos \varphi_{v \max} \right)^2 \right)^3}} \stackrel{!}{=} 0 \end{aligned} \quad (4.88)$$

Ein analytisches Auflösen dieser Gleichung nach $\varphi_{v\max}$ ist wegen der zahlreich enthaltenen transzendenten Funktionen nicht möglich. Eine Lösung kann aber iterativ ermittelt werden; als Startwert empfiehlt sich $\varphi_{v\max, 0} = \Psi_{\max} - \alpha$.

Eine sehr gute Näherung ergibt auch eine Abschätzung des Lagewinkels $\varphi_{v\max}$ über den Neigungswinkel γ . Bei Betrachtung der Geschwindigkeitsverläufe fällt auf, daß beim Vorliegen der maximalen Führungsgeschwindigkeit (Lagewinkel $\varphi_{v\max}$) der dazugehörige Neigungswinkel $\gamma_{v\max}$ in der gleichen Größenordnung liegt wie der Lagewinkel: $\gamma_{v\max} \approx \varphi_{v\max}$. Es soll daher die Bestimmungsgleichung zur Berechnung des Neigungswinkels (Gl. 4.11, S. 44) dazu benutzt werden, den Lagewinkel $\varphi_{v\max}$ näherungsweise zu berechnen:

$$\begin{aligned} \varphi_{v\max} &\approx \arcsin\left(\frac{h}{\hat{k}} - \frac{r}{\hat{k}} \cos(\Psi_{\max} - \alpha)\right) \\ \text{mit } \hat{k} &= \begin{cases} k_E & \text{für } h > h_S \\ k_A & \text{für } h \leq h_S \end{cases} \\ \text{und } h_S &= r \cdot \cos \alpha = r \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{z}\right) \end{aligned} \quad (4.89)$$

Gl. 4.89 liefert den Lagewinkel $\varphi_{v\max}$ mit einer sehr großen Genauigkeit, so daß der Fehler bei der Bestimmung der vermeintlichen maximalen Führungsgeschwindigkeit weniger als 0.1% beträgt. Für die meisten Anwendungsfälle wird es daher ausreichend sein, den Lagewinkel $\varphi_{v\max}$ über Gl. 4.89 zu berechnen.

Zur Ermittlung der beiden Führungsgeschwindigkeiten beim Rollenwechsel werden in Gl. 4.21, S. 48, für den Rollenwechselwinkel φ_R die Starrkörperlänge k_A und k_E eingesetzt. Entsprechend wird zur Ermittlung der Führungsgeschwindigkeit am Rand der Ungleichförmigkeitsperiode die Führungsgeschwindigkeit mit Hilfe der Periodenwinkel Ψ_{\min} und Ψ_{\max} bestimmt. Die dafür notwendigen Starrkörperlängen k_1 und k_2 berechnen sich nach Gl. 3.15, S. 38:

$$\begin{aligned} k_1 &= \begin{cases} k_A & \text{für } \varphi_E \geq \varphi_A \\ k_E & \text{für } \varphi_E < \varphi_A \end{cases} \\ k_2 &= \begin{cases} k_E & \text{für } \varphi_E \geq \varphi_A \\ k_A & \text{für } \varphi_E < \varphi_A \end{cases} \end{aligned}$$

Mit der Bestimmung der Randmaxima ist auch der Sonderfall des Tangenteneinlaufs erfaßt. Die maximale Führungsgeschwindigkeit in der Ungleichförmigkeitsperiode ergibt sich damit:

$$v_{\max} = \max \begin{pmatrix} v(\varphi = \varphi_{v\max}, k = \hat{k}) \\ v(\varphi = \varphi_R, k = k_A) \\ v(\varphi = \varphi_R, k = k_E) \\ v(\varphi = \Psi_{\min}, k = k_1) \\ v(\varphi = \Psi_{\max}, k = k_2) \end{pmatrix} \quad (4.90)$$

Minimale Führungsgeschwindigkeit v_{\min}

Durch Beobachten der Geschwindigkeitsverläufe kann man feststellen, daß die minimale Führungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Führungshöhe im allgemeinen am Beginn

oder Ende einer Ungleichförmigkeitsperiode auftritt (vgl. Bild 4.30, S. 92). Tendenziell kann man sagen, daß die minimale Führungsgeschwindigkeit für Führungshöhen $h < h_s$ am Beginn und für $h > h_s$ am Ende der Ungleichförmigkeitsperiode liegt. Allerdings gibt es bei kurzen Starrkörperlängen und/oder großen Führungshöhen auch Abweichungen von dieser Tendenz. Deshalb werden die Führungsgeschwindigkeiten am Beginn und Ende der Ungleichförmigkeitsperiode ermittelt und verglichen.

In einigen Fällen gibt es durch den Rollenwechsel bedingte Führungsgeschwindigkeitsminima, die dann aber auch in der Nähe des Beginns oder des Endes der Ungleichförmigkeitsperiode liegen. Diese Minima werden durch eine Veränderung der Starrkörperlänge dann verursacht, wenn der Rollenwechsel sehr dicht an der Grenze der Ungleichförmigkeitsperiode liegt. Neben der oberen und unteren Grenze der Ungleichförmigkeitsperiode müssen daher auch die beiden Führungsgeschwindigkeiten beim Rollenwechsel berechnet werden. Hierzu wird einmal beim Lagewinkel φ_R die Starrkörperlänge k_A und zum anderen die Starrkörperlänge k_E zur Berechnung der Geschwindigkeit eingesetzt.

Diese Ausführungen gelten nicht für Anordnungslagen mit einer Starrkörperlänge $k_A = p$; d. h. auch nicht für den Sonderfall des Tangenteneinlaufs (vgl. Bild 4.24, S. 84). Für den Fall $k_A = p$ muß der Lagewinkel φ_{vmin} der minimalen Geschwindigkeit iterativ durch Nullsetzen der Beschleunigung ermittelt werden. Es ist dabei analog zur Berechnung des Lagewinkels φ_{vmax} vorzugehen.

Die minimale Führungsgeschwindigkeit v_{min} kann daher wie folgt mit Hilfe von Gl. 4.43, S. 60, bestimmt werden. Die Starrkörperlängen berechnen sich analog zur Herleitung der maximalen Führungsgeschwindigkeit:

$$v_{min} = \min \begin{pmatrix} v(\varphi = \Psi_{min}, k = k_1) \\ v(\varphi = \Psi_{max}, k = k_2) \\ v(\varphi = \varphi_R, k = k_A) \\ v(\varphi = \varphi_R, k = k_E) \\ v(\varphi = \varphi_{vmin}, k = \hat{k}) \end{pmatrix} \quad (4.91)$$

Mit der Bestimmung der auftretenden Geschwindigkeiten kann der Ungleichförmigkeitsgrad nun berechnet werden.

Im folgenden soll jetzt noch der Frage nachgegangen werden, in welcher Größenordnung der Ungleichförmigkeitsgrad zu erwarten ist, wenn die Zähnezahl des Antriebsrades bekannt ist.

Wie in Abschnitt 4.2.1, S. 58, bereits gezeigt wurde, geht der Einlaufwinkel φ_E mit zunehmender Starrkörperlänge gegen den halben Teilungswinkel α (vgl. Bild 4.12, S. 61). Für große Starrkörperlängen bzw. große Führungsabstände stellen sich damit unabhängig von der Führungshöhe kinematische Verhältnisse ein, die der Sehnenanordnung entsprechen. Bei der Sehnenanordnung liegt die maximale Geschwindigkeit beim Lagewinkel $\varphi = 0$ vor. Hier entspricht der wirksame Radius dem Teilkreisradius, die Führungsgeschwindigkeit $v = \omega r$ wird maximal. Der wirksame Radius wird bei den Lagewinkeln $\varphi = \alpha$ bzw. $\varphi = -\alpha$ am kleinsten und damit die Führungsgeschwindigkeiten an diesen Stellen minimal (vgl. Bild 2.1, S. 5). Die minimale, maximale und mittlere Geschwindigkeit bei der Sehnenanordnung ergibt sich daher zu:

$$v_{\max} = \omega r$$

$$v_{\min} = \omega r \cos\left(\frac{180^\circ}{z}\right)$$

$$v_m = n z p = \frac{\omega z p}{2\pi} = \omega r \frac{z}{\pi} \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)$$

Der Ungleichförmigkeitsgrad δ_∞ für sehr große Starrkörperlängen kann damit wie folgt berechnet werden:

$$\delta_\infty = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_m} = \frac{\omega r - \omega r \cos\left(\frac{180^\circ}{z}\right)}{\omega r \frac{z}{\pi} \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)} \Rightarrow$$

$$\delta_\infty = \frac{\pi}{z} \frac{1 - \cos\left(\frac{180^\circ}{z}\right)}{\sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)} \quad (4.92)$$

Für einen Kettentrieb mit sechs Zähnen ergibt sich beispielsweise ein Ungleichförmigkeitsgrad von $\delta_\infty = 14.03\%$.

Zum Vergleich sei die Berechnung des Ungleichförmigkeitsgrades für einen Zweiradkettentrieb ohne Führung herangezogen. Der Ungleichförmigkeitsgrad hängt für diesen Trieb auch von dem Zähnezahlsverhältnis der beiden Kettenräder und der Länge des Lasttrums ab (vgl. Abschnitt 2.1, S. 5ff.). LUBRICH (1956, S. 16ff.) gibt für den minimalen und maximalen Ungleichförmigkeitsgrad Gleichungen an, auf die sich auch RACHNER (1962, S. 80ff.) bezieht:

$$\delta_{\min} = \frac{\frac{\tan \alpha_t}{\tan \alpha_g} - \frac{\sin \alpha_t}{\sin \alpha_g}}{\frac{z_g}{z_t}} \quad \delta_{\max} = \frac{\frac{\tan \alpha_t}{\sin \alpha_g} - \frac{\sin \alpha_t}{\tan \alpha_g}}{\frac{z_g}{z_t}} \quad (4.93)$$

Je nach Achsabstand liegt der Ungleichförmigkeitsgrad eines Kettentriebs ohne Führung zwischen δ_{\min} und δ_{\max} . Mit Hilfe dieser Gleichungen soll nun der Ungleichförmigkeitsgrad eines Kettentriebs mit Führung abgeschätzt werden. Dazu wird angenommen, daß die Zähnezahl des Abtriebsrades sehr groß wird, d. h. der Teilungswinkel des Abtriebsrades geht für die Grenzbetrachtung gegen null. Für diesen Fall wird der Teilkreisradius r_g des Abtriebsrades unendlich groß, was einer geraden Führung entspricht. Mit der Beziehung

$$\alpha_g = \frac{\pi}{z_g} \quad \Rightarrow \quad z_g = \frac{\pi}{\alpha_g}$$

kann die Gleichung für den minimalen Ungleichförmigkeitsgrad umgeformt werden:

$$\delta_\infty^H = \lim_{\alpha_g \rightarrow 0} \frac{z_t}{\pi} \left(\tan \alpha_t \frac{\alpha_g}{\tan \alpha_g} - \sin \alpha_t \frac{\alpha_g}{\sin \alpha_g} \right)$$

Der Grenzübergang läßt sich mit Hilfe der Regel von de l'Hospital (BRONSTEIN 1981, S. 305) durchführen:

$$\begin{aligned}
 \delta_{\infty}^{\text{II}} &= \lim_{\alpha_g \rightarrow 0} \left(\frac{z_t}{\pi} \left(\tan \alpha_t \frac{\alpha'_g}{\tan' \alpha_g} - \sin \alpha_t \frac{\alpha'_g}{\sin' \alpha_g} \right) \right) \\
 &= \lim_{\alpha_g \rightarrow 0} \left(\frac{z_t}{\pi} \left(\tan \alpha_t \frac{\cos^2 \alpha_g}{1} - \sin \alpha_t \frac{1}{\cos^2 \alpha_g} \right) \right) \\
 &= \frac{z_t}{\pi} (\tan \alpha_t - \sin \alpha_t) = \frac{z_t}{\pi} \left(\tan \left(\frac{180}{z_t} \right) - \sin \left(\frac{180}{z_t} \right) \right) \quad (4.94)
 \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis erhält man auch, wenn die Herleitung des Ungleichförmigkeitsgrades $\delta_{\infty}^{\text{II}}$ mit der Gleichung für den maximalen Ungleichförmigkeitsgrad δ_{max} durchgeführt wird. Wie man sieht, weicht der über den Zweiradkettentrieb ohne Führung ermittelte Ungleichförmigkeitsgrad formelmäßig von Gl. 4.92 ab; die beiden Gleichungen lassen sich auch nicht ineinander überführen. Auch zahlenmäßig ergibt sich ein geringfügig anderer Wert. Für ein Antriebsrad mit sechs Zähnen ergibt sich ein Ungleichförmigkeitsgrad von $\delta_{\infty}^{\text{II}} = 14.77\%$, den man qualitativ auch aus Bild 2.2, S. 7, ablesen kann. Für die Beurteilung der Ungleichförmigkeit eines Kettentriebs mit Führung ist dieser Ungleichförmigkeitsgrad daher nur bedingt geeignet.

4.7.2 Geschwindigkeits- und Beschleunigungskenngrößen

Eine sprunghafte Änderung der Beschleunigung, wie sie beispielsweise beim Einlaufwechsel auftritt, führt im allgemeinen zu zusätzlichen stoßartigen Kräften ($F_{\text{St}} = m_{\text{St}} \cdot a_{\text{St}}$). Bei ETTL (1964) und HIRT (1970), die sich mit dynamischen Problemen an Kettentrieben befassen (vgl. Abschnitt 2.4, S. 16ff.), finden sich dazu grundlegende theoretische und experimentelle Untersuchungen. Die zu berücksichtigenden Massen m_{St} sind aber von Kettentrieb zu Kettentrieb sehr unterschiedlich, so daß allgemeine Aussagen über die zu erwartenden Stoßkräfte für Kettensysteme der Bewegungstechnik nicht möglich sind.

ETTL (1964) definiert zwei Beschleunigungskenngrößen (vgl. Bild 4.30, S. 92):

- die **Beschleunigungsdifferenz** Δa zwischen größter und kleinster Beschleunigung a innerhalb einer Ungleichförmigkeitsperiode: $\Delta a = a_{\text{max}} - a_{\text{min}}$
- die Größe des **Beschleunigungssprungs** a_{EA} im Moment des Einlaufwechsels: $a_{\text{EA}} = a(\varphi = \varphi_E - 2\alpha) - a(\varphi = \varphi_E)$

Bei Führungsanordnungen mit einer Starrkörperlänge $k_A > p$ ist im allgemeinen die Beschleunigungsdifferenz Δa vom Betrag her identisch mit dem Beschleunigungssprung a_{EA} (der Index EA steht für Grenze Ein- und Auslaufphase). Für die Untersuchung von Kettentrieben mit gerader Führung genügt daher die Betrachtung des Beschleunigungssprungs a_{EA} .

Ein weiteres qualitatives Kriterium zur Beurteilung des Kettentriebs ist nach NICKEL (1928) die Art des Beschleunigungswechsels. Liegt im Moment des Einlaufwechsels ($\varphi = \varphi_E$) eine Kettenbeschleunigung ($a > 0$) vor und wird diese nach dem Einlaufwechsel ($\varphi > \varphi_E - 2\alpha$) durch eine Verzögerung ($a < 0$) abgelöst, dann ist dies hinsichtlich der Wirkung auf die Bewegung vorteilhafter als der Wechsel Verzögerung - Beschleunigung. Nach NICKEL (1928)

wirkt beim plötzlichen Einsetzen einer Beschleunigung die ihr entsprechende volle Kraft als Stoß im Sinne einer Zerrung der Kette. Dagegen wirkt der Wechsel Beschleunigung - Verzögerung aufgrund der immer vorhandenen Reibungskraft zwischen Kette und Führung nicht in demselben Maß als Stoß, da nur die Differenz zwischen erforderlicher und durch Reibung erzeugter Verzögerungskraft einen Stoß im Sinne einer Stauchung der Kette erzeugt. Die Verwendung der Bezeichnung **Stoß** in diesem Zusammenhang ist zwar problematisch, da es sich wegen der fehlenden Massen (vgl. Abschnitt 3.1.2, S. 27ff.) nicht um einen Stoß im physikalischen Sinne handelt. Da sie in der Literatur üblich ist, wird sie hier dennoch verwendet. Ob dieses qualitative Kriterium nach NICKEL für ein Kettensystem von grundlegender Bedeutung ist, hängt jedoch stark von den jeweiligen Reibungsverhältnissen und den zu bewegenden Massen ab. Für typische Anwendungen der Bewegungstechnik wird die Bedeutung dieses Kriteriums vom Verfasser eher als gering eingeschätzt. Im Zweifelsfall empfehlen sich daher experimentelle Untersuchungen.

Als weitere Kenngröße eignet sich auch die beim Einlaufwechsel auftretende Geschwindigkeitsdifferenz:

- die absolute Größe des **Geschwindigkeitssprungs** v_{EA} im Moment des Einlaufwechsels:
$$v_{EA} = v_{Amin} - v_{Emin} = v(\varphi = \varphi_E - 2\alpha) - v(\varphi = \varphi_E)$$

Der Geschwindigkeitssprung tritt vor allem bei Anordnungslagen mit einer kleinen Starrkörperlänge auf. Bei anderen Anordnungslagen ist der Betrag des Geschwindigkeitssprungs v_{EA} allerdings gering, so daß dieser Kenngröße auch in der Literatur (ETTL 1964) keine große Bedeutung beigemessen wird.

Mit den hier aufgeführten Kenngrößen können zum einen Kettentriebe auf einem noch modellhaften Niveau verglichen und zum anderen die Beschleunigungs- oder Geschwindigkeitsdifferenzen (und damit auch die Stoßkräfte) spezieller Kettentriebe berechnet werden.

4.7.3 Aufschlaggeschwindigkeit

Die grundsätzliche Bedeutung der Aufschlaggeschwindigkeit wurde bereits in Abschnitt 2.1, S. 5ff., erläutert. Über die Aufschlaggeschwindigkeit und die durch sie verursachte Einlaufstoßkraft sind bereits mehrere Untersuchungen angestellt worden (vgl. WOROBJEW 1953, BINDER 1956, HÄRTLEIN 1966, DAS GUPTA 1970, HIRT 1970, HOFMANN 1973, KAMINSKY 1985). Da die theoretischen Modelle zur Berechnung der Einlaufstoßkraft umstritten sind, finden sie bis heute bei der Auslegung von Kettentrieben kaum Berücksichtigung (vgl. RACHNER 1962, S. 136ff.; NIEMANN/WINTER 1983, S. 118ff.; MÜLLER 1983, S. 77ff.; BERENTS 1989, S. 18). In diesem Abschnitt wird zur Berechnung der Aufschlaggeschwindigkeit ein vereinfachtes Modell verwendet, welches die Zahnform und den wirksamen Flankenwinkel nicht berücksichtigt. Die Genauigkeit der so ermittelten Aufschlaggeschwindigkeit reicht jedoch zur vergleichenden Beurteilung der Auswirkungen unterschiedlicher Führungsanordnungen auf das kinematische Verhalten aus.

Bild 4.31, S. 99 zeigt die Geschwindigkeitsverhältnisse beim Einlaufwechsel an einem Kettentrieb mit Führung. Das Antriebsrad dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω im Uhrzeigersinn. Der Starrkörper wird kurz vor dem Einlaufwechsel von der Antriebsrolle mit der Geschwindigkeit \vec{v}_t angetrieben, die, ebenso wie die Umfangsgeschwindigkeit \vec{v}_U am Einlaufort, den Betrag $|\vec{v}_t| = |\vec{v}_U| = v_t = v_U = \omega r$ besitzt.

$$\vec{v}_{St} = \vec{v}_U - \vec{v}_E \quad (4.95)$$

Bild 4.32, S. 99, zeigt das der Definition der Aufschlaggeschwindigkeit entsprechende Vektordiagramm, anhand dessen der Betrag und die Richtung der Aufschlaggeschwindigkeit ermittelt werden soll. Für den Betrag der Aufschlaggeschwindigkeit (bei Beträgen wird der Vektorpfeil weggelassen) kann am Geschwindigkeitsdreieck mit dem Kosinussatz (BRONSTEIN 1981, S. 254) der folgende Ansatz gemacht werden:

$$v_{St}^2 = v_U^2 + v_E^2 - 2v_U v_E \cos(90^\circ - \beta_E) \quad (4.96)$$

Mit $v_U = \omega r$ ergibt sich:

$$\left(\frac{v_{St}}{\omega r}\right)^2 = 1 + \left(\frac{v_E}{\omega r}\right)^2 - 2\left(\frac{v_E}{\omega r}\right) \cos(90^\circ - \beta_E) \quad (4.97)$$

Hierin sind der Betrag der Einlaufgeschwindigkeit v_E und der Hilfswinkel β_E noch unbekannt. Der Betrag der Einlaufgeschwindigkeit kann über die Momentanpolradien bestimmt werden, welche in Bild 4.33, S. 100 dargestellt sind.

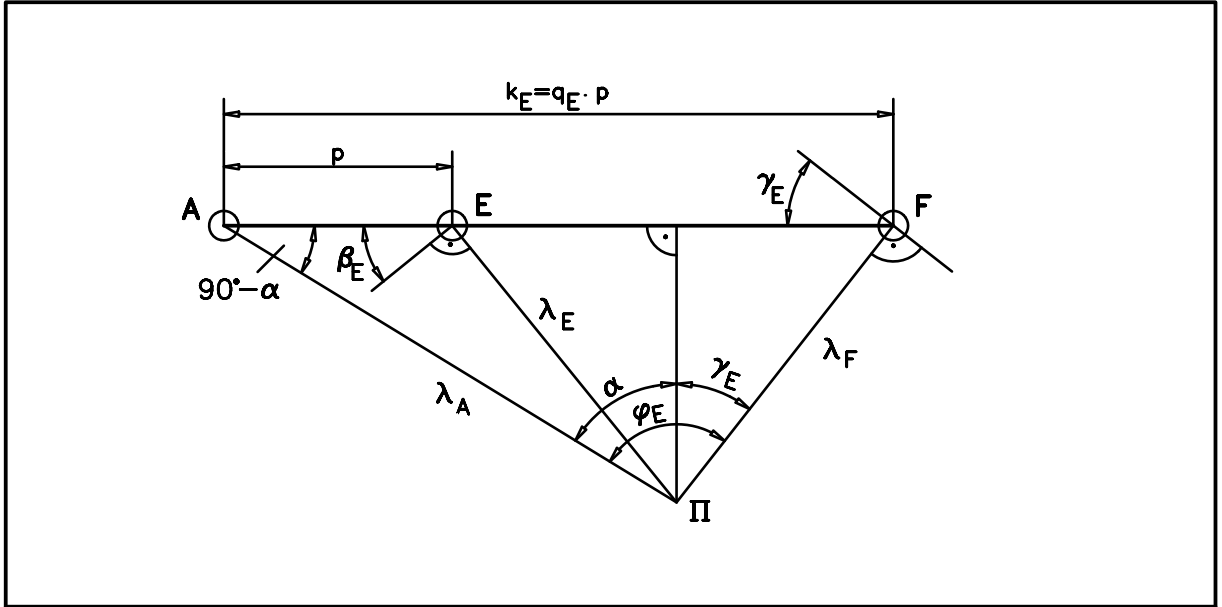


Bild 4.33: Momentanpolradien beim Einlaufwechsel

Für das äußere aus Starrkörper und Momentanpolradien λ_A bzw. λ_F bestehende Dreieck AΠF in Bild 4.33 gilt nach der Momentanpoltheorie:

$$\frac{v_E}{\omega r} = \frac{v_E}{v_A} = \frac{\lambda_E}{\lambda_A}$$

Damit kann Gl. 4.97 wie folgt geschrieben werden:

$$\left(\frac{v_{St}}{\omega r}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\lambda_E}{\lambda_A}\right)^2 + 2\left(\frac{\lambda_E}{\lambda_A}\right) \sin \beta_E \quad (4.98)$$

Zur Bestimmung des Verhältnisses der Momentanpolradien λ_A und λ_E kann am Dreieck AEΠ (s. Bild 4.33) wieder der Kosinussatz angewendet werden:

$$\begin{aligned}\lambda_E^2 &= p^2 + \lambda_A^2 - 2p\lambda_A \cos(90^\circ - \alpha) \Leftrightarrow \\ \left(\frac{\lambda_E}{\lambda_A}\right)^2 &= \left(\frac{p}{\lambda_A}\right)^2 + 1 - 2\left(\frac{p}{\lambda_A}\right) \sin \alpha\end{aligned}\quad (4.99)$$

Mit dem Sinussatz in Dreieck AFI erhält man

$$\frac{k_E}{\sin \varphi_E} = \frac{\lambda_A}{\sin(90^\circ - \gamma_E)} = \frac{\lambda_A}{\cos \gamma_E}$$

und mit $k_E = q_E p$ folgt für den Momentanpolradius λ_A

$$\lambda_A = q_E p \frac{\cos \gamma_E}{\sin \varphi_E}$$

Für das in Gl. 4.99 angegebene Verhältnis der Momentanpolradien resultiert:

$$\left(\frac{\lambda_E}{\lambda_A}\right)^2 = 1 + \frac{1}{q_E^2} \left(\frac{\sin \varphi_E}{\cos \gamma_E}\right)^2 - \frac{2}{q_E} \left(\frac{\sin \varphi_E}{\cos \gamma_E}\right) \sin \alpha \quad (4.100)$$

Der gesuchte Hilfswinkel β_E kann über den Sinussatz am Dreieck AEI (s. Bild 4.33) berechnet werden:

$$\begin{aligned}\frac{\sin(90^\circ + \beta_E)}{\lambda_A} &= \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\lambda_E} \Leftrightarrow \frac{\cos(\beta_E)}{\lambda_A} = \frac{\cos(\alpha)}{\lambda_E} \\ \Rightarrow \cos \beta_E &= \frac{\lambda_A}{\lambda_E} \cos \alpha\end{aligned}\quad (4.101)$$

Gl. 4.101 gilt jedoch nur für den Fall $\frac{\lambda_A}{\lambda_E} < 1$; für größere Verhältnisse wird der Winkel β_E negativ und es ergibt sich schließlich:

$$\beta_E = \begin{cases} \arccos\left(\frac{\lambda_A}{\lambda_E} \cos \alpha\right) & \text{für } \frac{\lambda_A}{\lambda_E} < 1 \\ -\arccos\left(\frac{\lambda_A}{\lambda_E} \cos \alpha\right) & \text{für } \frac{\lambda_A}{\lambda_E} \geq 1 \end{cases} \quad (4.102)$$

Werden Gl. 4.100 und Gl. 4.102 in Gl. 4.98 eingesetzt, so kann der Betrag der Aufschlaggeschwindigkeit v_{st} berechnet werden. Auf eine geschlossene Darstellung der Aufschlaggeschwindigkeit wird wegen der Komplexität verzichtet. Mit der Aufschlaggeschwindigkeit steht jetzt ein rein kinematisches Maß zur Beurteilung des Einlaufverhaltens der Kette in das Kettenrad zur Verfügung.

4.8 Günstige Anordnungslagen

Nachdem nun Kenngrößen zur Verfügung stehen, die einen Vergleich verschiedener Anordnungslagen (d. h. Kombinationen von Führungshöhe und -abstand) ermöglichen, soll in diesem Abschnitt der Einfluß verschiedener Parameter auf das kinematische Verhalten untersucht werden. Neben einem allgemeinen Vergleich des kinematischen Verhaltens soll dabei auch nach Führungsanordnungen gesucht werden, die ein möglichst günstiges kinematisches Verhalten zeigen. Zusätzlich werden auch Folgerungen abgeleitet, die dann im Kapitel 7 noch einmal für die Praxis zusammengefaßt werden.

4.8.1 Einfluß des Führungsabstandes

Bei der Herleitung der Gleichungen für den Führungsweg, die Führungsgeschwindigkeit und die Führungsbeschleunigung hat sich gezeigt, daß der Führungsabstand nur indirekt (über die Starrkörperlänge) Einfluß auf die kinematischen Verhältnisse nimmt (vgl. Abschnitt 4.1.1, S. 43ff.). Allerdings kommt dem Führungsabstand beim Auslaufwechsel eine große Bedeutung zu. Wie bereits in Abschnitt 4.2.3, S. 68ff. gezeigt wurde, können der maximale Spannweg und der maximale Spannwinkel in Abhängigkeit von der Anordnungslage sehr große oder sehr kleine Werte annehmen. Sehr große Werte sind ungünstig, da die neue Abtriebsrolle zum Einlaufwechsel zu spät kommt und ein zusätzlicher Stoß beim Einlauf zu erwarten ist. Idealerweise bevorzugt man daher Anordnungslagen (d. h. eine Kombination aus Führungshöhe und -abstand), die überhaupt keinen Spannweg bzw. keinen Spannwinkel zur Folge haben. Dieses Verhalten wird mit der Kenngröße des Geschwindigkeitssprungs v_{EA} beschrieben. Der Geschwindigkeitssprung wird durch den sich beim Auslaufwechsel unstetig verändernden Führungsweg verursacht.

Im folgenden wird daher zunächst der Geschwindigkeitssprung v_{EA} in Abhängigkeit vom Einlaufabstand f_E untersucht. Danach wird zum Vergleich noch einmal der maximale Spannweg betrachtet und gezeigt, daß beide Größen zur gleichen Schlußfolgerung führen.

Trägt man den auf die Umfangsgeschwindigkeit v_U bezogenen Geschwindigkeitssprung v_{EA} über dem auf die Teilung p bezogenen Einlaufabstand f_E auf, so ergibt sich der in Bild 4.34, S. 103, dargestellte Verlauf der Graphen für unterschiedliche Führungshöhen. Für die Darstellung wurden folgende Anordnungen ausgewählt: die größte und kleinste zulässige Führungshöhe ($h/r = 1.5$ bzw. $h/r = 0.5$), die Tangentenanordnung ($h/r = 1$), die Sehnenanordnung ($h/r = 0.866$) und eine Anordnung oberhalb der Tangentenanordnung, die im gleichen Abstand wie die Sehnenanordnung zur Tangentenanordnung liegt ($h/r = 1.134$).

Wie Bild 4.34 zeigt, gehen alle Graphen mit zunehmendem bezogenem Einlaufabstand gegen den Wert Null. Entspricht der Einlaufabstand einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung p , dann ist der Geschwindigkeitssprung für alle Graphen (mit der Ausnahme des Graphen für $h/r = 1.5$ und $f_E/p < 3$) null.

Für den maximalen Spannweg $s_{Sp\ max}$ ist bereits aus Abschnitt 4.2.3, S. 68ff., bekannt, daß mit zunehmendem Führungsabstand f der maximale Spannweg $s_{Sp\ max}$ tendenziell kleiner wird. Allerdings zeichnet sich der stark schwankende Funktionsverlauf durch Maxima und Minima aus, deren Lage aber von der Führungshöhe abhängig ist (vgl. Bild 4.18, S. 72).

In Bild 4.35, S. 103, ist der auf die Teilung p bezogene maximale Spannweg $s_{Sp\ max}$ über den auf die Teilung p bezogenen Einlaufabstand f_E aufgetragen. Die Funktionswerte wurden mit Hilfe von Gl. 4.69, S. 70, berechnet.

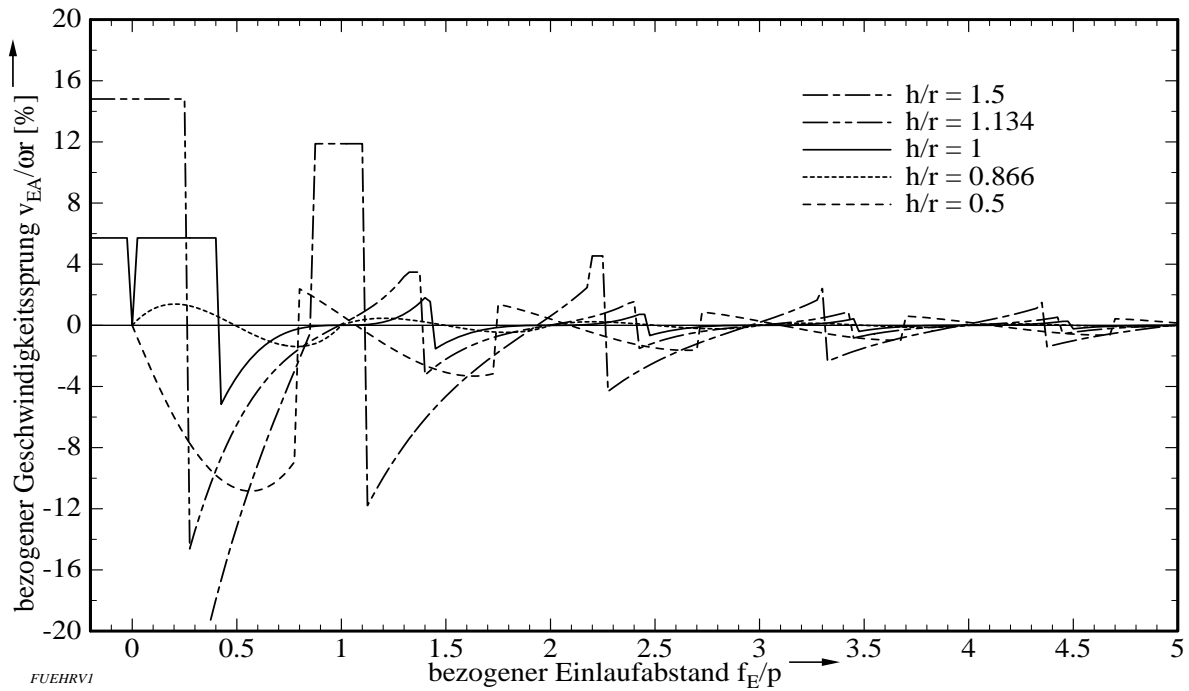


Bild 4.34: Auf die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bezogener Geschwindigkeitssprung v_{EA} aufgetragen über den auf die Teilung bezogenen Einlaufabstand f_E mit der bezogenen Führungshöhe h als Parameter (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm)

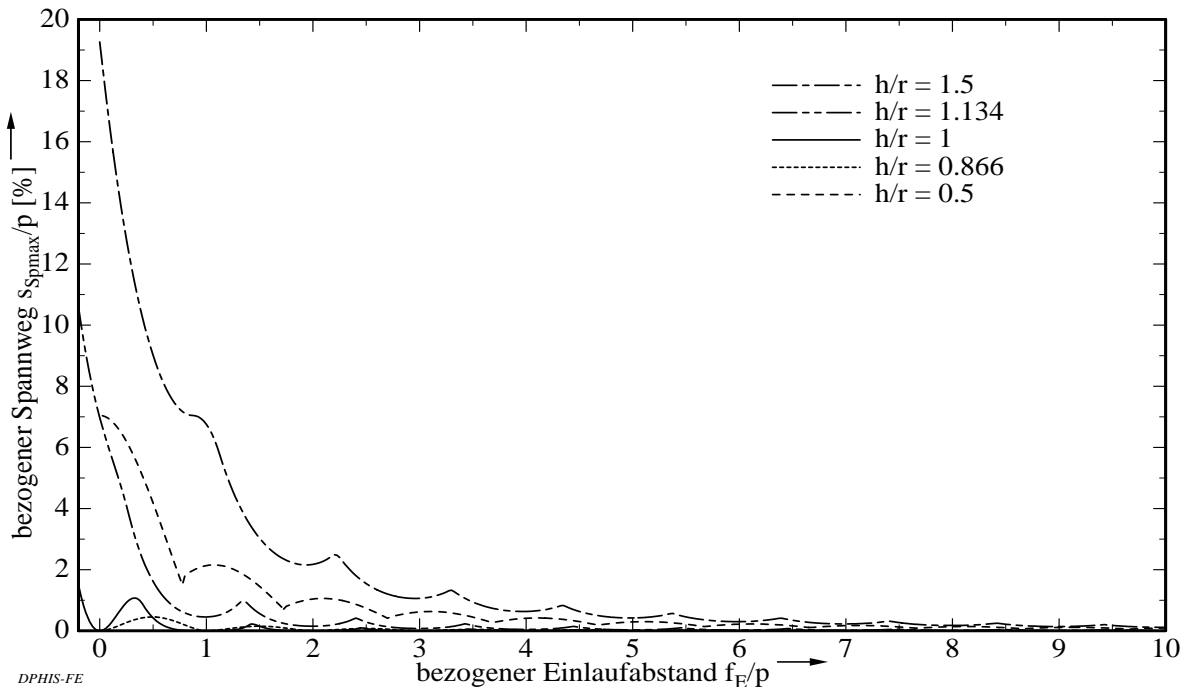


Bild 4.35: Auf die Teilung p bezogene maximale Spannweg $s_{Sp_{max}}$ über den Auf die Teilung bezogenen Einlaufabstand f_E mit der bezogenen Führungshöhe h als Parameter (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm)

Bild 4.35 zeigt, daß der maximale Spannweg stark mit zunehmendem Einlaufabstand abnimmt. Negative Einlaufabstände (d. h. $f < 0$) verursachen zwar größere Spannwege, die

jedoch keinesfalls sehr viel größer sind als die Spannwege benachbarter positiver Einlaufabstände. In Bild 4.36, S. 104, ist dieser Sachverhalt noch einmal unter Vernachlässigung der beiden Graphen mit der größten bzw. kleinsten zulässigen Führungshöhe (die eine geringe Relevanz hinsichtlich ihrer Realisierung haben) dargestellt.

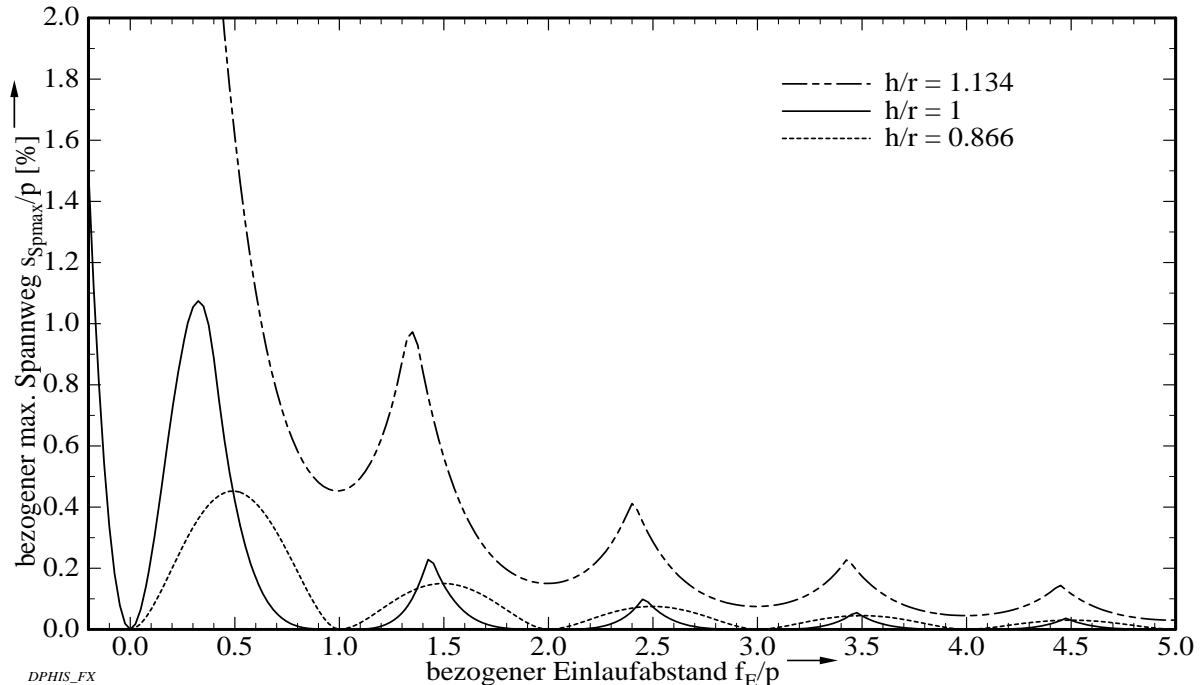


Bild 4.36: Auf die Teilung p bezogene maximaler Spannweg $s_{Sp\ max}$ aufgetragen über den auf die Teilung bezogenen Einlaufabstand f_E und der Führungshöhe h als Parameter (Daten: $z = 6$; $p = 25.4\ mm$)

Aus Bild 4.36 ist noch deutlicher zu erkennen, daß bei Einlaufabständen, die einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung entsprechen, der maximale Spannweg am kleinsten wird. Darüberhinaus zeigt der Verlauf des Geschwindigkeitssprung v_{EA} auch ein ähnliches Verhalten wie der Verlauf des maximale Spannwegs.

Aus der Betrachtung des Führungsabstandes können somit die ersten Folgerung abgeleitet werden:

1. Folgerung

Die mit der Spannphase einhergehende Entkopplung des Starrkörpers vom Antriebsrad kann vermieden werden, wenn der Einlaufabstand ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung beträgt.

2. Folgerung

Zur Vermeidung der Spannphase sollten Anordnungslagen mit kleinen Führungsabständen und sehr große Führungshöhen auch für Einlaufabstände, die einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung p entsprechen, verwendet werden.

4.8.2 Einfluß der Führungshöhe

Zur Untersuchung des Einflusses der Führungshöhe sei zunächst der Ungleichförmigkeitsgrad δ betrachtet, dessen Verlauf für fünf verschiedene Führungshöhen in Bild 4.37, S. 105, über

dem auf die Teilung p bezogenen Einlaufabstand f_E aufgetragen ist. Die Darstellung über dem Einlaufabstand ist im Prinzip gleichbedeutend mit einer Darstellung über dem Führungsabstand f , da mit zunehmendem Einlaufabstand auch der Führungsabstand größer wird. Viele der folgenden Betrachtungen gelten daher auch für den Führungsabstand.

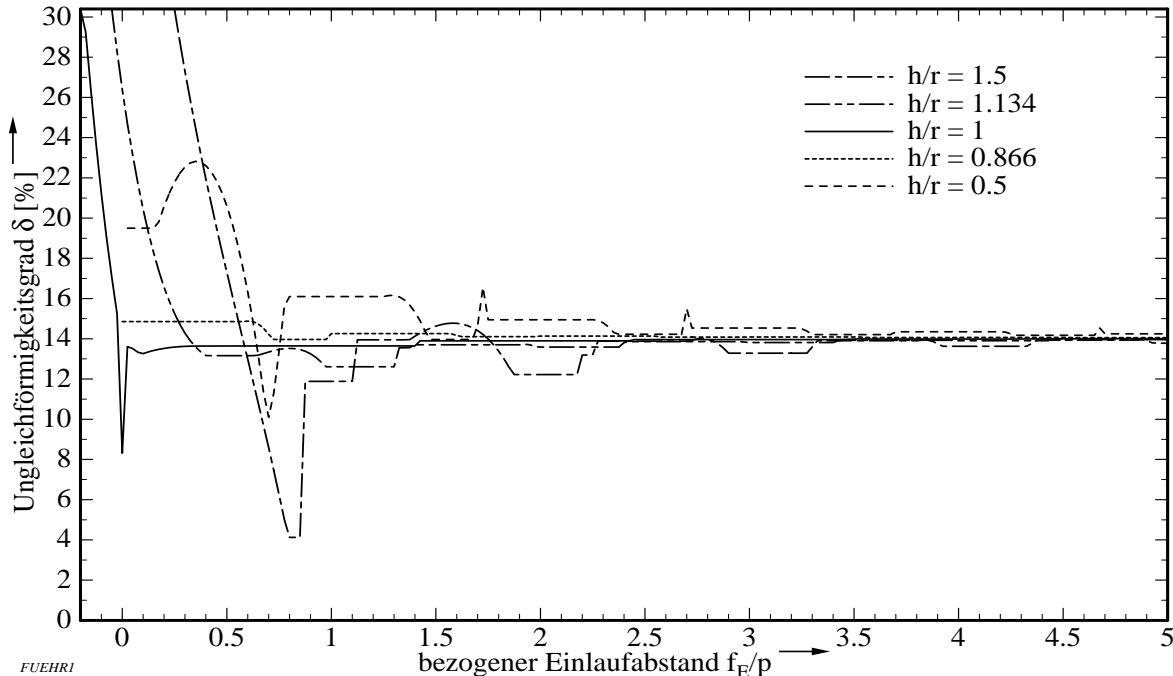


Bild 4.37: Ungleichförmigkeitsgrad δ über dem auf die Teilung p bezogenen Einlaufabstand f_E in Abhängigkeit der bezogenen Führungshöhe h/r (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm)

Kennzeichnend für den Ungleichförmigkeitsgrad ist, daß er für alle Führungshöhen mit zunehmendem Einlaufabstand (Führungsabstand) gegen einen Grenzwert strebt. Dieser Grenzwert wurde bereits in Abschnitt 4.7.1, S. 92, hergeleitet. Mit Gl. 4.92, S. 96, ergibt sich für ein Antriebsrad mit sechs Zähnen ein Ungleichförmigkeitsgrad von $\delta_\infty = 14.03\%$. Wie Bild 4.37 zeigt, streben die Graphen unabhängig von der Führungshöhe tatsächlich diesem Wert zu.

3. Folgerung

Der Ungleichförmigkeitsgrad δ strebt für große Einlaufabstände einem Grenzwert zu, der nur von der Zähnezahl des Antriebsrades abhängt. Ist der Einlaufabstand größer als drei Teilungen, dann sind die Unterschiede zwischen verschiedenen Führungshöhen nur noch sehr gering.

Die Graphen nähern sich in Abhängigkeit von der Führungshöhe diesem Grenzwert in Stufen. Die Länge dieser Stufen entspricht in etwa der Länge einer Teilung, d. h. der Ungleichförmigkeitsgrad ist für beschränkte Bereiche konstant. Der Stufensprung tritt genau dann auf, wenn sich der Einlaufwinkel φ_E ändert, sich die Starrkörperlänge der Einlaufphase k_E also um eine Teilung verlängert. Mit zunehmender Starrkörperlänge werden die Unterschiede zwischen minimaler und maximaler Führungsgeschwindigkeit geringer, so daß bei einer größeren Starrkörperlänge der Ungleichförmigkeitsgrad kleiner werden muß (vgl. Bild 4.4, S. 49).

Der stufige Verlauf ist durch zusätzliche parabelförmige Erhöhungen und durch Spitzen gekennzeichnet. Diese sind auf die relative Lage des Auslaufwechsels innerhalb der Ungleichförmigkeitsperiode zurückzuführen. Je kürzer die Starrkörperlänge ist und je weiter die Führung von der Tangentenordnung entfernt ist, desto deutlicher sind diese Erscheinungen. Die Entstehung dieser Phänomene sei am Beispiel einer Spitze bei $f_E/p \approx 1.73$ des Graphen für $h/r = 0.5$ erläutert.

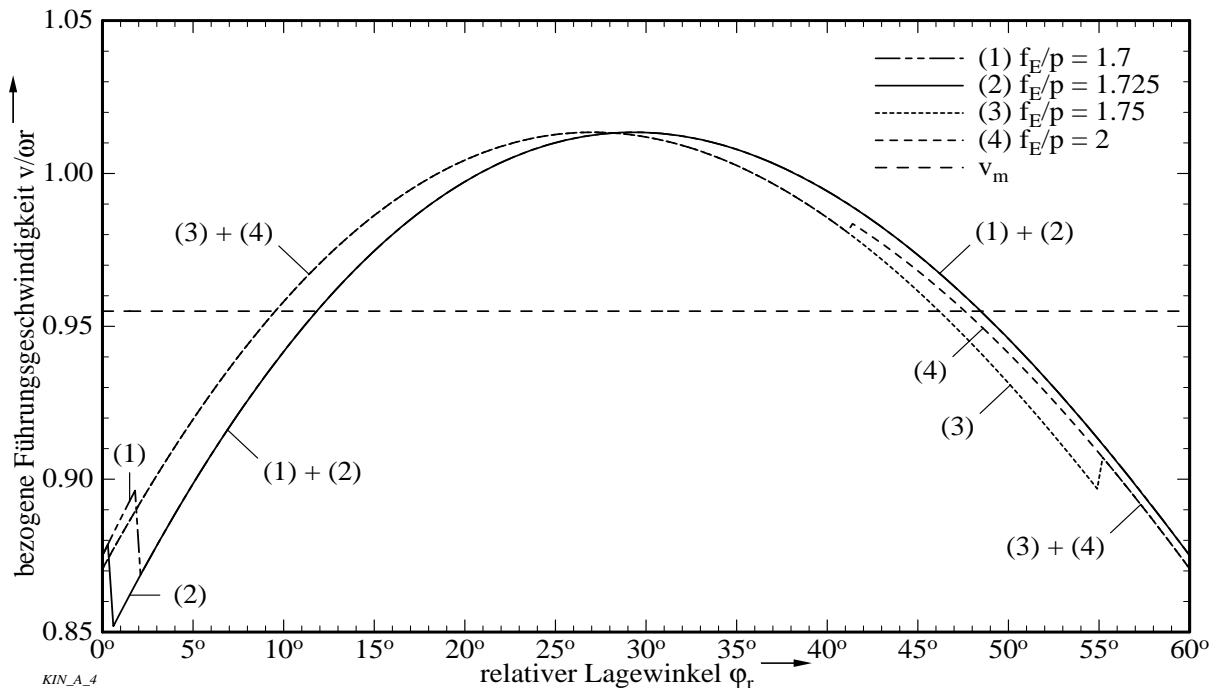


Bild 4.38: Auf die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bezogene Führungsgeschwindigkeit v aufgetragen über dem relativen Lagewinkel ϕ_r mit dem bezogenen Einlaufabstand f_E als Parameter (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm; $h/r = 0.5$)

In Bild 4.38 ist die auf die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bezogene Führungsgeschwindigkeit für die Führungshöhe $h/r = 0.5$ über dem relativen Lagewinkel ϕ_r für vier verschiedene (auf die Teilung p bezogene) Einlaufabstände dargestellt. Der relative Lagewinkel wird so bestimmt, daß die untere Grenze der Ungleichförmigkeitsperiode immer einen relativen Lagewinkel $\phi_r = 0^\circ$ hat; für beliebige Lagewinkel ϕ ergibt sich der relative Lagewinkel wie folgt: $\phi_r = \phi + \Psi_{\min}$. Die einzelnen Graphen sind etwas schwierig zu erkennen, da sie teilweise übereinander verlaufen; sie sind daher zusätzlich mit (1) bis (4) gekennzeichnet. Die Knicke im Verlauf der Graphen werden durch die Auslaufwechsel verursacht. Mit zunehmendem Einlaufabstand finden die Auslaufwechsel bei kleineren relativen Lagewinkeln statt: für den Graph (1) beträgt der Winkel $\phi_r \approx 1.5^\circ$; beim Graph (2) nur noch $\phi_r \approx 0.5^\circ$. Durch diese Verschiebung ändert sich die minimale Führungsgeschwindigkeit v_{\min} in dieser Ungleichförmigkeitsperiode. Im allgemeinen ist die minimale Führungsgeschwindigkeit in der Ungleichförmigkeitsperiode als Randmaximum zu suchen; sie liegt für Führungshöhen $h < h_s$ beim Periodenwinkel Ψ_{\min} , d. h. hier beim relativen Lagewinkel $\phi_r = 0^\circ$. Durch die Verschiebung des Auslaufwechsels hin zur unteren Periodengrenze Ψ_{\min} wird die Führungsgeschwindigkeit kurz nach dem Auslaufwechsel kleiner als die beiden Randminima, wodurch sich der Ungleichförmigkeitsgrad δ vergrößert.

Bei einem Einlaufabstand von $f_E/p \approx 1.73$ findet der Auslaufwechsel beim relativen Lagewinkel $\varphi_r = 0^\circ$ statt. In diesem Fall ist der Auslaufwinkel φ_A gleich dem Einlaufwinkel φ_E ; es liegt ein Doppelwechsel vor. Wie bereits in Abschnitt 4.4.2, S. 81ff., gezeigt wurde, weichen beim Doppelwechsel die Führungsgeschwindigkeiten am Beginn und Ende der Ungleichförmigkeitsperiode am stärksten voneinander ab (vgl. Bild 4.23, S. 83), so daß hier für Führungshöhen $h < h_s$ der Ungleichförmigkeitsgrad am größten wird. Bei einer weiteren Steigerung des Einlaufabstandes ändert sich die Starrkörperlänge, da sich der Einlaufwinkel ändert. Die Auslaufwechsel wandern dann von der oberen Grenze der Ungleichförmigkeitsperiode zu kleineren Lagewinkeln (vgl. Graphen (3) und (4) in Bild 4.38, S. 106). Da sich sowohl die minimale als auch die maximale Führungsgeschwindigkeit nicht ändert, verläuft der Ungleichförmigkeitsgrad nun wieder linear weiter (vgl. Bild 4.37, S. 105).

Da gemäß Folgerung 1 Einlaufabstände bevorzugt werden sollten, die einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung p entsprechen, sind die parabelförmigen Erhöhungen und die Spitzen allerdings von untergeordneter Bedeutung.

4. Folgerung

Doppelwechsel sind bei Führungshöhen $h < h_s$ zu vermeiden, da sie zu einem sprunghaften Anstieg des Ungleichförmigkeitsgrades führen.

Wie Bild 4.37, S. 105, weiterhin zeigt, kann man für Einlaufabstände $f_E > p$ tendenziell feststellen, daß Führungshöhen oberhalb der Tangentenanordnung zu einem kleineren Ungleichförmigkeitsgrad δ führen. Für Einlaufabstände $f_E < p$ ist eine differenziertere Betrachtung notwendig. Die Graphen der Tangenten- und Sehnenanordnung verlaufen linear bis zum Einlaufabstand $f_E = 0$. Der Graph für die Sehnenanordnung kann wegen der geometrischen Voraussetzungen erst bei $f_E = 0$ beginnen. Für die Tangentenanordnung zeigt der Graph bei $f_E = 0$ ein Minimum, das um ca. 40% günstiger liegt als benachbarte positive Einlaufabstände. Der Graph steigt aber bei negativen Einlaufabständen wieder steil an. Die Graphen für $h < h_s$ verlaufen im Prinzip auch linear bis zum Einlaufabstand $f_E = 0$, sind aber durch parabelförmige Erhöhungen und durch Spitzen gekennzeichnet. Die Graphen für Führungshöhen $h > r$ zeigen hin zu kleineren Einlaufabständen mit zunehmendem Abstand der Führungshöhe von der Tangentenanordnung einen steilen Anstieg des Ungleichförmigkeitsgrades δ . Der kleinste Ungleichförmigkeitsgrad überhaupt tritt kurz vor dem Einlaufabstand $f_E/p = 1$ bei der größten Führungshöhe auf.

5. Folgerung

Der Ungleichförmigkeitsgrad verläuft für Führungsanordnungen zwischen der Tangenten- und der Sehnenanordnung weitgehend linear über dem Führungsabstand; der Unterschied zwischen Tangenten- und Sehnenanordnung ist insgesamt gering.

6. Folgerung

Bei der Tangentenanordnung steigt der Ungleichförmigkeitsgrad mit zunehmendem Führungsabstand an; das Minimum wird beim Tangenteneinlauf erreicht.

7. Folgerung

Sind die Einlaufabstände negativ, dann nimmt der Ungleichförmigkeitsgrad bei allen Führungshöhen sehr stark zu. Für den Einlaufabstand null sind Führungshöhen oberhalb der Tangentenanordnung zu vermeiden.

In Bild 4.39, S. 108, ist der auf $\omega^2 r$ bezogene Beschleunigungssprung a_{EA} über dem auf die Teilung bezogenen Einlaufabstand f_E aufgetragen. In Bezug auf die Führungshöhe erhält man

keine wesentlich neuen Informationen aus dieser Darstellung. Mit zunehmendem Einlaufabstand (Führungsabstand) strebt auch der Beschleunigungssprung einem Grenzwert zu. Im allgemeinen sind die Werte des Beschleunigungssprungs für Führungshöhen unterhalb der Tangentenordnung höher als für solche oberhalb der Tangentenordnung. Interessant ist allerdings der negative Bereich des bezogenen Beschleunigungssprungs, welcher für Führungshöhen $h \geq r$ auftritt. Nach dem von NICKEL (1928) formulierten qualitativen Kriterium zur Beurteilung des Beschleunigungssprungs (vgl. Abschnitt 4.7.2, S. 97), ist ein Wechsel des Beschleunigungsverhaltens mit Beschleunigung - Verzögerung ($a_{EA} > 0$) günstiger als ein Wechsel Verzögerung - Beschleunigung ($a_{EA} < 0$). Für Einlaufabstände $f_E > p$ ist dies immer erfüllt. Allerdings gibt es auch einen Bereich der Führungshöhe oberhalb der Tangentenordnung, für den dieses Kriterium nicht mehr erfüllt ist. Da seine Bedeutung umstritten ist, wird hieraus keine Folgerung abgeleitet.

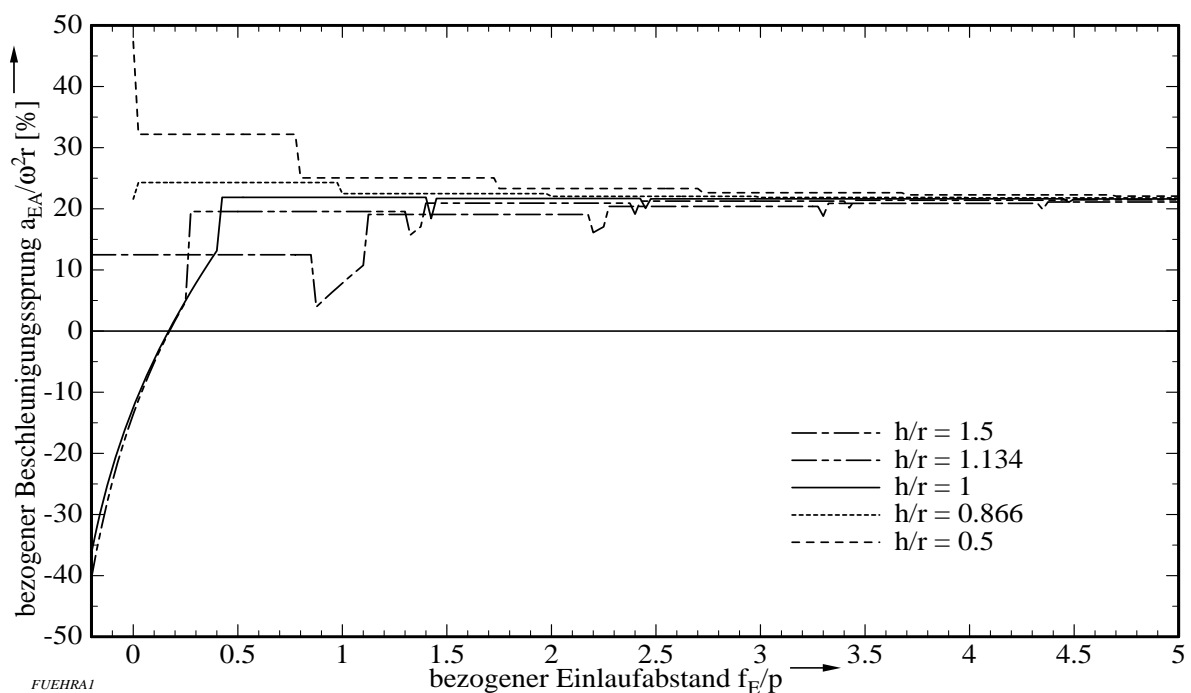


Bild 4.39: Bezogener Beschleunigungssprung $a_{EA}/\omega^2 r$ dargestellt über dem auf die Teilung bezogenen Einlaufabstand f_E mit der bezogenen Führungshöhe h/r als Parameter (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm)

Schließlich soll noch der Einfluß der Führungshöhe auf die Aufschlaggeschwindigkeit v_{St} untersucht werden. In Bild 4.40, S. 109, ist die auf die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bezogene Aufschlaggeschwindigkeit v_{St} über dem auf die Teilung p bezogenen Einlaufabstand f_E mit der Führungshöhe als Parameter aufgetragen. Allen Graphen ist gemeinsam, daß mit zunehmendem Einlaufabstand (Führungsabstand) die Aufschlaggeschwindigkeit v_{St} stufenförmig größer wird. Die Stufenform kann wie beim Verlauf des Ungleichförmigkeitsgrades (vgl. Bild 4.37, S. 105) durch den zeitweise konstanten Einlaufwinkel φ_E erklärt werden. Für den Grenzfall $f_E \rightarrow \infty$ resultiert für die Aufschlaggeschwindigkeit: $v_{St} \rightarrow \infty$. Tendenziell kann man feststellen, daß mit zunehmender Führungshöhe die Aufschlaggeschwindigkeit kleiner wird. Besonders günstig sind der Tangenteneinlauf ($h = r$; $f_E = 0$) - hier gibt es keine Aufschlaggeschwindigkeit - und auch der Sehneneinlauf ($h = r \cos \alpha$; $f_E = 0$), bei dem die bezogene Aufschlaggeschwindigkeit 50% beträgt. Allerdings sind beide Lagen sehr instabil, weil bereits geringfügige Abweichungen des Einlaufabstandes zu einer deutlich höheren Aufschlaggeschwindigkeit führen. Da die Aufschlaggeschwindigkeit ein

Maß darstellt, mit dessen Hilfe die Güte des Einlaufs der Kette in das Kettenrad beschrieben werden kann, sind aus dieser Sicht möglichst kurze Einlaufabstände (Führungsabstände) zu bevorzugen.

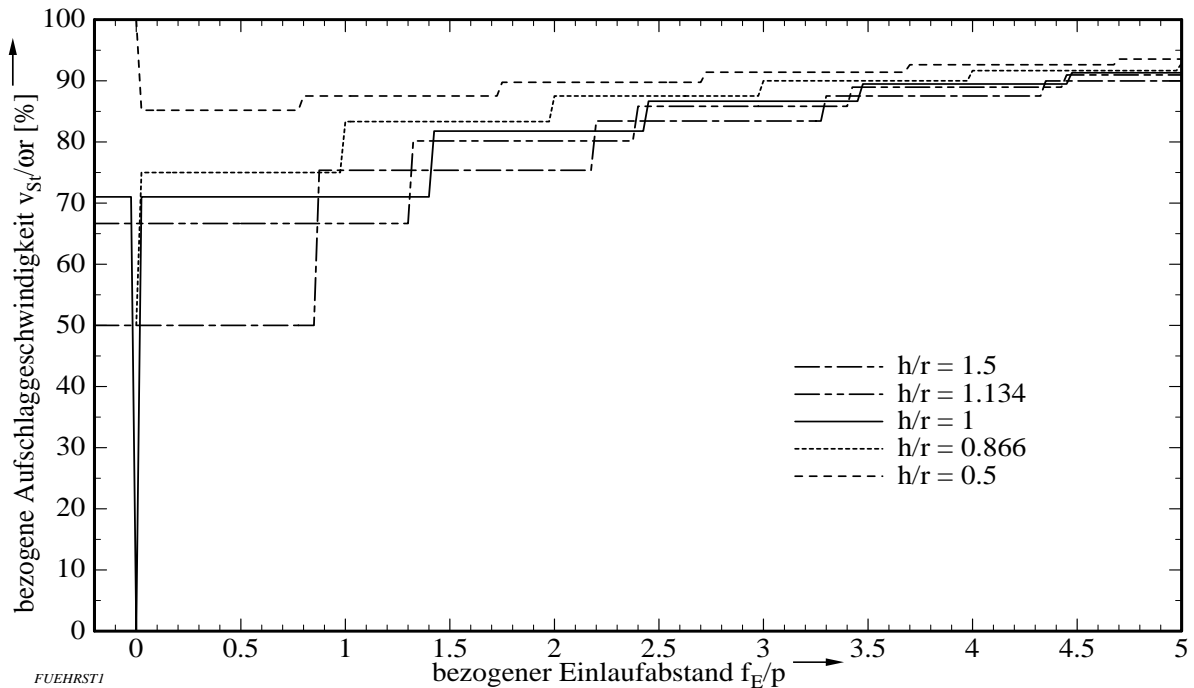


Bild 4.40: Bezogene Aufschlaggeschwindigkeit v_{sl}/ω_r aufgetragen über dem auf die Teilung bezogenen Einlaufabstand f_E mit der bezogenen Führungshöhe h/r als Parameter (Daten: $z = 6$; $p = 25.4$ mm)

8. Folgerung

Die Aufschlaggeschwindigkeit reduziert sich mit kleiner werdendem Einlaufabstand und zunehmender Führungshöhe. Für den Fall des Tangenteneinlaufs wird die Aufschlaggeschwindigkeit null; diese Lage ist allerdings sehr instabil.

4.8.3 Einfluß der Zähnezahl

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde ein Kettentrieb mit einer Zähnezahl von $z = 6$ zugrundegelegt. In diesem Abschnitt wird nun die Zähnezahl variiert und mit Hilfe der Kenngrößen untersucht. Zunächst sei der Ungleichförmigkeitsgrad δ betrachtet.

In Bild 4.41 ist der Ungleichförmigkeitsgrad δ im logarithmischen Maßstab über der Zähnezahl z in Abhängigkeit von der Führungshöhe dargestellt. Die den Graphen zugrundeliegenden Werte wurden "diskret" für die jeweiligen Zähnezahlen berechnet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde jedoch auf die Darstellung der berechneten Werte durch Symbole verzichtet. Für diese und die folgenden Darstellungen wurde ein Einlaufabstand f_E gewählt, der nahe bei dem Wert Null liegt. Die Wahl dieses Einlaufabstandes erfolgte auf Grund folgender Überlegung: Beträgt der Einlaufabstand ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung, dann sind die Auslaufeigenschaften besonders günstig (vgl. Abschnitt 4.8.1, S. 102ff.). Wählt man eine beliebige Anzahl Teilungen p als Einlaufabstand, dann sind die Unterschiede zwischen den unterschiedlichen Führungshöhen u. U. nicht mehr klar zu erkennen; d. h. man kann nicht zwangsläufig von diesem Einlaufabstand auf das Verhalten über der Zähnezahl für beliebige Einlaufabstände schließen. Dies zeigt sich beispielsweise in der Darstellung der

Aufschlaggeschwindigkeit über dem Einlaufabstand in Bild 4.40, S. 109. Auf der anderen Seite hat sich im letzten Abschnitt ergeben, daß bei einem Einlaufabstand von $f_E = 0$ bei der Tangentenanordnung die Kenngrößen besonders günstig sind. Die Wahl eines Einlaufabstandes, der dicht neben solch einem günstigen Einlaufabstand liegt (und 1% der Teilung beträgt) hat zudem noch den Vorteil, daß damit auch Ungenauigkeiten der Führungsanordnung (z. B. Fertigungs- und Montagtoleranzen) erfaßt werden.

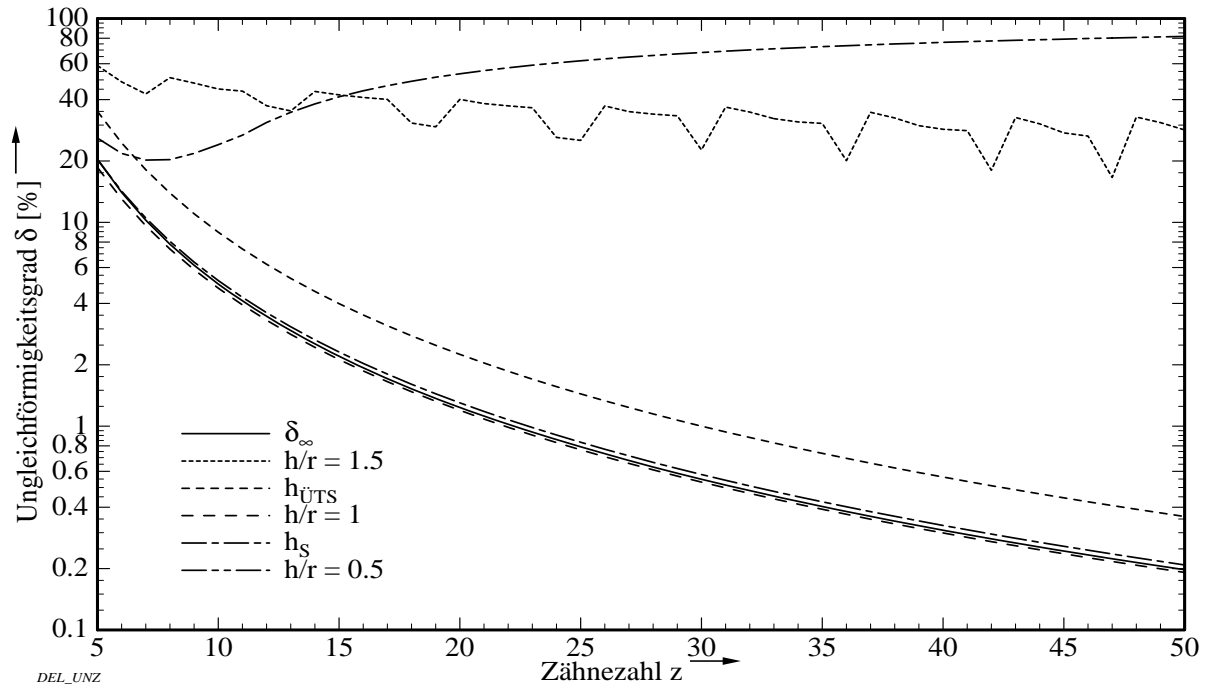


Bild 4.41: Logarithmische Darstellung des Ungleichförmigkeitsgrades δ über der Zähnezahl z mit der bezogenen Führungshöhe als Parameter (Daten: $p = 25.4$ mm; $f_E = 0.01p$)

Als Parameter wurden die auf den Teilkreisradius bezogene Führungshöhe h/r und der Ungleichförmigkeitsgrad δ_∞ (für große Starrkörperlängen) in Bild 4.41 aufgetragen. Neben den beiden extremen Führungshöhen $h = 1.5r$ und $h = 0.5r$ wurde die Tangentenanordnung ($h/r = 1$), die Sehnenanordnung (h_s) und die Führungshöhe $h_{\text{ÜTS}}$ (die keine eigene Bezeichnung erhält) berücksichtigt. Die Führungshöhe $h_{\text{ÜTS}}$ ist um den Abstand Tangente - Sehne größer als der Teilkreisradius; d. h. es handelt sich um eine Anordnung der Führung symmetrisch zur Sehnenanordnung oberhalb der Tangentenanordnung.

Wie Bild 4.41 zeigt, konvergieren die Graphen des Ungleichförmigkeitsgrades für Führungshöhen zwischen $h_{\text{ÜTS}}$ und h_s mit zunehmender Zähnezahl sehr schnell gegen null. Die Graphen für den Ungleichförmigkeitsgrad δ_∞ , die Tangenten- ($h/r = 1$) und die Sehnenanordnung (h_s) liegen so dicht beieinander, daß bei dem gewählten Maßstab der Darstellung kaum ein Unterschied zu erkennen ist.

9. Folgerung

Für sehr kleine Einlaufabstände und Führungshöhen in der Nähe der Tangentenanordnung kann das Verhalten des Ungleichförmigkeitsgrades δ in Abhängigkeit von der Zähnezahl z sehr gut mit dem Ungleichförmigkeitsgrad für sehr große Starrkörperlängen δ_∞ beschrieben werden.

Für die beiden extremen Führungshöhen $h/r = 1.5$ und $h/r = 0.5$ zeigen die Graphen allerdings kein so deutliches Verhalten, der Graph der Führungshöhe $h/r = 0.5$ steigt mit zunehmender Zähnezahl sogar noch an. Das zunächst etwas verwunderliche Verhalten dieser beiden Graphen soll mit Hilfe der nächsten drei Bilder geklärt werden.

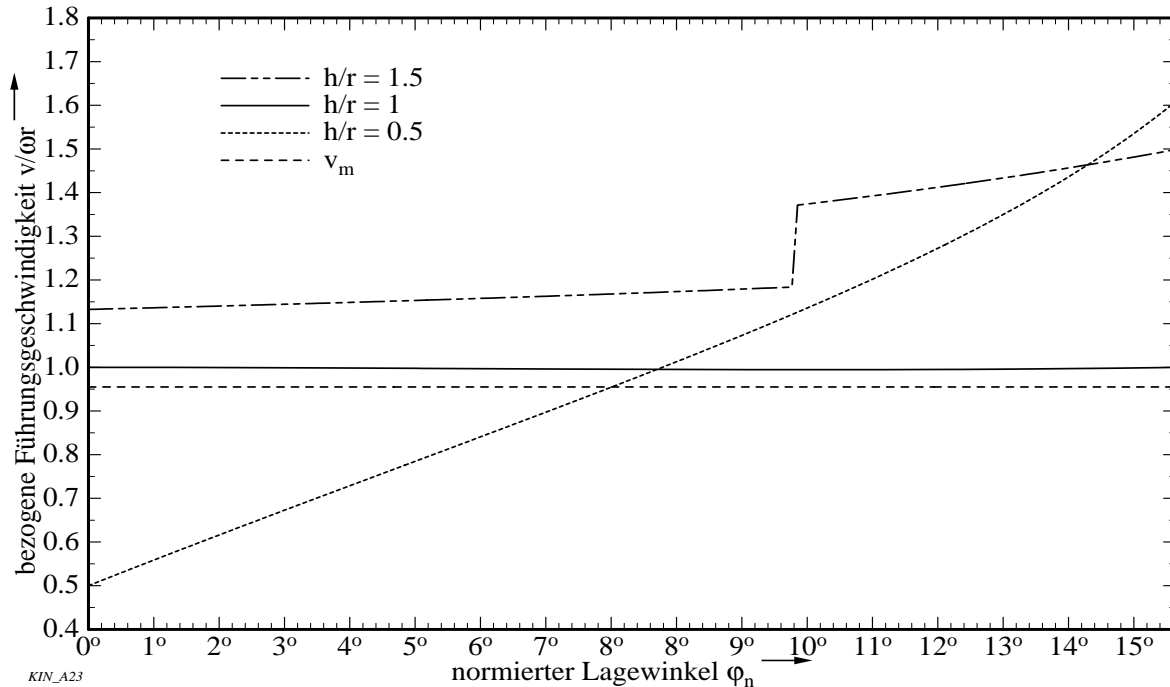


Bild 4.42: Bezogene Führungsgeschwindigkeit $v/\omega r$ aufgetragen über dem relativen Lagewinkel ϕ_r für verschiedene bezogene Führungshöhen (Daten: $z = 23$; $p = 25.4 \text{ mm}$; $f_E = 0.01p$)

In Bild 4.42, S. 111, ist die bezogene Führungsgeschwindigkeit $v/\omega r$ für drei Führungshöhen über dem relativen Lagewinkel $\phi_r = \phi - \Psi_{\min}$ für die Zähnezahl $z = 23$ dargestellt. Schon am Maßstab der Ordinate ist zu erkennen, daß die Funktionswerte einen größeren Bereich abdecken (0.4 - 1.8 statt wie bisher 0.85 - 1.05; vgl. Bild 4.22ff., S. 82ff.). Bei dem gewählten Maßstab ist beispielsweise der bogenförmige Verlauf der Führungsgeschwindigkeit zur Tangentenordnung nicht mehr zu erkennen. Die Graphen der Führungsgeschwindigkeit zur Führungshöhe $h/r = 1.5$ und $h/r = 0.5$ unterscheiden sich erheblich voneinander. Während der Graph zu $h/r = 1.5$ zunächst nur wenig ansteigt, nimmt er nach dem Rollenwechsel deutlich höhere Funktionswerte an. Der Graph zu $h/r = 0.5$ steigt dagegen stetig steil an. Die Ursache für das von den Graphen der anderen Führungshöhen stark abweichende Verhalten des Ungleichförmigkeitsgrades in Abhängigkeit der Zähnezahl (vgl. Bild 4.41, S. 110) liegt also darin begründet, daß die Führungsgeschwindigkeit bei sehr kleinen oder sehr großen Führungshöhen ihren bogenförmigen Charakter verliert.

Das intervallartige "auf und ab" des Verlaufs beim Ungleichförmigkeitsgrad für die Führungshöhe $h/r = 1.5$ wird durch eine veränderte Lage der Rollenwechsel innerhalb der Ungleichförmigkeitsperiode und durch eine Veränderung der Starrkörperlänge verursacht. Dies soll durch Bild 4.43, S. 113, verdeutlicht werden, in dem für diesen Fall die bezogene Führungsgeschwindigkeit $v/\omega r$ über der Ungleichförmigkeitsperiode für vier benachbarte Zähnezahlen dargestellt ist. Da sich bei Variation der Zähnezahl die Teilungswinkel ändern, variiert mit der Zähnezahl auch die Periodendauer $\Delta\Psi = \Psi_{\max} - \Psi_{\min} = \tau$. Die an der

Abszissen aufgetragenen Periodenwinkel Ψ_{\min} und Ψ_{\max} nehmen daher bei jeder Zähnezahl andere Werte an. Der Wert des Lagewinkel ist daher von der Zahnezahl abhängig ($\varphi = f(z)$).

Wie Bild 4.43 zeigt, sind die maximalen bezogenen Führungsgeschwindigkeiten in der Ungleichförmigkeitsperiode für alle Graphen gleich; die minimalen bezogenen Führungsgeschwindigkeiten weichen jedoch voneinander ab. Der Ungleichförmigkeitsgrad hängt damit nur noch von der minimalen Führungsgeschwindigkeit und der und mittleren Kettengeschwindigkeit ab. Die mittlere Kettengeschwindigkeit kann nach Abschnitt 4.1.4, S. 52ff., wie folgt berechnet werden:

$$\frac{v_m}{\omega r} = \frac{z}{\pi} \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)$$

Damit ergeben sich für die vier ausgewählten Zähnezahlen bei der Führungshöhe $h/r = 1.5$ mit Gl. 2.2, S. 6, folgende Ungleichförmigkeitsgrade:

z	$v_{\max}/\omega r$	$v_{\min}/\omega r$	$v_m/\omega r$	δ
17	1.496	1.095	0.994	40,3%
18	1.496	1.190	0.995	30,8%
19	1.496	1.203	0.995	29,4%
20	1.496	1.114	0.996	38,5%

Die Werte des Ungleichförmigkeitsgrades stimmen mit den Werten in Bild 4.41, S. 110, überein. Der Ungleichförmigkeitsgrad kann näherungsweise auch direkt aus Bild 4.43, S. 113, entnommen werden. Da die bezogene mittlere Kettengeschwindigkeit $v_m/\omega r$ für die ausgewählten Zähnezahlen nahe beim Wert Eins liegt, genügt die Betrachtung der Differenz zwischen maximaler und minimaler bezogener Führungsgeschwindigkeit:

$$\delta \approx \frac{v_{\max}}{\omega r} - \frac{v_{\min}}{\omega r}$$

Die Ursache für die Änderung des Geschwindigkeitsverhaltens kann so begründet werden: Die Verschiebung der Rollenwechsel bei der Führungshöhe $h/r = 1.5$ wird durch eine Änderung der Zähnezahl bei gleichbleibender Teilung und nicht durch eine Veränderung der Führungshöhe oder des Führungsabstandes (Einlaufabstandes) verursacht. Wegen der höheren Zähnezahl wird auch der Teilkreis größer, die Absolutwerte des Abstandes zwischen Führungshöhe und Tangente nehmen bei gleichbleibenden Verhältnis h/r zu, so daß die Starrkörperlänge zwangsläufig größer werden muß. D. h. bei der Darstellung des Ungleichförmigkeitsgrades über der Zähnezahl kann man nicht davon ausgehen, daß bei einer festen Zähnezahl die Starrkörperlänge für alle Führungshöhen konstant bleibt. Eine Veränderung der Starrkörperlänge hat aber andere Periodenwinkel und einen anderen Verlauf der Führungsgeschwindigkeit zur Folge.

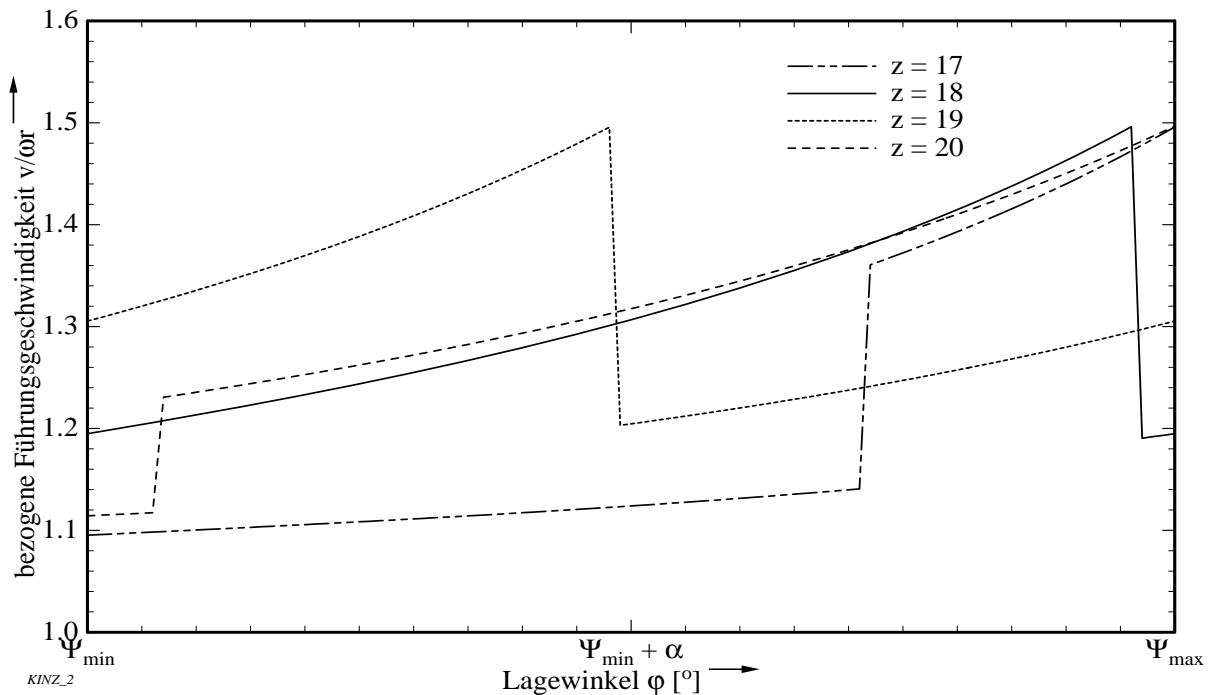


Bild 4.43: Bezogene Führungsgeschwindigkeit v/or aufgetragen über der Ungleichförmigkeitsperiode für die Führungshöhe $h/r = 1.5$ in Abhängigkeit der Zähnezahl (Daten: $p = 25.4$; $f_E = 0.01p$)

Wie aus Bild 4.44, S. 114, zu erkennen ist, ändert sich der typisch bogenförmige Verlauf der Führungsgeschwindigkeit für die Führungshöhe $h/r = 0.5$ bei größeren Zähnezahlen. Mit wachsender Zähnezahl nimmt vor allem die maximale Führungsgeschwindigkeit zu, so daß der Ungleichförmigkeitsgrad größer wird. Als Ursache hierfür ist analog zur Führungshöhe $h/r = 1.5$ die Veränderung der Starrkörperlänge mit zunehmender Zähnezahl zu nennen.

Das geschilderte Verhalten bei den beiden extremen Führungshöhen $h/r = 1.5$ und $h/r = 0.5$ findet sich auch bei den anderen Kenngrößen, was jedoch auf die gleichen Ursachen zurückzuführen ist und daher im folgenden nicht mehr weiter erläutert wird. Da das Verhalten des Ungleichförmigkeitsgrades bei großen Zähnezahlen für diese beiden extremen Führungshöhen nicht vorhergesagt werden kann, sollten sie mit zunehmender Zähnezahl vermieden werden.

10. Folgerung

Mit steigender Zähnezahl sollten zur Vermeidung eines großen Ungleichförmigkeitsgrades Führungshöhen, die stark von der Tangentenanordnung abweichen, vermieden werden.

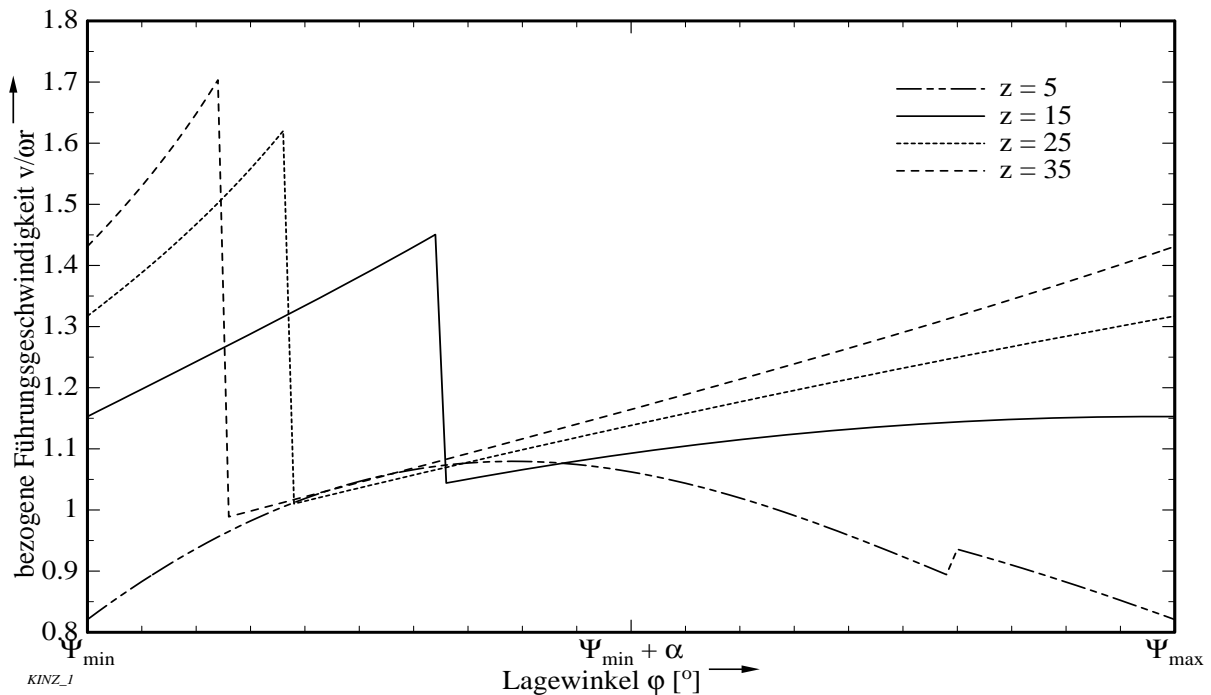


Bild 4.44: Bezogene Führungsgeschwindigkeit $v/\omega r$ aufgetragen über der Ungleichförmigkeitsperiode für die Führungshöhe $h/r = 0.5$ in Abhängigkeit der Zähnezahl (Daten: $p = 25.4$; $f_E = 0.01p$)

In Bild 4.45, S. 115, ist der auf die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bezogene Geschwindigkeitssprung über der Zähnezahl für fünf verschiedene bezogene Führungshöhen aufgetragen. Am günstigsten ist hier die Sehnenanordnung h_s , für die der Graph fast parallel zur Abszisse verläuft. Ungünstig erweist sich wiederum der Verlauf der Graphen für die Führungshöhen $h/r = 1.5$ und $h/r = 0.5$. Während beim Graphen zu $h/r = 1.5$ die Funktionswerte mit zunehmender Zähnezahl gegen null konvergieren, weichen die Funktionswerte beim Graphen zu $h/r = 0.5$ mit zunehmender Zähnezahl sogar immer stärker von Null ab.

Ein ähnliches Verhalten zeigt Bild 4.46, S. 115, in dem der bezogene Beschleunigungssprung $a_{EA}/\omega^2 r$ über der Zähnezahl aufgetragen ist. Auch hier steigt der Graph zur Führungshöhe $h/r = 0.5$ schon bei relativ kleinen Zähnezahlen sehr schnell auf große Werte an und der Graph zur Führungshöhe $h/r = 1.5$ überstreicht mit seinen Schwankungen ebenfalls einen deutlich größeren Wertebereich als die restlichen Graphen. Nach dem von NICKEL (1928) formulierten qualitativen Kriterium zur Beurteilung des Beschleunigungssprungs (vgl. Abschnitt 4.7.2, S. 97), ist ein Wechsel des Beschleunigungsverhaltens mit Beschleunigung - Verzögerung ($a_{EA} > 0$) günstiger als ein Wechsel mit Verzögerung - Beschleunigung ($a_{EA} < 0$). Folgt man diesem Kriterium, dann sind Führungsanordnungen unterhalb der Tangentenanordnung zu bevorzugen.

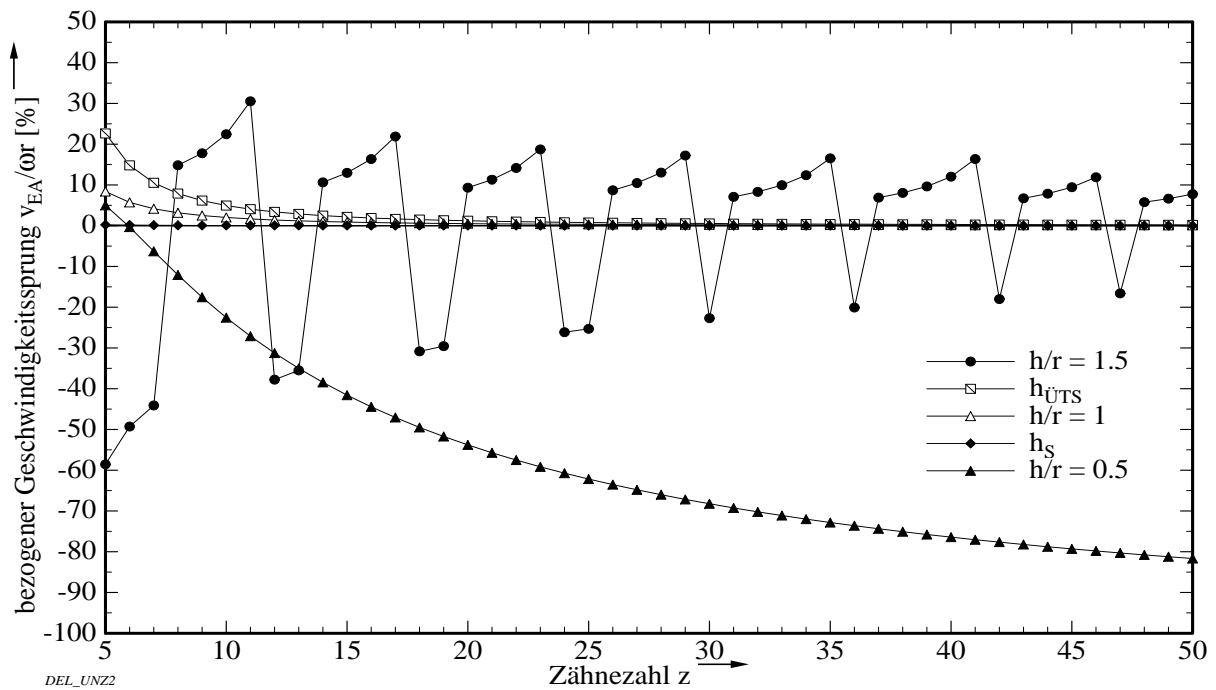


Bild 4.45: Bezogener Geschwindigkeitssprung $v_{EA}/\omega r$ aufgetragen über der Zähnezahl z mit der Führungshöhe h/r als Parameter (Daten: $p = 25.4$ mm; $f_E = 0.01p$)

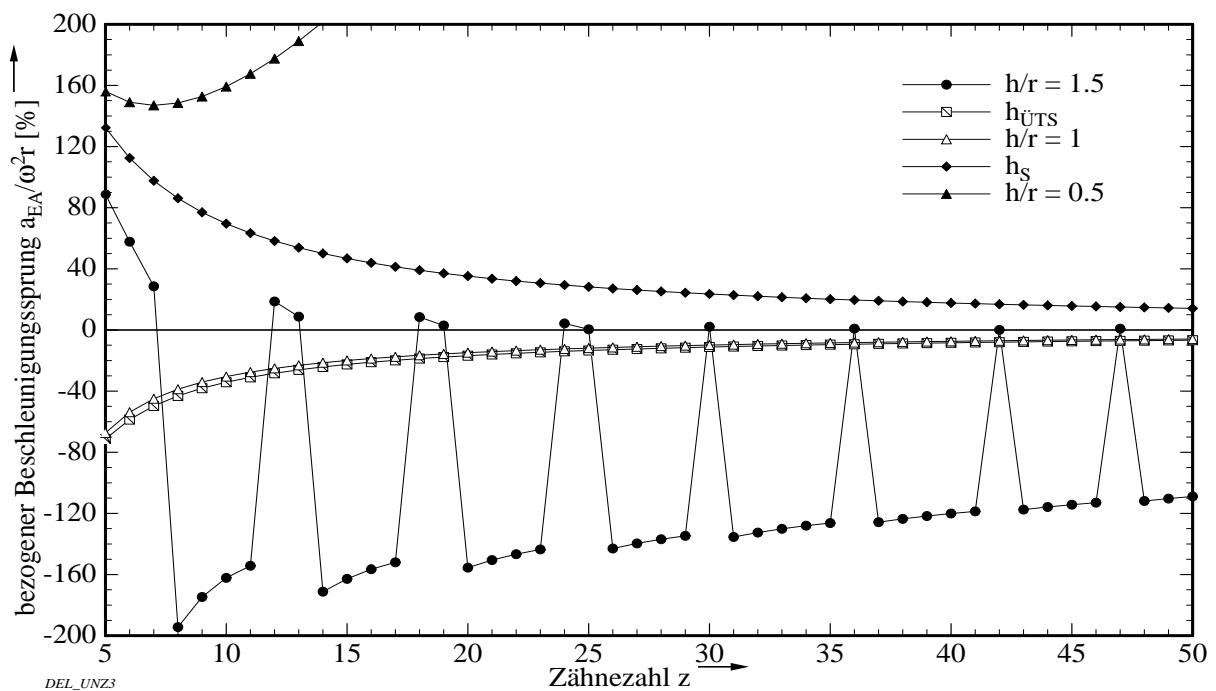


Bild 4.46: Bezogener Beschleunigungssprung $a_{EA}/\omega^2 r$ aufgetragen über der Zähnezahl z mit der bezogenen Führungshöhe h/r als Parameter (Daten: $p = 25.4$ mm; $f_E = 0.01p$)

In Bild 4.47, S. 116, ist schließlich die auf die Umfangsgeschwindigkeit $v_U = \omega r$ bezogene Aufschlaggeschwindigkeit v_{st} über der Zähnezahl dargestellt. Mit einer Ausnahme fallen die Graphen zu den verschiedenen Führungshöhen mit zunehmender Zähnezahl. Die Graphen zu den Führungshöhen $h > r$ zeigen dabei ein geringfügig besseres Verhalten als die Graphen zu

den Führungshöhen $h < r$. Der Graph zur Führungshöhe $h/r = 0.5$ zeigt wiederum einen erheblich anderen Verlauf. Durch eine Vergrößerung der Starrkörperlänge und die Verschiebung der Ungleichförmigkeitsperiode in Richtung negativer Lagewinkel wird der Winkel zwischen Einlaufgeschwindigkeit v_E und Umfangsgeschwindigkeit v_U kleiner, was zu einem deutlichen Abfall der Aufschlaggeschwindigkeit im Bereich $z \approx 8 \div 12$ führt (vgl. Abschnitt 4.7.3, S. 98).

Es sei als Ergänzung angemerkt, daß mit der Untersuchung des Einflusses der Zähnezahl auch der Einfluß der Teilung untersucht wurde. Durch die in dieser Arbeit gewählte Darstellung der bezogenen Größen ändert sich bei anderen Teilungen die Darstellung der Diagramme nicht. Wird die Teilung vergrößert, dann vergrößern sich beispielsweise bei konstanter Zähnezahl auch der Teilkreisradius, die Führungshöhe und der Einlaufabstand; die bezogenen Größen bleiben jedoch gleich.

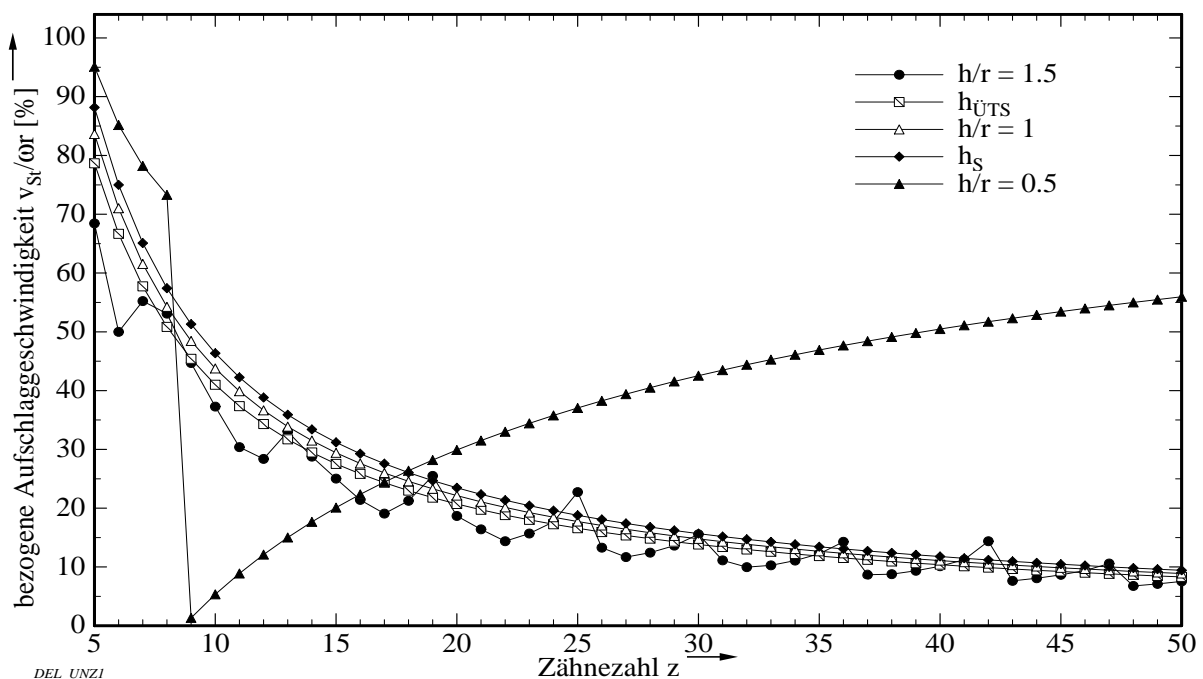


Bild 4.47: Bezogene Aufschlaggeschwindigkeit $v_{St}/\omega r$ aufgetragen über der Zähnezahl z mit der bezogenen Führungshöhe h/r als Parameter (Daten: $p = 25.4 \text{ mm}$; $f_E = 0.01p$)

4.8.4 Einfluß des Rollendurchmessers und der Führungsendgeometrie

Die bisherigen Untersuchungen gingen jeweils davon aus, daß die Rolle keine endliche Ausdehnung hat (vgl. Abschnitt 3.1.2, S. 27ff.). Dies kann man damit begründen, daß der Rollendurchmesser d_1 bei vielen Betrachtungen nur eine untergeordnete Bedeutung hat. Allerdings verändert sich der Auslaufwechsel erheblich, wenn ein endlicher Rollendurchmesser berücksichtigt wird. Wurde bisher beim Auslaufwechsel angenommen, daß die Rolle quasi sofort beim Erreichen des Führungsendes aus der Führung fällt (vgl. Abschnitt 3.2, S. 30ff.), so muß nun bedacht werden, daß die Rolle über das Führungsende abrollt (vgl. FECHER SA 1993, S. 103ff.).

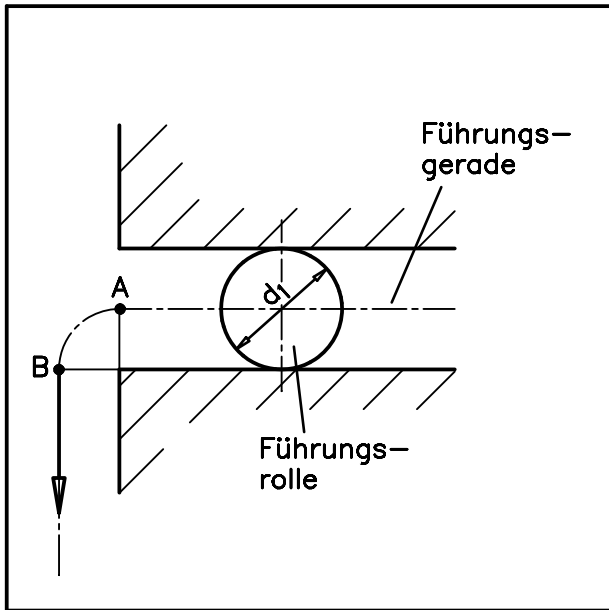


Bild 4.48: Auslauf der Rolle aus der Führung

Bild 4.48 zeigt den Auslauf der Führungsrolle aus der Führung für den Fall einer Führungsanordnung oberhalb der Tangentenanordnung. Nachdem die Führungsrolle das Führungsende erreicht hat (Punkt A), kann sie noch nicht sofort nach unten fallen. Sie muß zunächst um die rechtwinklige Kante schwenken, verändert daher sowohl ihre Führungshöhe als auch den Führungsabstand. Erst wenn die Mitte der Führungsrolle den Punkt B erreicht hat, kann sie (bei entsprechender Anordnungs-lage) nach unten fallen. Im Prinzip kann daher die endliche Rollengeometrie durch eine Führungsbahn mit einem Radius am Führungsbahnde über das bisherige Modell sehr genau beschrieben werden. Der Unterschied zu einer Fase am Führungsende ist nicht sehr groß: die Punkte A und B werden mit einer Geraden

statt mit dem Radius der Rolle verbunden. Der Radius hat allerdings gegenüber der Fase den Vorteil, daß der Übergang von der Führungsgeraden sanfter verläuft (der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit verändert sich langsamer, in dem Verlauf der Führungsbeschleunigung ist im Gegensatz zum Verlauf bei Fasen kein Knick); Radien sind daher gegenüber Fasen zu bevorzugen.

Es ergeben sich folgende Konsequenzen:

- Der Auslaufwechsel findet nicht genau beim Auslaufwinkel φ_A statt, sondern erst bei einem Lagewinkel $\varphi_A + \Delta\varphi$.
- Für kleine Starrkörperlängen wird die Wahrscheinlichkeit größer, daß Auslaufwechsel und Einlaufwechsel zusammenfallen, also ein Doppelwechsel vorliegt.
- Die Rolle rollt auf dem Führungsende ab und reduziert dadurch den maximalen Spannweg $s_{Sp\ max}$ bzw. den maximalen Spannwinkel $\varphi_{Sp\ max}$.

Nach Möglichkeit sollten Führungsanordnungen, die eine Spannphase zur Folge haben, vermieden werden (vgl. Abschnitt 4.8.1, S. 102ff.), d. h. der maximale Spannweg bzw. der maximale Spannwinkel sollten null betragen. In Bild 4.49, S. 118, ist der maximale Spannweg $s_{Sp\ max}$ über dem bezogenen Einlaufabstand für die Führungshöhen $h/r = 1.5$ und $h/r = 1$ für den Fall dargestellt, daß die Führung am Führungsende eine Fase $3 \times 45^\circ$ hat. Zum Vergleich sind für diese beiden Führungshöhen auch die Graphen für den Fall eingetragen, daß die Führung scharfkantig (Kante 90°) endet. Für das rechtwinklige Führungsende entspricht der Verlauf jenem der Graphen in Bild 4.35, S. 103. Um den Vergleich der Graphen unterschiedlicher Führungsendgeometrie zu erleichtern, wurde allerdings in Bild 4.49 für die Ordinate ein logarithmischer Maßstab gewählt. Spannwege kleiner als 0.1% können für diese Betrachtung als null angesehen werden.

Wie aus Bild 4.49 zu sehen ist, nimmt der maximale Spannweg für die Führungshöhe $h/r = 1.5$ bei einer Führung mit Fase gegenüber der scharfkantigen Führung stark ab. Ab einen Einlaufabstand von $f_E = 2p$ kann man den maximalen Spannweg vernachlässigen. Die Ursache für die Abnahme liegt darin, daß die Führungsrolle bis zum Ende der Führung auf

einer sich verkleinernden Führungshöhe bewegt wird. Läuft die Führungsrolle bis zum Ende der Führung, dann liegt beim Auslaufwechsel nur noch eine um die Fase reduzierte wirksame Führungshöhe vor (hier: $h = 1.5r - 3 \text{ mm}$ bzw. $h = r - 3 \text{ mm}$). Bei einer kleineren Führungshöhe wird der maximale Spannweg $s_{sp \max}$ aber kleiner (vgl. Abschnitt 4.8.1, S. 102ff.). Dieser Effekt ist allerdings bei kleineren Zähnezahlen stärker als bei großen Zähnezahlen. Der Grund liegt darin, daß die Fase bei kleineren Zähnezahlen einen prozentual größeren Anteil an der Verringerung der Führungshöhe beim Auslaufwechsel hat als bei großen Zähnezahlen. Ab welchem Einlaufabstand der maximale Spannweg (und damit auch die Spannphase) vernachlässigt werden kann, hängt von der Führungshöhe, der Zähnezahl, und der Größe der Fase ab. Man erhält die gleiche Aussage, wenn statt der Fase am Führungsende ein Radius verwendet wird. Aus der praktischen Erfahrung kann man näherungsweise sagen, daß Fasen und Radien, deren Größe bis zu 20% des Rollendurchmessers d_1 betragen, bei der Berechnung vernachlässigt werden können. Diese Aussagen gelten für Führungshöhen unterhalb der Tangentenanordnung entsprechend.

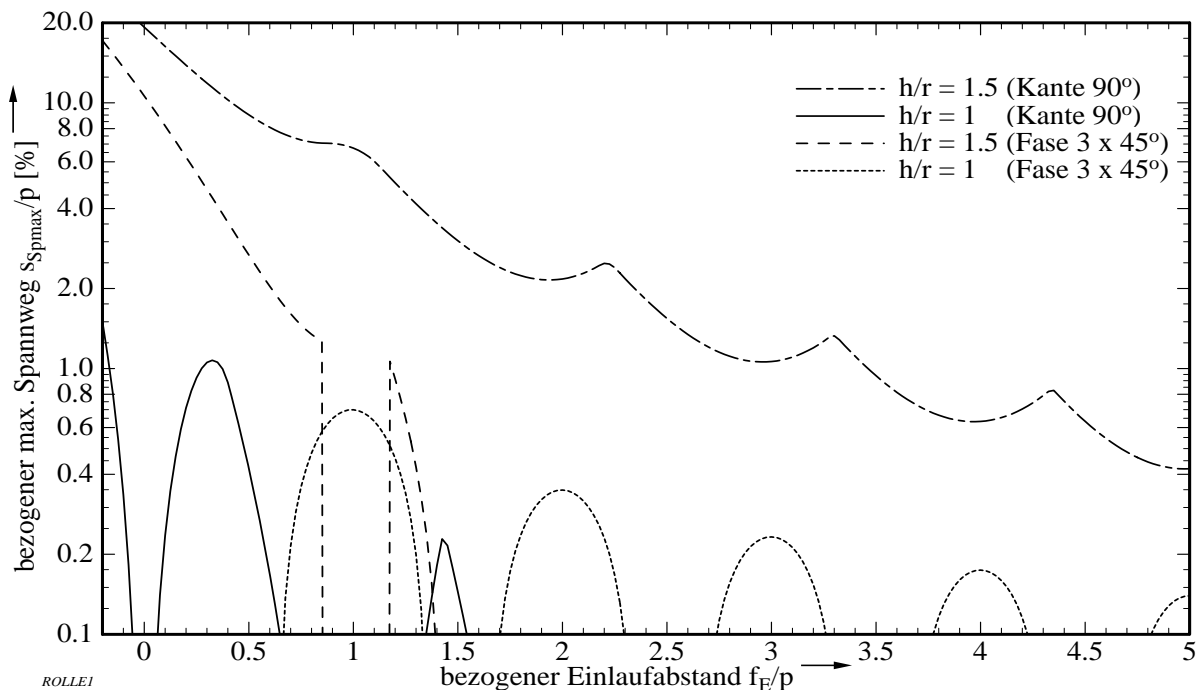


Bild 4.49: Verlauf des auf die Teilung p bezogenen maximalen Spannweges $s_{sp \max}$ aufgetragen über dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p in Abhängigkeit von der bezogenen Führungshöhe h/r und der Führungsendgeometrie (Daten: $z = 6$; $p = 25.4 \text{ mm}$; $d_1 = 15.88 \text{ mm}$)

11. Folgerung

Fasen und Radien am Führungsende können den maximalen Spannweg wesentlich verringern, und zwar um so mehr, je größer der Abstand der Führungsanordnung zur Tangentenanordnung ist.

12. Folgerung

Fasen und Radien, deren Größe bis zu 20% des Rollendurchmessers beträgt, können im allgemeinen bei der Berechnung vernachlässigt werden. Größere Fasen und Radien sind als gerade bzw. gekrümmte Führungsbahn zu berücksichtigen.

Bei der Tangentenanordnung ($h/r = 1$) ergibt sich ein geringfügig anderes Verhalten. In Abschnitt 4.8.1, S. 102ff., wurde bereits gezeigt, daß der maximale Spannweg generell recht klein ist und zudem für Einlaufabstände, die einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung entsprechen, gleich null wird. Dies ist auch in Bild 4.49, S. 118, für den Fall des rechtwinkligen Führungsendes zu erkennen. Für den Fall der Fase ändert sich dieses Verhalten allerdings. Bei den gewählten Parametern ($z = 6$; $p = 25,4$ mm; Fase $3 \times 45^\circ$) wird ungefähr an den Einlaufabständen, die einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung entsprechen, der maximale Spannweg wieder größer. Die Ursache hierfür liegt wiederum darin, daß die Führungsrolle nicht mehr auf der Führungshöhe $h = r$ bis zum Ende der Führung bewegt wird. Auch dieser Effekt tritt um so stärker auf, je kleiner die Zähnezahl und je größer die Fase im Verhältnis zur Teilung ist.

13. Folgerung

Liegt eine Tangentenanordnung vor, so sind für Einlaufabstände größer als eine halbe Teilung Fasen und Radien am Führungsende zu vermeiden.

4.8.5 Einfluß des Rollenspiels in der Führung

Die Rollenkette kann sich über ihre Rollen oder Laschen auf der Führung abstützen. Da das Reibungsverhalten zwischen Rolle und Führung aber wesentlich günstiger ist als zwischen Lasche und Führung, sollte die Führung der Kette über die Rollen bevorzugt werden (vgl. Abschnitt 2.3.2; S. 14ff.). Im folgenden werden daher nur die Auswirkungen des Spiels zwischen Rollen und Führung untersucht; die meisten Überlegungen gelten jedoch auch in analoger Weise für die Führung über die Laschen.

Bei den bisherigen Darstellungen des kinematischen Modells wurde immer ein Führungselement oberhalb und ein Führungselement unterhalb der Kette angeordnet; die Kette läuft also zwischen "zwei Führungen". Nicht in jedem Fall wird allerdings ein Führungselement oberhalb und unterhalb der Kette benötigt. Für Führungshöhen $h \geq r$ (bzw. oberhalb der Tangentenanordnung) wird nur ein Führungselement unterhalb der Kette benötigt, für Führungshöhen $h \leq r$ (bzw. unterhalb der Sehnenanordnung) ist nur das obere Führungselement notwendig. Liegt die Führungsanordnung zwischen Tangenten- und Sehnenanordnung, dann sind sowohl das obere als auch das untere Führungselement notwendig. Nur in diesem Fall kann überhaupt ein Spiel zwischen Rolle und Führung vorhanden sein.

In der Praxis werden jedoch auch bei der Tangentenanordnung oder bei Führungen im Leertrum in vielen Fällen die Führungselemente sowohl unten als oben angeordnet. Dies kann mehrere Gründe haben:

- Die Führung dient als Kettenschutz
- Werden an die Laschen Winkelhebel montiert (z. B. in Verpackungsmaschinen) dann wirkt die Führung als Momentenstütze
- Bei ungleichmäßigen Betriebsbedingungen werden Schwingungen vermieden oder zumindest klein gehalten
- Die Führung soll die Verschleißlängung der Kette aufnehmen und dient damit auch als Kettenpuffer
- Die Führung dient als Kettenpuffer und ermöglicht dadurch eine Achsabstandsverstellung

Somit ist die Untersuchung des Rollenspiels für alle Führungshöhen von Bedeutung.

Das Spiel zwischen Rolle und Führungsbahn ist aus vielfältigen Gründen notwendig, da in jedem Fall die Drehbarkeit der Rollen zu gewährleisten ist. Beispielsweise können durch das Rollenspiel Fertigungsfehler wie unterschiedliche Rollendurchmesser oder unrunde Rollen (Rollenschlag) ausgeglichen werden. Ist gemäß der Vereinbarungen in Abschnitt 3.1.2, S. 27ff., der Lastrum immer gespannt, dann ist auch die Lage der Rollen innerhalb der Führung eindeutig. Die Frage, wie groß das Rollenspiel sein soll, ist nicht für alle Fälle klar zu beantworten. Bei der Festlegung des Spiels sind folgende Kriterien zu berücksichtigen:

- Größe der Durchmesserschwankung der Rolle
- Größe des Rollenschlags
- Größe des wirksamen Teilkreisradiuses
- Größe der Verschleißlänge

Berücksichtigt werden sollte immer der größte zu erwartende Durchmesser der Rolle. Nach DIN 8187 ist der Rollendurchmesser nach dem ISO-Toleranzgrad h9 toleriert, das größte zu erwartende Maß entspricht daher im allgemeinen dem Nenndurchmesser. Der zulässige Rollenschlag ist in DIN 8187 nicht toleriert, so daß er einen gewissen Unsicherheitsfaktor darstellt. Die Erfahrung der Praxis zeigt, daß es hier je nach Kettenhersteller erhebliche Unterschiede gibt. Tendenziell läßt sich sagen, daß fließgepreßte Rollen einen geringeren Rollenschlag aufweisen als tiefgezogene Rollen. Gewinkelte Rollen haben im allgemeinen nicht nur einen deutlich höheren Rollenschlag, sie zeigen auch ein schlechtes Abrollverhalten und sollten daher heute nicht mehr eingesetzt werden. Auch geschliffene Rollen weisen noch einen deutlichen Rollenschlag auf, da das Schleifen der Außenkontur im allgemeinen spitzenlos erfolgt. Nach eigenen Recherchen liegt der Rollenschlag je nach Hersteller beispielsweise für die 1"-Rollenkette nach DIN 8187 ($d_1 = 15.88 \text{ mm}$) zwischen 0.12 und 0.05 mm.

Auch die Veränderung des Teilkreisradiuses hat einen Einfluß auf das festzulegende Rollenspiel. Weist das Kettenrad beispielsweise eine Exzentrizität auf, dann muß durch ein genügend großes Rollenspiel dafür gesorgt werden, daß sich die Rollen nicht verklemmen. Der wirksame Teilkreisradius ändert sich auch durch den Gelenkverschleiß während der Gebrauchsdauer der Kette: die vergrößerte Teilung ermöglicht ein Aufsteigen der Kette in der Verzahnung. Auch hier sollte die Führung so beschaffen sein, daß sie kleinere Verschleißlängen aufnimmt. Bei Kettentrieben mit großem Gelenkverschleiß ($\Delta p > 1\%$) sollte die Führung bei Anwendungen mit hohen Anforderungen an das kinematische Verhalten ggf. nachgestellt werden.

Bei einem sorgfältig zusammengestellten Kettentrieb (geringe Fertigungs- und Montage-toleranzen) ist ein Mindestrollenspiel von 0.2 bis 0.3 mm erforderlich. Wird das Rollenspiel größer gewählt, so kann das auch auf die Kinematik des Kettentriebs Einfluß nehmen. In Bild 4.50, S. 121, ist die Differenz der Führungshöhe Δh_{TS} zwischen der Tangenten- und der Sehnenanordnung in Abhängigkeit von der Zähnezahl für verschiedene Teilungen aufgetragen. Wie aus dieser Darstellung zu erkennen ist, nimmt die Differenz mit zunehmender Zähnezahl ab (man beachte die logarithmische Teilung der Ordinate).

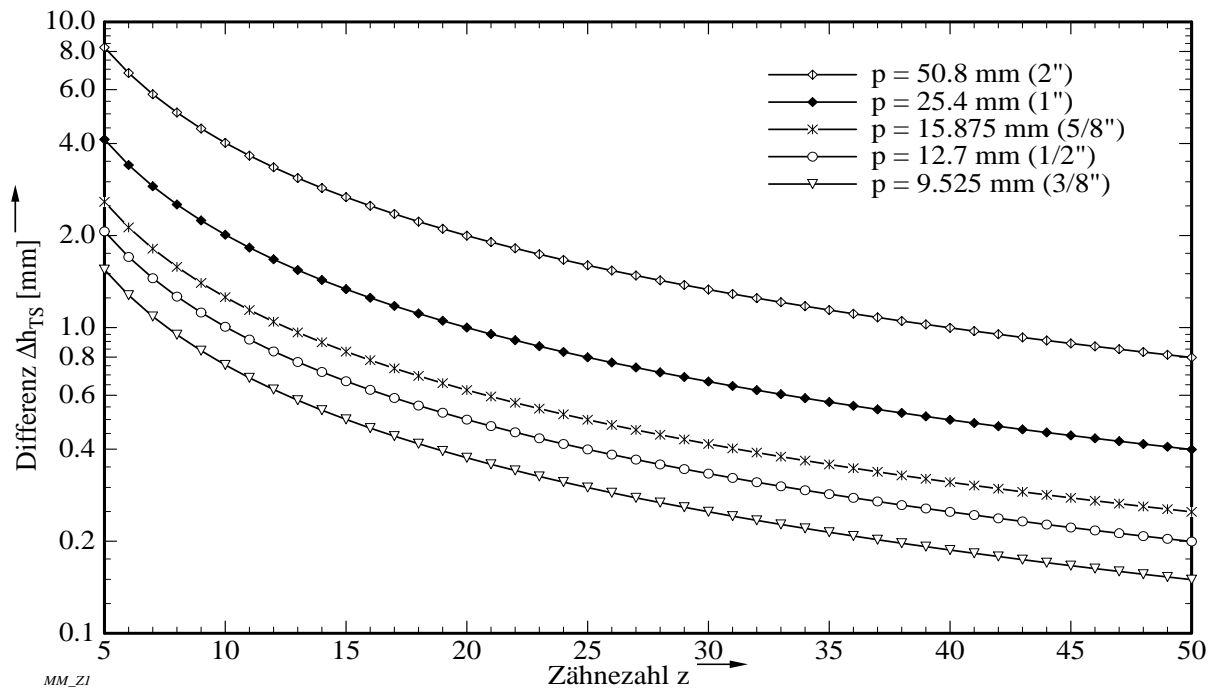


Bild 4.50: Differenz der Führungshöhe Δh_{TS} zwischen Tangenten- und Sehnenanordnung in Abhängigkeit von der Zähnezahl mit der Kettenteilung als Parameter

Die Folge ist, daß die Führungsanordnung am Kettentrieb durch das Rollenspiel (ggf. auch noch durch Montagefehler) nicht mehr genau bestimmbar ist. Wird beispielsweise bei einer Sehnenanordnung ein Rollenspiel von 0.2 mm eingestellt, dann kann die Kette bei einem Kettentrieb mit $z = 40$ und einer Teilung von $p = 9.525$ mm auch oberhalb der Tangente einlaufen. Die geringsten Auswirkungen hat dies bei Kettentrieben mit kleinen Zähnezahlen und großen Teilungen. Sehr sorgfältig muß jedoch das Rollenspiel bei großen Zähnezahlen und kleinen Teilungen festgelegt werden.

14. Folgerung

Bei großen Zähnezahlen und kleinen Teilungen kann das Rollenspiel die eingestellte Führungshöhe verändern; das Rollenspiel muß für diese Fälle sehr sorgfältig festgelegt werden.

4.8.6 Tangentenanordnung

Die Untersuchung der verschiedenen Einflußfaktoren im letzten Abschnitt hat gezeigt, daß sich die Tangentenanordnung ($h = r$) und insbesondere der Tangenteneinlauf ($h = r$; $f = f_E = 0$) durch sehr günstige Werte bei den verschiedenen Kenngrößen auszeichnen. In diesem Abschnitt sollen daher der Tangenteneinlauf im Hinblick auf mögliche Montagefehler näher untersucht und weitere Einflußfaktoren diskutiert werden.

Zunächst sei der Ungleichförmigkeitsgrad δ in Abhängigkeit von der Zähnezahl z untersucht, der in Bild 4.51, S. 122, mit dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p als Parameter dargestellt ist. Es wurden Einlaufabstände ausgewählt, die nahe beim Einlaufabstand $f_E = 0$ liegen. Obwohl der Einlaufabstand f_E bei der Tangentenordnung (bzw. bei allen Führungshöhen $h \geq r$) dem Führungsabstand f entspricht, soll im folgenden weiterhin die Bezeichnung Einlaufabstand verwendet werden.

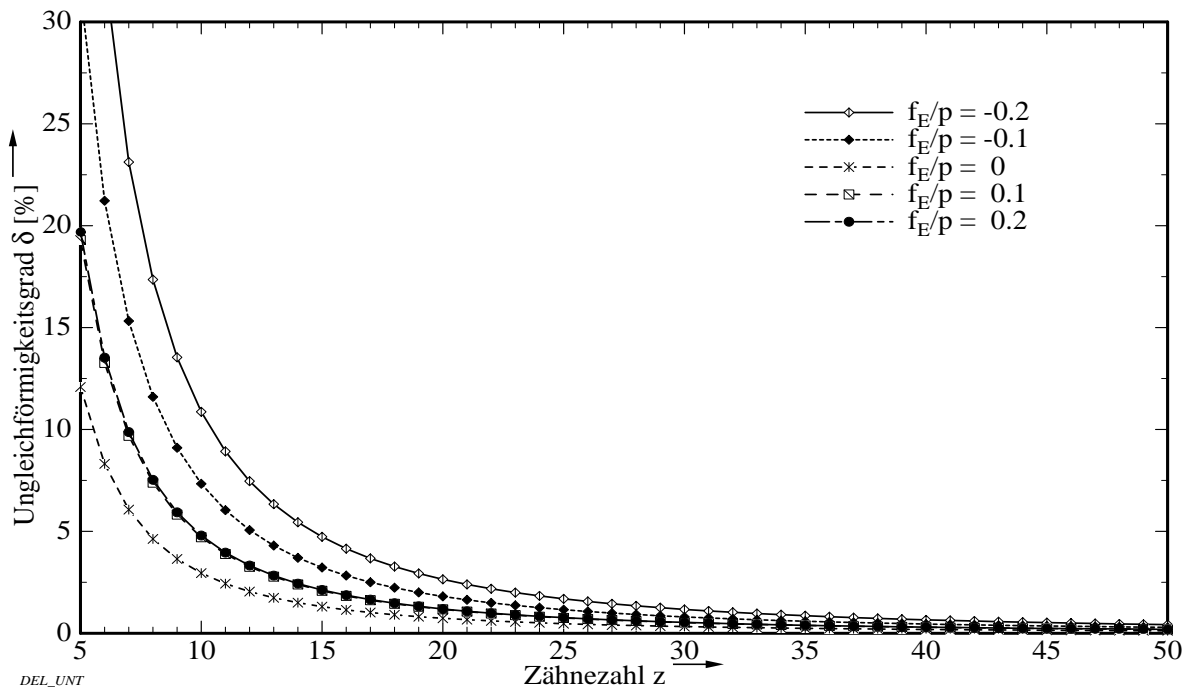


Bild 4.51: Ungleichförmigkeitsgrad δ dargestellt über der Zähnezahl z mit dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p als Parameter (Daten: $h = r = h_T$; $p = 25.4$ mm)

Wie aus Bild 4.51 zu erkennen ist, geht der Ungleichförmigkeitsgrad für alle Graphen mit zunehmender Zähnezahl sehr schnell gegen den Wert Null. Allerdings zeigt sich, daß negative Einlaufabstände einen deutlich größeren Ungleichförmigkeitsgrad hervorrufen als positive Einlaufabstände. Der Ungleichförmigkeitsgrad für die Graphen zu $f_E = 0.1p$ und $f_E = 0.2p$ sind nahezu identisch, den günstigsten Wert erhält man allerdings bei dem Einlaufabstand $f_E = 0$.

15. Folgerung

Der Ungleichförmigkeitsgrad wird bei der Tangentenanordnung am kleinsten, wenn der Einlaufabstand null wird. Kleine positive Einlaufabstände sind günstiger als negative Einlaufabstände.

Die Verschiebung des Einlaufabstandes hat keinen Einfluß auf die bezogene Aufschlaggeschwindigkeit $v_{st}/\omega r$, welche in Bild 4.52, S. 123, über der Zähnezahl dargestellt ist. Die Werte liegen für alle vier aufgetragenen Einlaufabstände übereinander, so daß nur ein Graph zu erkennen ist. Der Graph fällt mit zunehmender Zähnezahl stark ab. Nicht dargestellt ist der Graph für den Einlaufabstand $f_E = 0$, da für diesen Fall die Aufschlaggeschwindigkeit immer null ist.

16. Folgerung

Die Aufschlaggeschwindigkeit wird beim Tangenteneinlauf null. Verschiebt sich der Einlaufabstand in positive oder negative Richtung, dann wird die Aufschlaggeschwindigkeit vor allem bei kleinen Zähnezahlen deutlich größer.

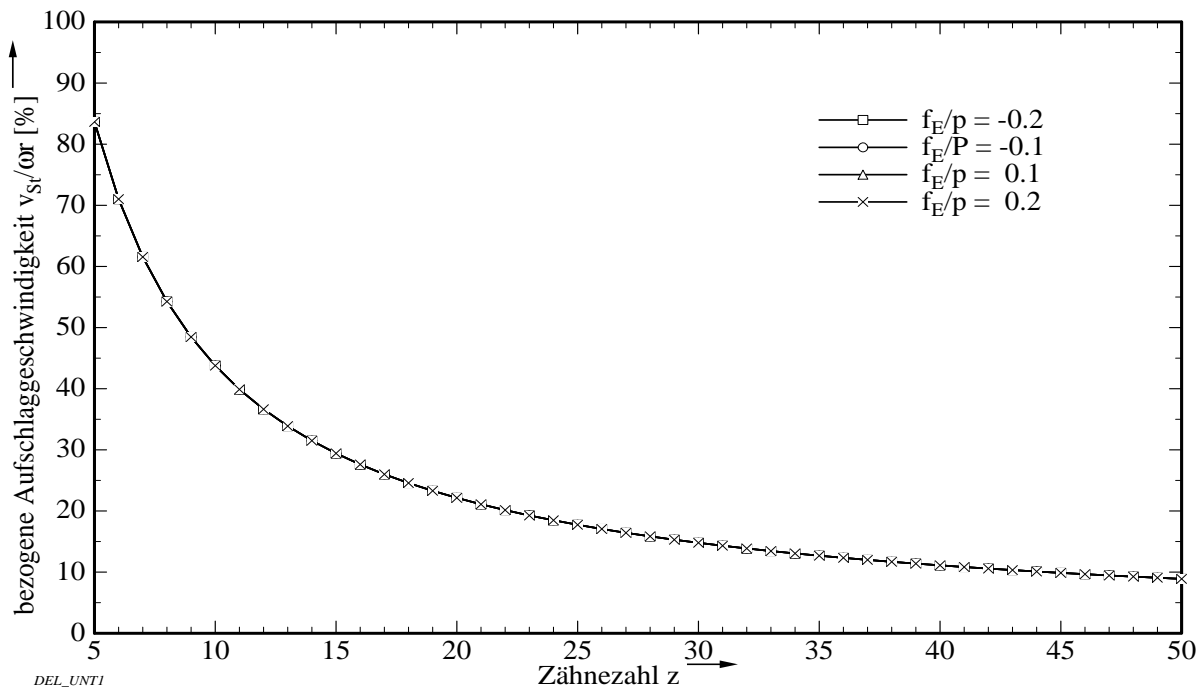


Bild 4.52: Bezogene Aufschlaggeschwindigkeit v_{st}/ω_r dargestellt über der Zähnezahl z mit dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p als Parameter (Daten: $h = r = h_T$; $p = 25.4$ mm)

In den nächsten beiden Bildern sind der Ungleichförmigkeitsgrad und die bezogene Aufschlaggeschwindigkeit v_{st}/ω_r jeweils über dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p mit der Zähnezahl als Parameter aufgetragen. Wie Bild 4.53, S. 124, zeigt, ist der Ungleichförmigkeitsgrad für eine feste Zähnezahl beim Einlaufabstand $f_E = 0$ am niedrigsten und ist für positive Einlaufabstände günstiger als für negative Einlaufabstände. Bei der logarithmischen Auftragung des Ungleichförmigkeitsgrades verlaufen die Graphen für negative Einlaufabstände nahezu linear, was de facto einen deutlichen Anstieg des Ungleichförmigkeitsgrades mit zunehmendem negativen Einlaufabstand bedeutet. Für positive Einlaufabstände sind die Werte der Graphen nahezu konstant, so daß geringfügig positive Einlaufabstände nicht zu einer Verschlechterung des Ungleichförmigkeitsgrades führen. Die in Bild 4.54, S. 125, dargestellte bezogene Aufschlaggeschwindigkeit v_{st}/ω_r ist über dem dargestellten Bereich des Einlaufabstandes f_E konstant. Dies bedeutet, daß eine geringfügige Vergrößerung eines positiven Einlaufabstandes keine Verschlechterung des Ungleichförmigkeitsgrades oder der Aufschlaggeschwindigkeit mit sich bringt. Die Montage hinsichtlich des Einlaufabstandes kann daher als unkritisch betrachtet werden.

17. Folgerung

Eine geringfügige Vergrößerung des positiven Einlaufabstandes bei der Tangentanordnung verschlechtert das Verhalten von Ungleichförmigkeitsgrad und Aufschlaggeschwindigkeit nicht.

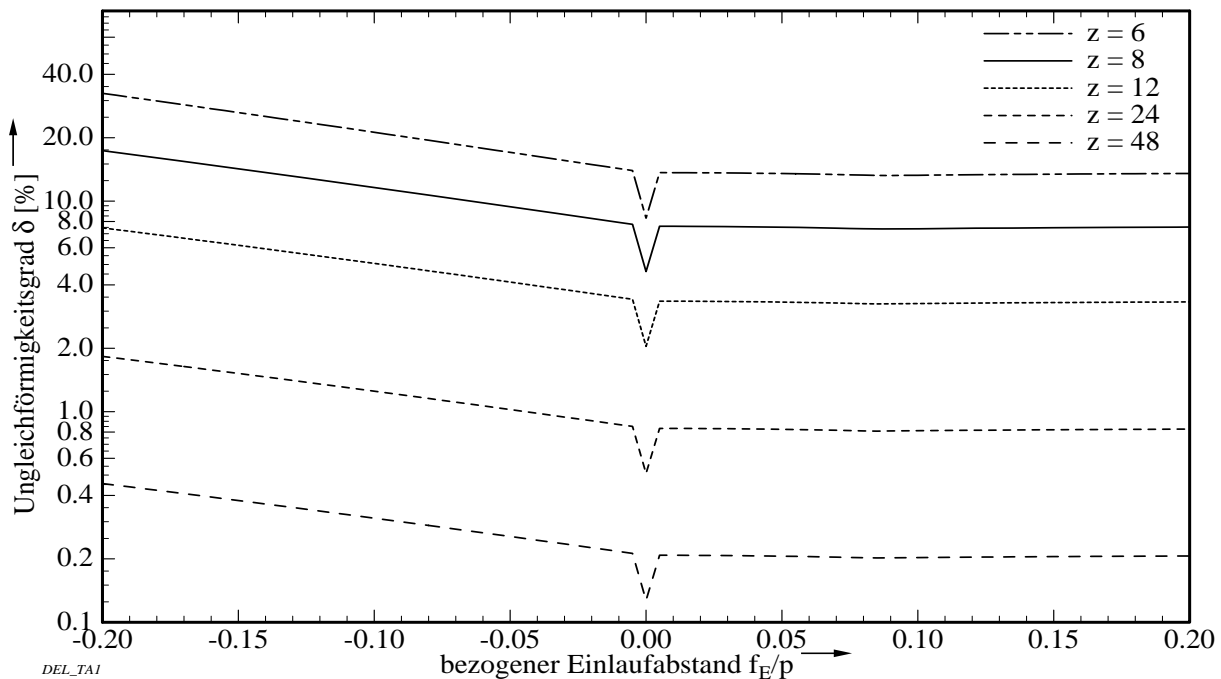


Bild 4.53: Ungleichförmigkeitsgrad δ (logarithmische Auftragung) aufgetragen über dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p mit der Zähnezahl z als Parameter (Daten: $h = r = h_T$; $p = 25.4$ mm)

Schließlich sei noch der Ungleichförmigkeitsgrad in Abhängigkeit von der Führungshöhe betrachtet. In Bild 4.55, S. 125, ist dazu der Ungleichförmigkeitsgrad über der bezogenen Führungshöhe h/r mit der Zähnezahl als Parameter dargestellt. Tendenziell ist zunächst zu erkennen, daß der Ungleichförmigkeitsgrad mit zunehmender Zähnezahl z kleiner wird. Allerdings verlaufen die Graphen über dem dargestellten Bereich der Führungshöhe nicht linear. Der Verlauf der Graphen zeigt jeweils etwa an der Stelle $h/r = 1$ ein Minimum. Zu erkennen ist auch, daß bei kleinen Zähnezahlen die Steigung rechts (d. h. hin zu größeren Verhältnissen h/r) steiler ist als links vom Minimum. Dies bestätigt noch einmal die zuvor bereits mehrfach getroffenen Aussagen, daß ab einem bestimmten Verhältnis h/r für Führungshöhen $h > r$ ungünstigere Ungleichförmigkeitsgrade vorliegen. Andererseits ist auch zu sehen, daß im Vergleich zu Bild 4.53 das Minimum für den hier zugrunde gelegten Einlaufabstand $f_E = 0.01p$ leicht oberhalb der Tangentenanordnung liegt. Nur bei sehr großen Zähnezahlen fällt das Minimum genau mit der Tangentenanordnung zusammen. Wie Bild 4.55, S. 125, zeigt, verhält sich der Ungleichförmigkeitsgrad für Führungshöhen zwischen Sehnen- und Tangentenanordnung näherungsweise linear. Es zeigt sich ferner, daß mit zunehmender Zähnezahl die Graphen links und rechts vom Minimum stärker ansteigen. Soll der Ungleichförmigkeitsgrad möglichst klein gehalten werden, dann kommt mit zunehmender Zähnezahl ein immer kleinerer Bereich der Führungshöhe in unmittelbarer Nähe der Tangentenanordnung in Frage.

18. Folgerung

Für sehr kleine Einlaufabstände verhält sich der Ungleichförmigkeitsgrad zwischen der Sehnen- und der Tangentenanordnung nahezu linear.

19. Folgerung

Für sehr kleine Einlaufabstände kann die Führung geringfügig über der Tangentenanordnung angeordnet werden, ohne daß sich der Ungleichförmigkeitsgrad wesentlich verschlechtert.

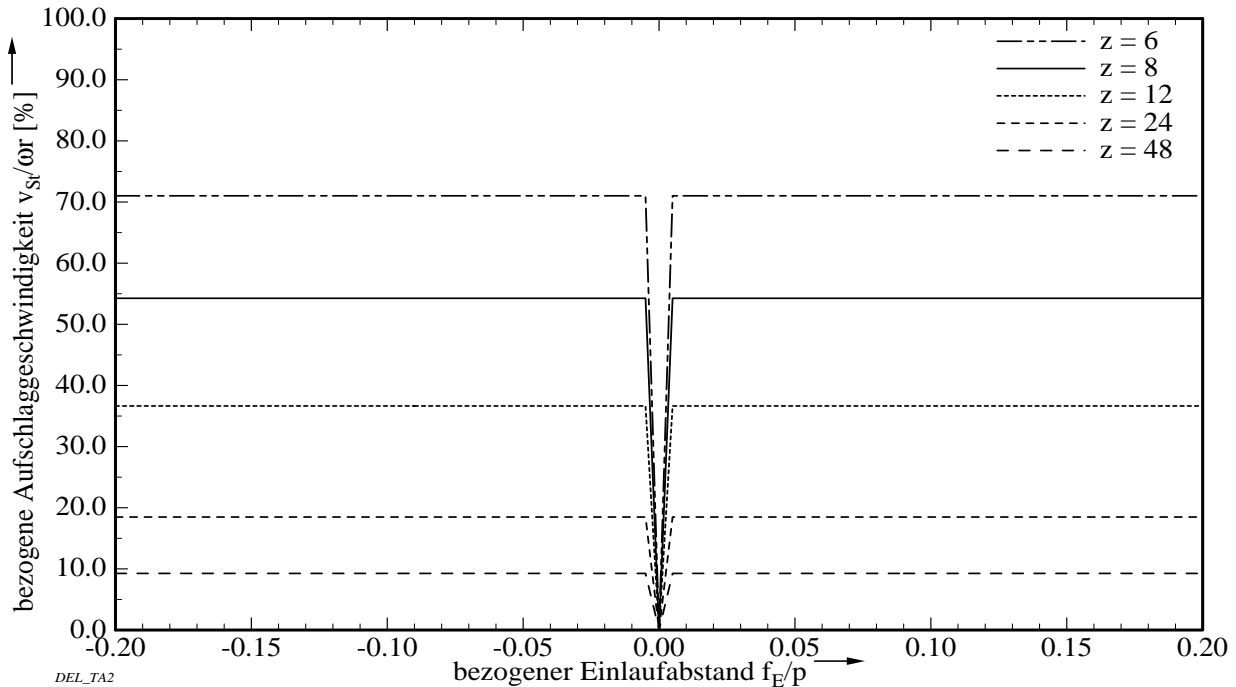


Bild 4.54: Bezogene Aufschlaggeschwindigkeit v_{St}/ω_r aufgetragen über dem bezogenen Einlaufabstand f_E/p mit der Zähnezahl z als Parameter (Daten: $h = r = h_T$; $p = 25.4$ mm)

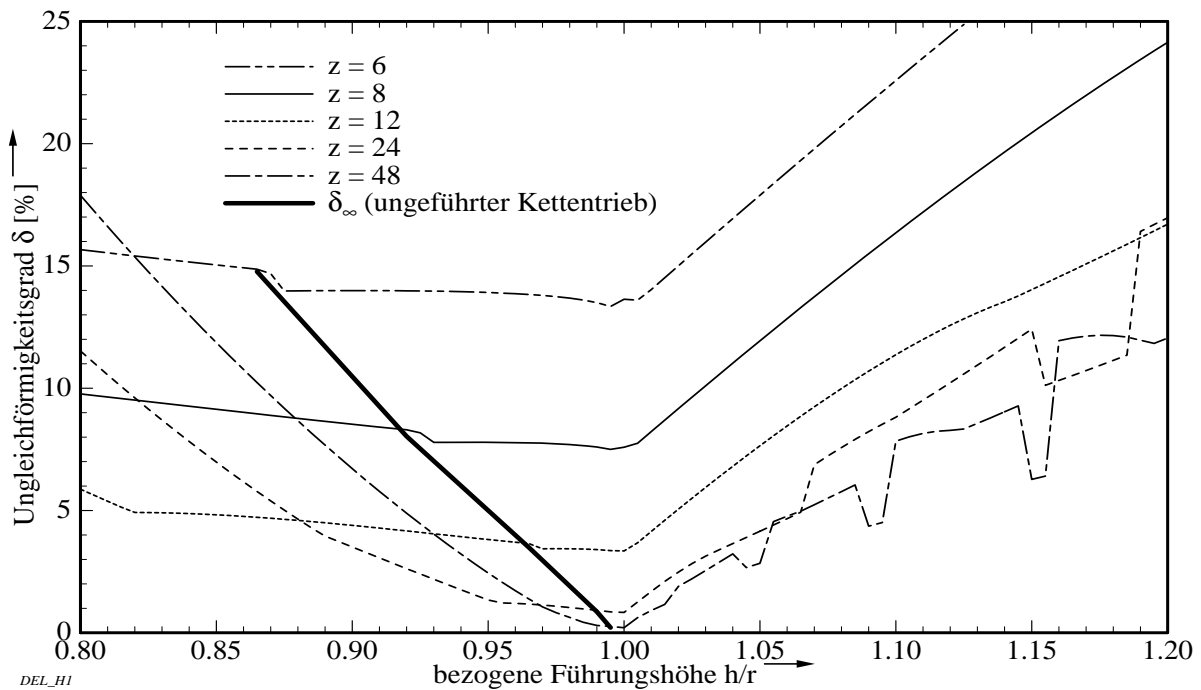


Bild 4.55: Ungleichförmigkeitsgrad δ aufgetragen über der bezogenen Führungshöhe h/r mit der Zähnezahl als Parameter (Daten: $p = 25.4$ mm; $f_E = 0.01p$)

In Bild 4.55, S. 125, ist ferner der Graph des Ungleichförmigkeitsgrades $\delta_{\infty}^{\text{II}}$ eines ungeführten Kettentriebs dargestellt. Der Vergleich zum ungeführten Kettentrieb erscheint notwendig und hilfreich, bereitet allerdings einige Schwierigkeiten. Wie bereits bei der Beschreibung der Kenngrößen (vgl. Abschnitt 4.7.1, S. 92ff.) gezeigt wurde, hängt der Ungleichförmigkeitsgrad des ungeführten Kettentriebs von der Zähnezahl, der Übersetzung und der Länge des Lasttrums ab. Für einen Vergleich mit dem geführten Kettentrieb stellt sich daher die Frage, welche Daten für den ungeführten Kettentrieb zugrundegelegt werden sollten. Nimmt man eine Übersetzung von $i = 1$ an und eine Lasttrumlänge, die einem ganzzahligen Vielfachen der Kettenteilung entspricht, so wird der Ungleichförmigkeitsgrad des ungeführten Kettentriebs gleich null. Verlängert man bei diesem "idealen" Kettentrieb die Lasttrumlänge nur um eine halbe Teilung, dann wird der Ungleichförmigkeitsgrad maximal; bei $z = 6$ Zähnen und der Übersetzung $i = 1$ wird er beispielsweise 28,9%. Bei einem in der Praxis ausgeführten Kettentrieb verlängert sich durch den Gelenkverschleiß die Teilung, so daß sich u. U. im Laufe der Gebrauchsdauer alle Ungleichförmigkeitsgrade zwischen 0 und 28,9% einstellen können. Dieser Effekt tritt um so stärker auf, je länger der Lasttrum ist. Der Grund liegt darin, daß sich die Verschleißbeträge in den einzelnen Kettengelenken aufaddieren. Beträgt beispielsweise der Verschleiß pro Kettenglied 0.1% der Teilung, dann ergibt sich bei einer Gliederzahl im Lasttrum von $X = 100$ schon eine Veränderung der Lasttrumlänge um 10% der Teilung. Da in der Bewegungs- und Fördertechnik oftmals viel höhere Gliederzahlen verwendet werden, ist es durchaus möglich, daß sich die Gliederzahl im Lasttrum während der Gebrauchsdauer um mehrere Glieder ändert.

20. Folgerung

Beim ungeführten Kettentrieb hängt der Ungleichförmigkeitsgrad stark vom im Betrieb zu erwartenden Gelenkverschleiß ab. Dies um so mehr, je größer die Lasttrumlänge ist.

Beim geführten Kettentrieb hat der Gelenkverschleiß der Rollenkette keine große Bedeutung, da im allgemeinen die Starrkörperlänge klein ist und im Bereich weniger Kettenglieder liegt. Auch für diese Glieder summiert sich der Gelenkverschleiß auf, die Veränderung der Starrkörperlänge wird aber sehr klein bleiben und nur wenige Prozent der Teilung betragen. Das kinematische Verhalten verändert sich dadurch nur unwesentlich.

21. Folgerung

Beim geführten Kettentrieb hat der Gelenkverschleiß keine wesentlichen Auswirkungen auf den Ungleichförmigkeitsgrad.

Für den Vergleich mit dem geführten Kettentrieb wird daher der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_{\infty}^{\text{II}}$ herangezogen, der sich beim ungeführten Kettentrieb ergibt, wenn ein Kettenrad sehr viel größer wird als das andere (vgl. Abschnitt 2.1, S. 5ff.; Abschnitt 4.7.1, S. 92ff.). Der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_{\infty}^{\text{II}}$ stellt zwar ein theoretisches Maß dar, zeigt aber trotzdem die Größenordnung des beim ungeführten Kettentrieb zu erwartenden Ungleichförmigkeitsgrades gut an.

In Bild 4.55 ist der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_{\infty}^{\text{II}}$ über der bezogenen Führungshöhe h/r aufgetragen. Die Funktionswerte des Graphen wurden so berechnet, daß der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_{\infty}^{\text{II}}$ der betreffenden Zähnezahl der Sehnenanordnung dieser Zähnezahl zugeordnet wurde. Wie aus der Darstellung ersichtlich, nähert sich der Graph mit zunehmender Zähnezahl der Stelle $h/r = 1$. Liegt ein Wertepaar Zähnezahl/bezogene Führungshöhe links von diesem Graphen, dann könnte der Ungleichförmigkeitsgrad bei diesem Kettentrieb auch ohne Führung erreicht werden. Soll der Ungleichförmigkeitsgrad eines Kettentriebs durch eine Führung verbessert werden, dann ist für eine vorgegebene Zähnezahl z eine

Führungshöhe zu wählen, die rechts vom Graphen des Ungleichförmigkeitsgrades $\delta_{\infty}^{\text{II}}$ liegt. Für große Zähnezahlen bedeutet dies, daß die Führung möglichst nahe an der Tangentenanordnung gewählt werden muß. Diese Forderung verschärft sich um so mehr, je genauer bei einem Kettentrieb mit der Übersetzung $i = 1$ ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung als Achsabstand eingehalten werden kann.

22. Folgerung

Um eine Verbesserung des Ungleichförmigkeitsgrades gegenüber dem ungeführten Kettentrieb zu erzielen, muß beim geführten Kettentrieb mit zunehmender Zähnezahl immer genauer die Tangentenanordnung angestrebt werden.

Für die Wahl der geeigneten Führungshöhe gibt es daher zwei Einschränkungen: nach oben hin durch die starke Zunahme des Ungleichförmigkeitsgrades und nach unten hin durch den Ungleichförmigkeitsgrad des ungeführten Kettentriebs.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß sich der Tangenteneinlauf als Anordnungslage mit den insgesamt günstigsten kinematischen Eigenschaften darstellt. Da in der Praxis Fertigungs- und Montagetoleranzen nicht zu vermeiden sind, sollten die zulässigen Toleranzen so gewählt werden, daß sich nur positive Führungsabstände und Führungshöhen oberhalb der Tangentenanordnung ergeben können.

4.9 Grenzen des Modells gerader Führungen

Zum Abschluß der Betrachtungen über den Kettentrieb mit gerader Führung ist noch der Frage nachzugehen, welche Führungen im Rahmen des kinematischen Modells noch als "gerade Führungen" angesehen werden können. Im wesentlichen sind dabei zwei Aspekte zu beachten:

- Wie weit muß die Führung ab dem Führungsende "gerade" sein?
- Welche Krümmung darf die "gerade Führung" am Führungsende aufweisen?

In Abschnitt 4.1, S. 43ff., wurde bereits gezeigt, daß für das kinematische Verhalten nur die Führungsrolle in der Führung betrachtet werden muß. Die der Führungsrolle nachfolgenden Rollen in der Führung können unberücksichtigt bleiben. Die erste Frage kann deshalb mit Hilfe des von der Führungsrolle zurückgelegten Führungsweges beantwortet werden. Die Position der Führungsrolle in der Führung wird durch den Führungsrollenabstand f_R angegeben, der bereits hergeleitet wurde (s. Gl. 4.16, S. 45). Der Führungsrollenabstand f_R beschreibt den Abstand der Führungsrolle von der Ordinate des lokalen ξ - ν -Koordinatensystems (vgl. Bild 3.2, S. 26). Ermittelt man den maximalen Führungsrollenabstand $f_{R\max}$, dann kann man auch die Strecke (vom Führungsende aus gemessen) bestimmen, welche die Führungsrolle in der Führung maximal zurücklegt (vgl. Bild 3.2, S. 26):

$$\Delta s_F = f_{R\max} - f$$

Der Führungsrollenabstand f_R wird dann maximal, wenn kurz nach dem Auslaufwechsel die Starrkörperlänge sich um eine Teilung verlängert; d. h. wenn $\varphi_A = \varphi_A + \varphi_{\text{Teilung}}$ und $k = k_E$ gilt. Mit Gl. 4.16, S.45) für den Führungsrollenabstand f_R ergibt sich:

$$\Delta s_F = \left| r \sin \varphi_A - k_E \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{h}{k_E} - \frac{r}{k_E} \cos \varphi_A \right)} \right| - f \quad (4.103)$$

Der Wert Δs_F gibt die Weglänge der Führungsrolle innerhalb der Führung an. Kann bei der zugrundeliegenden Führungsanordnung die Spannphase vernachlässigt werden, dann entspricht der Wert Δs_F genau der Teilung p . Für andere Führungsanordnungen addiert sich zu der Teilung noch der maximale Spannweg $s_{Sp \max}$ hinzu, so daß auch geschrieben werden kann:

$$\Delta s_F = p + s_{Sp \max} \quad (4.104)$$

Für die Auslegung der Führung kann man mit guter Näherung angeben, daß die Führung dann als gerade betrachtet werden kann, wenn sie am Führungsende um mehr als eine Teilung gerade verläuft.

Etwas schwieriger ist die Frage nach der zulässigen Krümmung der "geraden Führung" zu beantworten. Wie soeben noch einmal dargestellt wurde, hängt das kinematische Verhalten nur von der Führungsrolle ab. Die Frage kann daher darauf beschränkt werden, wie groß die Krümmung der Führung im Bereich des von der Führungsrolle zurückgelegten Weges Δs_F sein darf. Ist der Krümmungsradius ρ (vgl. Bild 3.3, S. 27) im Verhältnis zur Teilung klein, dann liegt eine gekrümmte Führungsbahn vor. Beträgt beispielsweise das Verhältnis zwischen Krümmungsradius und Teilung $\rho/p = 1$, dann entspricht die Führung einem Kettenrad mit sechs Zähnen. Daraus kann man schließen, daß das Verhältnis ρ/p deutlich größer als eins sein sollte. Um auch den Einfluß der Zähnezahzahl zu berücksichtigen, sollte als weiteres Kriterium die Differenz der Führungshöhe Δh zwischen Führungsabstand f (Führungsende) und maximalem Führungsrollenabstand $f_{R \max}$ begrenzt werden:

$$\Delta h = |h(f) - h(f_{R \max})| < h_T - h_S \quad (4.105)$$

Die Höhendifferenz der Führungsbahn im Bereich der von der Führungsrolle zurückgelegten Weges Δs_F sollte kleiner sein als die Differenz der Führungshöhe zwischen Tangenten- und Sehnenanordnung. Es sei jedoch abschließend darauf hingewiesen, daß auch eine geringe Krümmung der Führungsbahn am Bahnende das kinematische Verhalten verändert. Bei hohen Anforderungen an das Kettensystem sollten solche Kettentriebe im Zweifelsfall mit dem kinematischen Modell für gekrümmte Führungsbahnen behandelt werden, welches im nächsten Kapitel vorgestellt wird.

5 Kettentriebe mit gekrümmter Führung

5.1 Typen gekrümmter Führungen

Ein Kettentrieb mit gekrümmter Führung ist dadurch gekennzeichnet, daß die Führung am Führungsende eine nicht mehr zu vernachlässigende Krümmung aufweist (vgl. Abschnitt 4.9, S. 127). Kettentriebe mit gekrümmter Führung lassen sich nach der Art der Führung unterscheiden in Kettentriebe mit

- kreisförmiger Führung
- beliebig gekrümmter Führung

Beiden Arten von Kettentrieben wurden bereits in Abschnitt 3.4, S. 3ff., ein mechanisches Ersatzgetriebe zugeordnet. Der Kettentrieb mit kreisförmiger Führung kann danach durch das Modell eines Viergelenkgetriebes abgebildet werden. In Bild 5.1 ist ein Kettentrieb mit kreisförmiger Führung mit dem Viergelenkgetriebe als kinematisches Ersatzgetriebe dargestellt.

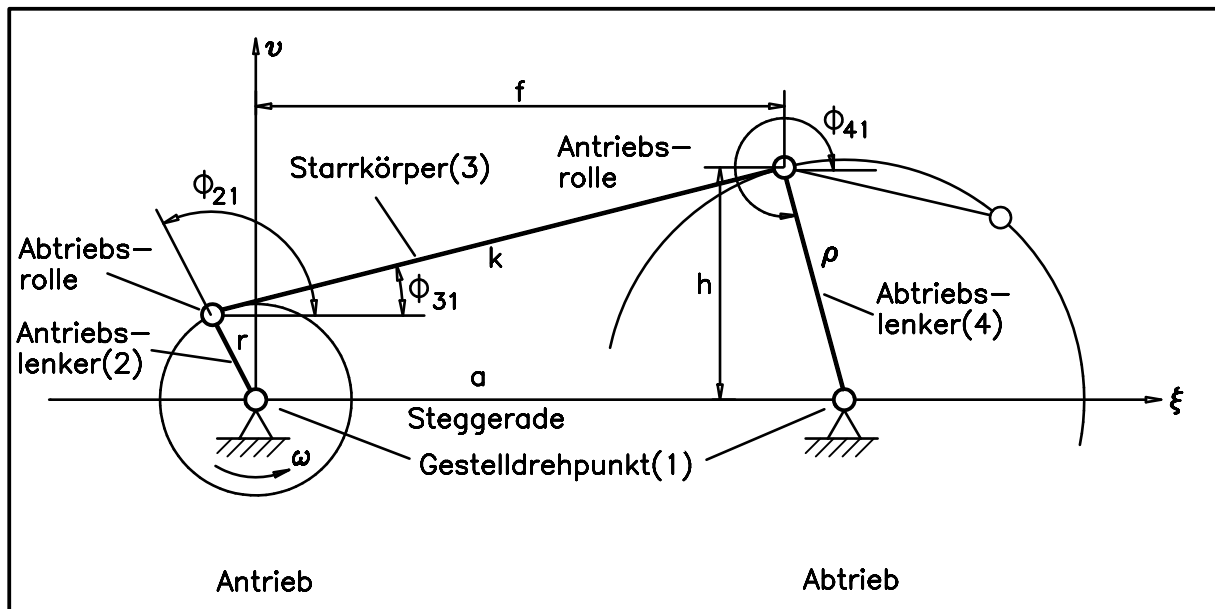


Bild 5.1: Viergelenkgetriebe als Modell des Kettentriebs mit kreisförmiger Führung

Das Viergelenkgetriebe wird von den beiden Gestelldrehpunkten (1), dem Antriebslenker (2), dem Starrkörper (3) und dem Abtriebslenker (4) gebildet. Die Winkel ϕ werden auf die Steggerade bezogen. Wie in der Getriebelehre üblich (vgl. VOLMER 1992, S. 11ff.) werden die Indizes an den Winkeln als eine Kombination aus der Nummer des Getriebegliedes und der Nummer des Bezugsgetriebegliedes angegeben. Mit der Wahl der Gestelldrehpunkte als Bezugsgetriebeglied liegt deren Nummer mit 1 fest. Der Winkel ϕ_{31} beschreibt beispielsweise die Winkelstellung des Getriebegliedes Nr. 3 (Starrkörper) bezüglich des Getriebeglied Nr. 1 (Gestelldrehpunkte bzw. Steggerade). Im Vergleich zum Kettentrieb mit gerader Führung entspricht der Winkel ϕ_{21} dem Lagewinkel φ und der Winkel ϕ_{31} dem Neigungswinkel γ . Über den Winkel ϕ_{41} können die Führungshöhe h und der Führungsabstand f bestimmt werden.

Ein Kettentrieb mit beliebig gekrümmter Führung läßt sich auch durch das Viergelenkgetriebe abbilden, wenn berücksichtigt wird, daß der Krümmungsradius ρ vom Winkel ϕ_{41} abhängt. Die Bezeichnung "beliebig gekrümmt" bedeutet hier, daß sich der

Krümmungsradius ρ nicht mehr mit einer Gleichung exakt beschreiben läßt. Sie bedeutet allerdings nicht, daß die Führung auch tatsächlich "beliebig gekrümmt" im Sinne von "willkürlich gekrümmt" ist. Im allgemeinen sind die in der Praxis anzutreffenden beliebig gekrümmten Führungen als Gleitsegmente ausgeführt, die sich durch relativ große Krümmungsradien ρ auszeichnen und deren Führungsbahn am Führungsende oft tangential zum Teilkreis des Antriebsrades hin verläuft.

Zur Veranschaulichung ist in Bild 5.2, S. 130, das Prinzip von mehreren beliebig gekrümmten Führungen an einem Kettentrieb dargestellt. Es handelt sich um einen Kettentrieb zur Nockenwellensteuerung eines PKW-12-Zylinder-V-Motors mit vier obenliegenden Nockenwellen. Angetrieben wird der Kettentrieb von Rad 1 mit 18 Zähnen auf der Kurbelwelle, die vier Kettenräder auf den Nockenwellen haben jeweils 36 Zähne. Insgesamt sind fünf Gleitsegmente als Führung eingesetzt, wobei nur das Gleitsegment zwischen Rad 5 und Rad 1 beweglich angeordnet ist und als Kettenspanner dient. Aus Bild 5.2 ist zu erkennen, daß die Krümmungsradien der Gleitsegmente mindestens den Teilkreisradien der angrenzenden Kettenräder entsprechen. Die Führungsenden sind zwar jeweils gekrümmt, die Bahntangente an den Führungsenden zeigt aber deutlich zum Kettenrad hin. "Unsinnig gekrümmte" Führungen können daher bei den folgenden Betrachtungen ausgeschlossen werden.

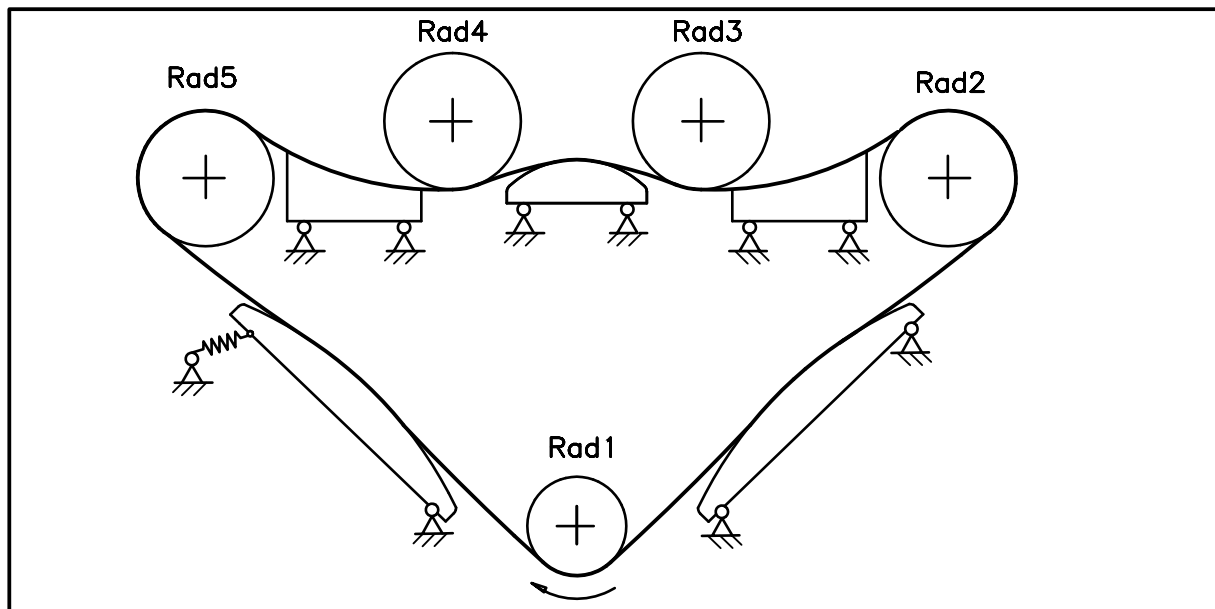


Bild 5.2: Prinzip von beliebig gekrümmten Führungen dargestellt an einem Kettentrieb zur Steuerung der Nockenwellen in einem PKW-12-Zylinder-V-Motor mit vier obenliegenden Nockenwellen (nach NN 1991)

Zur Berechnung des kinematischen Verhaltens für Kettentriebe mit gekrümmter Führung sind nach Voruntersuchungen von LORENZ DA 1992, FECHER SA 1993 und SCHREIVOGEL DA 1993 folgende Berechnungsansätze geeignet:

Analytischer Ansatz

Über das kinematische Ersatzmodell des Viergelenkgetriebes werden durch ein schrittweises Verändern des Lagewinkels am Antriebsrad die Führungshöhe und der Führungsabstand in Abhängigkeit vom Lagewinkel analytisch berechnet. Das Bewegungsverhalten kann mit den Gleichungen für den Kettentrieb mit gerader Führung berechnet werden.

Iterativer Ansatz

Die Lage des Kettentrums wird ohne Anwendung von Gleichungen iterativ berechnet. Durch die schrittweise Drehung des Antriebsrades kann direkt der Phasenwinkel des Abtriebsrades berechnet werden. Zur Berechnung von Führungsweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung können wiederum die Gleichungen für den Kettentrieb mit gerader Führung benutzt werden.

Diese beiden Berechnungsansätze werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

5.2 Analytischer Berechnungsansatz

Die Berechnungen gehen vom Modell des Viergelenkgetriebes aus, welches in Bild 5.1, S. 129, dargestellt ist. Die kinematischen Beziehungen zwischen dem Winkel des Antriebslenkers ϕ_{21} und dem Winkel des Abtriebslenkers ϕ_{41} erhält man mit Hilfe der Getriebelehre über die kinematischen Zwangsbedingungen (vgl. VOLMER 1987, S. 204 ff.). Für ebene Koppelgetriebe gilt allgemein, daß die Summe der Projektionen aller Gliedlängen l_n für beide Koordinatenachsen gleich null sein muß. Für das Viergelenkgetriebe haben diese Zwangsbedingungen nach VOLMER (1987, S. 207) folgende Form:

$$\sum l_n \cos \phi_{n1} = 0, \quad \sum l_n \sin \phi_{n1} = 0, \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (5.1)$$

Für das in Bild 5.1, S. 129, dargestellte Viergelenkgetriebe erhält man damit:

$$\begin{aligned} r \cos \phi_{21} + k \cos \phi_{31} + \rho \cos \phi_{41} + a \cos \phi_{11} &= 0 \\ r \sin \phi_{21} + k \sin \phi_{31} + \rho \sin \phi_{41} + a \sin \phi_{11} &= 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Der Winkel zwischen dem Gestell und der Steggeraden ϕ_{11} beträgt 180° , somit gilt $\cos(\phi_{11}) = -1$ und $\sin(\phi_{11}) = 0$. Mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} A &= -a + r \cos \phi_{21} \\ B &= r \sin \phi_{21} \end{aligned} \quad (5.3)$$

lassen sich die Zwangsbedingungen über die Variablen ϕ_{31} und ϕ_{41} ausdrücken:

$$\begin{aligned} k \cos \phi_{31} &= -\rho \cos \phi_{41} - A \\ k \sin \phi_{31} &= -\rho \sin \phi_{41} - B \end{aligned} \quad (5.4)$$

Durch Quadrieren und Summieren wird der Winkel ϕ_{31} eliminiert:

$$k^2 = \rho^2 + 2A\rho \cos \phi_{41} + 2B\rho \sin \phi_{41} + A^2 + B^2 \quad (5.5)$$

Nach $\sin(\phi_{41})$ aufgelöst entsteht:

$$\sin \phi_{41} = \frac{k^2 - \rho^2 - A^2 - B^2 - 2A\rho \cos \phi_{41}}{2B\rho} = \sqrt{1 - \cos^2 \phi_{41}} \quad (5.6)$$

Quadriert man den rechten Teil der Gleichung, so ergibt sich eine quadratische Gleichung für $\cos \phi_{41}$

$$\cos^2 \phi_{41} - \frac{A(k^2 - \rho^2 - A^2 - B^2)}{\rho(A^2 + B^2)} \cos \phi_{41} + \frac{(k^2 - \rho^2 - A^2 - B^2)^2 - 4B\rho^2}{4\rho^2(A^2 + B^2)} = 0 \quad (5.7)$$

Diese Gleichung kann mit Hilfe der pq-Formel (BRONSTEIN 1981, S. 182) gelöst werden. Nach einigen Umformungen ergibt sich mit der Abkürzung

$$C = \sqrt{4k^2\rho^2 - (A^2 + B^2 - k^2 - \rho^2)^2} \quad (5.8)$$

schließlich die Gleichung für den gesuchten Winkel ϕ_{41} :

$$\cos\phi_{41} = \frac{A(k^2 - \rho^2 - A^2 - B^2)_{(-)}^+ C}{2\rho(A^2 + B^2)} \quad (5.9)$$

Sind die Starrkörperlänge und die Längen der An- und Abtriebslenker bekannt, so kann für jeden Winkel ϕ_{21} (der in A, B und damit auch in C enthalten ist) der gesuchte Winkel ϕ_{41} berechnet werden.

Für eine Stellung des Antriebslenkers mit dem Winkelwert ϕ_{21} sind grundsätzlich zwei verschiedene Stellungen der übrigen Getriebeglieder des Viergelenkmodells möglich. Dies entspricht dem Plus-Minus-Zeichen in Gl. 5.9. Für den Fall, daß der Kettentrum die Stegerade nicht kreuzt, gilt das nicht eingeklammerte Vorzeichen. Kreuzt dagegen der Kettentrum die Stegerade, dann gilt das eingeklammerte Vorzeichen. Vor Berechnung ist daher der Verlauf des Kettentums festzulegen.

Mit Kenntnis des Winkels ϕ_{41} können die Führungshöhe h und der Führungsabstand f berechnet werden. Aus Bild 5.1, S. 129, ergibt sich:

$$\begin{aligned} h &= \rho \sin \phi_{41} \\ f &= a - \rho \cos \phi_{41} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Zur Berechnung des Führungsweges, der Führungsgeschwindigkeit und der Führungsbeschleunigung können die Gleichungen für den Kettentrieb mit gerader Führung verwendet werden (vgl. Abschnitt 4.1, S. 43ff.).

Diese Vorgehensweise erfährt ihre Grenzen allerdings bei Kettentrieben mit beliebig gekrümmter Führungsbahn. In diesem Fall erhält man bei der Berechnung des Winkels ϕ_{41} eine zusätzliche Variable, da der Krümmungsradius ρ auch von diesem Winkel abhängig ist. Im allgemeinen lassen sich daher die zur Herleitung benötigten Gleichungen nicht mehr nach dem gesuchten Winkel ϕ_{41} auflösen, so daß dann das Bewegungsverhalten schrittweise berechnet werden muß. Wegen des damit verbundenen hohen Aufwandes ist für Kettentriebe mit mehreren Kettenrädern und/oder beliebig gekrümmten Führungsbahnen der iterative Ansatz zu bevorzugen. Es empfiehlt sich daher, den analytischen Berechnungsansatz vorzugsweise bei Kettentrieben mit einigen wenigen kreisförmigen Führungen anzuwenden.

Anzumerken ist, daß für Kettentriebe mit kreisförmiger Führung alternativ auch die Gleichungen von LUBRICH (1956) für den ungeführten Zweiradkettentrieb benutzt werden können.

5.3 Iterativer Berechnungsansatz

Beim iterativen Berechnungsansatz werden keine Gleichungen zur Berechnung des Phasenwinkels benötigt. Das prinzipielle Vorgehen wird zunächst am Beispiel des ungeführten Kettentriebs erläutert. Danach wird aufgezeigt, wie Kettenführungen in diesem Berechnungsansatz berücksichtigt werden können.

5.3.1 Prinzipielles Vorgehen am ungeführten Kettentrieb

Das Prinzip bei der iterativen Berechnung soll an einem Mehrräder-Kettentrieb ohne Führungen gezeigt werden. Es ist in folgenden Schritten vorzugehen:

- Zunächst ist die Geometrie des Kettentriebs (Teilung und Zähnezahlen) und die Lage der Kettenräder zu beschreiben. Dazu wird die Lage der Kettenradmittelpunkte in einem globalen x-y-Koordinatensystem angegeben (s. Bild 5.3, S. 133).

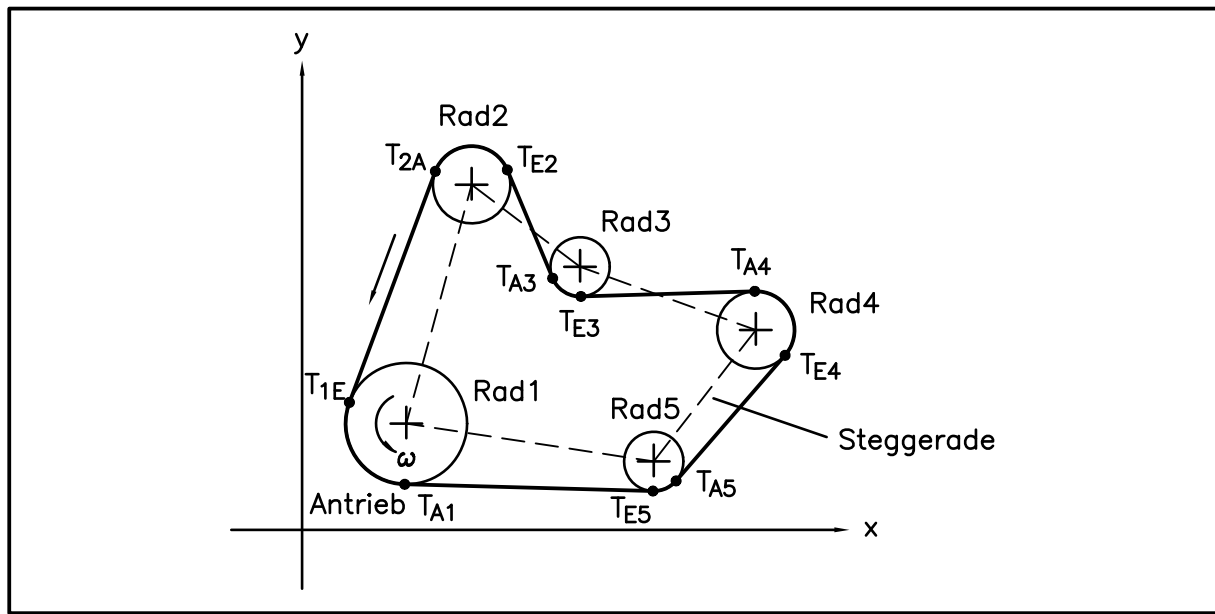


Bild 5.3: Lage des Mehrräder-Kettentriebs im x-y-Koordinatensystem

Die Kettenräder erhalten eine Nummerierung, die bei den zu berechnenden Größen als Index angefügt wird. Das Antriebskettenrad erhält die Nummer 1; weitere Kettenräder werden entgegen der Laufrichtung der Kette fortlaufend nummeriert. Aus der Lage der Kettenradmittelpunkte können unmittelbar die Achsabstände berechnet werden.

- Da alle Kettenräder in einer Ebene liegen, können sich die Kettenräder nicht "überlappen". Es wird daher empfohlen, vor Beginn der Berechnung eine Kollisionsprüfung vorzunehmen.
- Der Verlauf der Kette ist festzulegen. Der Kettentrunk kann entweder so verlaufen, daß er die Steggerade (Verbindungsline der Achsmittelpunkte, vgl. Bild 3.1, S. 25) kreuzt oder nicht kreuzt. In Bild 5.3 kreuzt beispielsweise der Trunk die Steggerade zwischen den Rädern 2 und 3 und nochmals zwischen den Rädern 3 und 4. Entsprechend dem Verlauf sind dann Tangenten an die Teilkreise der Kettenräder zu legen und die Tangentenpunkte T_{iE} und T_{iA} zu berechnen. Der Index E steht dabei für "Einlauf", der Index A für "Auslauf" und der Index i für die laufende Nummer des Rades.
- Zur iterativen Berechnung wird der Kettentrieb in Untersysteme unterteilt (s. Bild 5.4, S. 134). Die Berechnung erfolgt schrittweise für jeweils ein Räderpaar, beginnend mit Räderpaar 1/2. Das Ergebnis dieser Berechnung ist der Phasenwinkel Ω_{12} , der die Phasendifferenz zwischen dem Rad 1 und Rad 2 beschreibt. Dieser Phasenwinkel wird als Eingangsgröße für die Berechnung des Phasenwinkels Ω_{23} des Räderpaares 2/3 benutzt. Die Phasenwinkel weiterer Räderpaare berechnen sich entsprechend. Wegen der

kinematischen Verträglichkeit endet die Berechnung bei dem Rad mit der höchsten Nummer; d. h. das Antriebsrad gehört nur zum ersten Untersystem (vgl. Bild 5.4). Der Trum zwischen dem Rad 1 und dem Rad mit der höchsten Nummer stellt somit den Leertrum dar, dessen Bewegungsverhalten nicht interessiert. Sind die Phasenwinkel aller Räderpaare berechnet, wird Rad 1 (Antriebsrad) um einen kleinen Winkel $\Delta\varphi$ gedreht. Die Phasenwinkel Ω aller Räderpaare werden erneut berechnet. Diese Iteration läuft so lange, bis Rad 1 insgesamt um den Teilungswinkel τ_1 (Periodendauer der Ungleichförmigkeitsperiode) weitergedreht wurde. Im folgenden wird die Berechnung für ein Räderpaar beschrieben. Für jedes Untersystem ist ein neues lokales $\xi_{ii+1}-v_{ii+1}$ -Koordinatensystem erforderlich.

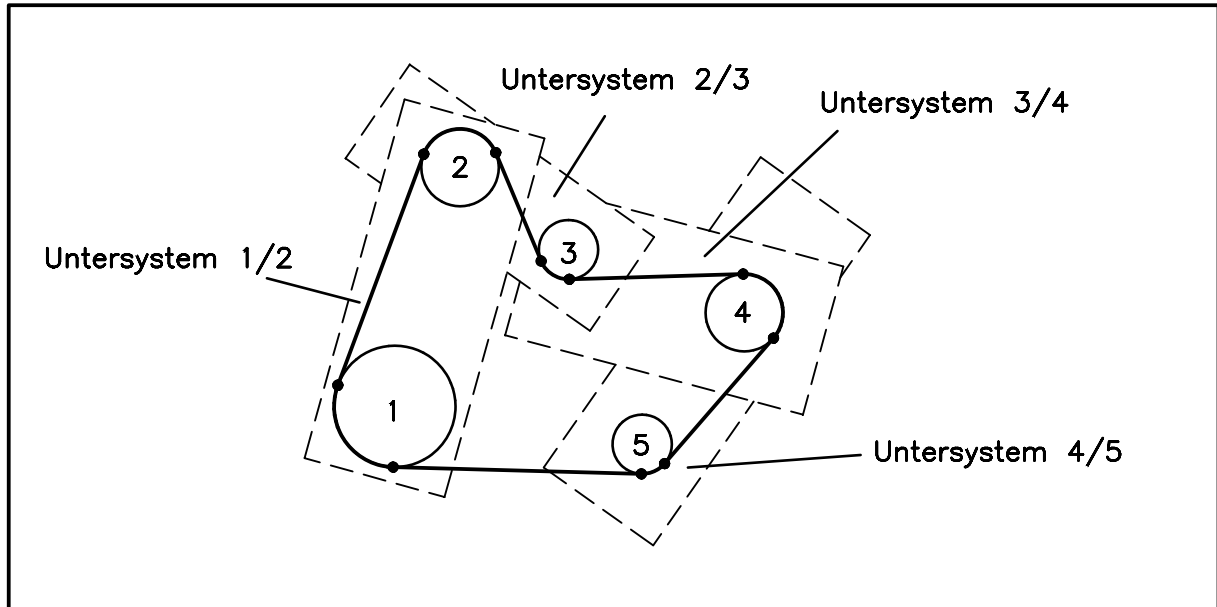


Bild 5.4: Zerlegung des Mehrrad-Kettentriebs in Untersysteme

- Vor Beginn der iterativen Berechnung ist für das Antriebsrad ein geeigneter Startwinkel $\varphi_0 = \varphi_{1E}$ festzulegen. Der Startwinkel beschreibt die Lage der Antriebsrolle im lokalen $\xi_{12}-v_{12}$ -Koordinatensystem. Es ist darauf zu achten, daß der Winkel zwischen Antriebsrolle und Tangenteneinlaufpunkt T_{1E} nicht mehr als einen halben Teilungswinkel α_1 beträgt.
- Von der Antriebsrolle (Punkt E_1) des ersten Rades wird nun eine Tangente zum Teilkreis des zweiten Rades gelegt und der Tangentenauslaufpunkt T_{2A} berechnet (s. Bild 5.5, S. 135). Die Entfernung vom Einlaufpunkt E_1 zum Tangentenauslaufpunkt T_{2A} wird im allgemeinen kein ganzzahliges Vielfache der Teilung p sein. Deshalb wird die Trumlänge auf das nächste ganzzahlige Vielfache der Teilung aufgerundet; die Länge entspricht dann der Starrkörperlänge k beim Kettentrieb mit gerader Führung. Der Starrkörper beginnt beim Einlaufpunkt E_1 und endet beim Auslaufpunkt A_2 .

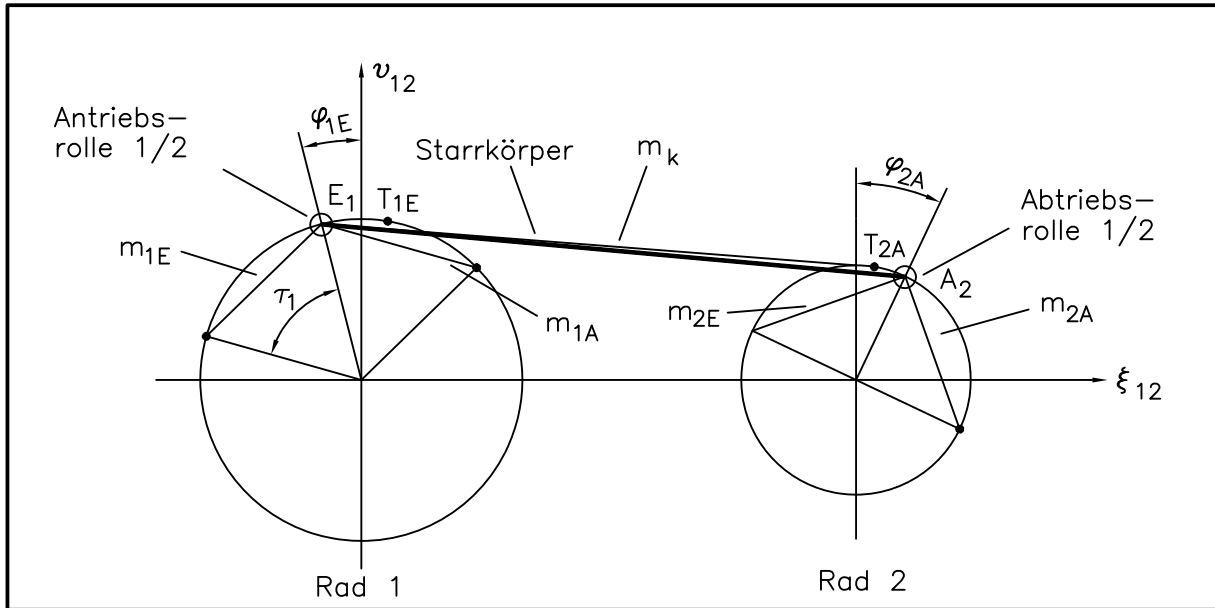


Bild 5.5: Skizze zur Berechnung der Starrkörperlänge

- Durch die Berechnung der Starrkörperlänge ist noch nicht sichergestellt, daß die Kette auch tatsächlich so verläuft. Bei der Berechnung wurden bisher nur geometrische Gesichtspunkte berücksichtigt, die nicht verhindern können, daß der Starrkörper ggf. in unzulässiger Weise quer über das Rad läuft. Es ist daher sowohl am Rad 1 als auch am Rad 2 die technische Auslaufbedingung analog zum Kettentrieb mit gerader Führung zu überprüfen (vgl. Abschnitt 4.2.2, S. 62ff.). Wie in Bild 5.5 dargestellt, wird zunächst die Steigung des Starrkörpers m_k berechnet. Danach sind die Steigungen m_{1E} und m_{1A} der zum Einlaufpunkt benachbarten Lagen am Rad 1 zu bestimmen. Der Einlaufpunkt ist korrekt, wenn folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$m_{1E} > m_k > m_{1A} \quad (5.11)$$

Wenn die Steigung m_k nicht kleiner ist als die Steigung m_{1E} , dann ist der Lagewinkel der Antriebsrolle um den Wert $\tau_1 = 2\alpha_1$ zu vergrößern. Gilt $m_k \leq m_{1A}$, so ist der Lagewinkel entsprechend um den Wert $\tau_1 = 2\alpha_1$ zu verkleinern. Gegebenenfalls müssen jetzt die Starrkörperlänge, der Auslaufpunkt und die Steigung des Starrkörpers neu berechnet werden.

Am Rad 2 sind nun die Steigungen m_{2E} und m_{2A} der zum Auslaufpunkt benachbarten Lagen zu berechnen. Die Starrkörperlänge wurde richtig bestimmt, wenn folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$m_{2E} < m_k < m_{2A} \quad (5.12)$$

Ist die Steigung m_k kleiner oder gleich m_{2E} , so ist die Starrkörperlänge um eine Teilung zu reduzieren; ist m_k größer oder gleich m_{2A} , dann ist die Starrkörperlänge um eine Teilung zu vergrößern. Durch die ggf. eintretende Veränderung der Starrkörperlänge ändert sich auch der Auslaufpunkt und die Steigung des Starrkörpers. Deshalb ist erneut der Einlaufpunkt anhand der Bedingung Gl. 5.11 zu überprüfen und der Einlaufpunkt ggf. erneut zu bestimmen. Mit dieser Vorgehensweise zur Berechnung der Starrkörperlänge werden die Besonderheiten des Doppelwechsels berücksichtigt.

- Mit der Festlegung des Einlaufpunktes, der Starrkörperlänge und des Auslaufpunktes kann der Lagewinkel φ_{2A} der Abtriebsrolle berechnet werden.
- Der Phasenwinkel des Räderpaares 1/2 berechnet sich analog zum Kettentrieb mit gerader Führung (Abschnitt 4.5, S. 85ff.).
- Wird der zurückgelegte Weg, die Geschwindigkeit oder die Beschleunigung des Kettenstrums benötigt, so können diese mit Hilfe der Gleichungen zum Kettentrieb mit gerader Führung berechnet werden. Soll nur die Kettengeschwindigkeit bestimmt werden, kann dies bei kreisförmigen Führungen alternativ auch über die Gleichungen von LUBRICH (1956, S. 11ff.) erfolgen.
- Damit ist die Berechnung des ersten Untersystems (Räderpaar 1/2) abgeschlossen. Zur Berechnung weiterer Untersysteme muß noch der Einlaufpunkt E_2 berechnet werden. Dies ist leicht möglich, da der Auslaufpunkt A_2 und der Tangenteneinlaufpunkt T_{E2} bekannt sind. Über die betragsmäßige Winkeldifferenz $|\varphi(A_2) - \varphi(T_{E2})|$ kann der Umschlingungswinkel am Rad 2 und damit auch der Lagewinkel der Antriebsrolle φ_{2E} des Räderpaares 2/3 berechnet werden. Es ist allerdings zu beachten, daß der Lagewinkel φ_{2E} im lokalen ξ_{23} - υ_{23} -Koordinatensystem anzugeben ist.
- Ist die Berechnung der Phasenwinkel Ω für alle Untersysteme abgeschlossen, so wird der Startwinkel φ_0 um die Schrittweite $\Delta\varphi$ erhöht. Es wird empfohlen, die Schrittweite so zu wählen, daß etwa 50 Werte pro Ungleichförmigkeitsperiode berechnet werden.

Nach der Beschreibung des Berechnungsprinzips soll im nächsten Abschnitt erläutert werden, auf welche Weise in diesem Konzept Kettenführungen berücksichtigt werden können.

5.3.2 Berücksichtigung von Kettenführungen

Kreisförmige Führungen können als Spann-, Stütz-, Leiträder bzw. -rollen oder als kreisförmige Gleitsegmente ausgeführt sein (vgl. Abschnitt 2.2, S. 8ff.). Dabei weisen Räder im Gegensatz zu Rollen oder zum Gleitsegment eine Verzahnung auf. In der Berechnung des kinematischen Verhaltens unterscheiden sich daher kreisförmige Führungen von Kettenrädern nur unwesentlich. In vielen Anwendungsfällen können folglich kreisförmige Führungen bei der Berechnung wie Kettenräder behandelt werden. Nur wenn der Einfluß der Teilungsverlängerung bei der Berechnung berücksichtigt werden soll, ist der Unterschied zwischen Räder und Rollen zu beachten. Nur bei den Rädern steigt die Kette aufgrund der Teilungsverlängerung in der Verzahnung auf und läuft auf einem größeren Teilkreis. Soll die Teilungsverlängerung berücksichtigt werden, muß daher bei Festlegung der Teilkreisdurchmesser bei Rädern die tatsächliche Teilung (und nicht die Nennteilung) verwendet werden. Bei Rollen und kreisförmigen Gleitsegmenten entspricht der Rollendurchmesser dem Teilkreisdurchmesser bzw. der Krümmungsradius des Gleitsegments dem Teilkreisradius. Besteht die kreisförmige Führung nur aus einem Segmentteil, dann kann sie (bei richtiger Anordnung) trotzdem wie ein voll-kreisförmiges Rad behandelt werden. In diesem Falle können sich dann aber kreisförmige Führungselemente mit den Kettenrädern überschneiden. Wird eine Kollisionsprüfung bei der Anordnung des Kettentriebs im globalen x-y-Koordinatensystem vorgenommen, so ist dies zu berücksichtigen. Es bleibt festzuhalten, daß Kettentriebe mit kreisförmigen Führungen mit dem oben dargestellten iterativen Berechnungsansatz ohne weiteres berechnet werden können.

Im Prinzip gelten die Ausführungen auch für Gleitsegmente mit beliebig gekrümmter Führungsbahn. Allerdings stellt oft schon die mathematische Beschreibung dieser Führungsbahnen einen größeren Aufwand dar. Zur Interpolation der Führungsbahn sind insbesondere kubische Splines gut geeignet (vgl. HOSCHEK/LASSER 1989, S. 80ff.; SPÄTH 1990, S. 92ff.). Der Aufwand zur Erstellung eines universellen Berechnungsprogrammes wird dadurch wesentlich erhöht. Wie die Implementierung eines Programmes zur Berechnung der Kettenkinematik in einer Druckmaschine gezeigt hat, sind außerdem zur Bestimmung von einzelnen Bahnpunkten (z. B. der Tangentenpunkte) zahlreiche Algorithmen notwendig, die hohe Anforderungen an die numerische Genauigkeit stellen (vgl. KRAFT DA 1992). Im Vordergrund stehen also programmtechnische Probleme, die Erfahrung im Umgang mit numerischen Fragestellungen voraussetzen. Es hat sich auch gezeigt, daß viele Gleitsegmente näherungsweise mit kreisförmigen Bahnverlauf sehr gut berechnet werden können.

Gerade Führungen können problemlos in das Berechnungskonzept integriert werden. Im Prinzip sind zwei Vorgehensweisen möglich. Die Führungsgerade kann zum einen als Bahntangente (einer beliebig gekrümmten Führungsbahn) aufgefaßt werden. Da diese analytisch beschrieben werden kann, können die Tangentenpunkte und die Aus- bzw. Einlaufpunkte analog zum Vorgehen bei den beliebig gekrümmten Führungen bestimmt werden. Für diesen Fall sind aber die technischen Auslaufbedingungen entsprechend anzupassen (die Steigungen m_{1E} und m_{2A} gibt es nicht mehr). Zum anderen können die Gleichungen für den Kettentrieb mit gerader Führung benutzt werden (vgl. Kapitel 4, S. 43ff.). Beide Möglichkeiten haben bei der Implementierung Vor- und Nachteile, so daß diesbezüglich keine generelle Empfehlung gegeben werden kann.

Einige Kettensysteme enthalten ferner bewegliche Führungen, die als Kettenspanner oder Spannsegment ausgeführt werden. Diese beweglichen Führungen sind oft mit einem elastischen Element (z. B. einer Feder) vorgespannt und dienen meist zum Ausgleich der vom Gelenkverschleiß verursachten Teilungsverlängerung oder zur Verminderung von Schwingungen. Die Lage der beweglichen Führung stellt sich durch das Gleichgewicht zwischen (Feder-) Vorspannung und Trumspannung ein. Da sich dies auf die Kinematik der Kettentriebe beschränkt, können mit den bisher vorgestellten Modellen und Berechnungsansätzen keine Aussagen zur Dynamik gemacht werden. Die Lage der beweglichen Führung kann daher nicht bestimmt werden. Das kinematische Verhalten eines Kettentriebs mit beweglicher Führung kann nur berechnet werden, wenn das bewegliche Führungselement im Leertrum angeordnet ist. Im allgemeinen ist eine Berechnung des kinematischen Verhaltens von Kettentrieben mit beweglichen Führungen mit den bisher dargestellten Berechnungsansätzen nicht möglich. Hierzu ist ein auf der Kinematik aufbauendes Konzept notwendig, welches auch die Kräfte berücksichtigt.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß das kinematische Verhalten von Kettentrieben mit beliebig gekrümmten Führungen mit Hilfe des iterativen Ansatzes berechnet werden kann. Bewegte Führungen können allerdings nur berücksichtigt werden, wenn sie im Leertrum des Kettentriebs liegen. Praktisch umgesetzt wurde der iterative Ansatz von LORENZ (DA 1993), der den Ansatz implementierte und den Phasenwinkel in Abhängigkeit von der Teilungsverlängerung am Beispiel des in Bild 5.2, S. 130, dargestellten Kettentriebs zur Nockenwellensteuerung untersuchte.

6 Experimentelle Untersuchungen

6.1 Versuchsziel

Die Beschreibung des kinematischen Verhaltens von geführten Kettentrieben in den Kapiteln 4 und 5 beruht auf der in Kapitel 3 dargestellten Modellbildung. Real ausgeführte Kettentriebe werden dabei ohne Rücksicht auf die konstruktive Gestaltung vereinfacht abgebildet. Dies hat den Vorteil, daß die Zusammenhänge noch relativ einfach beschrieben werden können und sich Parametervariationen leicht durchführen lassen. Wenn das Modell die wichtigsten Einflußfaktoren berücksichtigt, können aus den Ergebnissen der theoretischen Untersuchungen durchaus praxisrelevante Hinweise zur konstruktiven Gestaltung von geführten Kettentrieben abgeleitet werden. Es muß allerdings in Kauf genommen werden, daß u. U. durch die Einführung von Vereinfachungen das theoretisch beschriebene Verhalten des Kettentriebs von dem Verhalten im Betrieb deutlich abweicht. Je nach Ausführung des Kettentriebs kann es beispielsweise sein, daß die Masse der Kette, die Elastizität der Laschen oder die Reibung im Kettengelenk eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielen. Man muß sich daher im Klaren sein, daß das kinematische Verhalten des Kettentriebs mit dem benutzten Modell nur näherungsweise beschrieben werden kann.

In diesem Kapitel wird daher untersucht, inwieweit das theoretisch vorhersagbare kinematische Verhalten mit dem Verhalten im Betrieb übereinstimmt. Der Schritt von der theoretischen Betrachtung zur experimentellen Untersuchung ist groß. Es wird daher zwangsläufig zu Abweichungen der Ergebnisse von theoretischen und experimentellen Untersuchungen kommen. Sind die Abweichungen klein, dann kann das theoretische Modell als gute Näherung verwendet werden; sind die Abweichungen groß, so muß der Gültigkeitsbereich des Modells eingeschränkt werden.

Die experimentellen Untersuchungen werden an einem am Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik vorhandenen Kettenprüfstand durchgeführt und auf den Kettentrieb mit gerader Führung beschränkt.

6.2 Auswahl der Meßgrößen und Meßverfahren

Bei der experimentellen Untersuchung des kinematischen Verhaltens stellt sich die Frage, welche mechanischen Größen gemessen werden sollen. Wie die Theorie zeigt, kann das kinematische Verhalten durch folgende Größen beschrieben werden:

- Führungsweg s (s. Abschnitt 4.1.1 , S. 43ff.)
- Führungsgeschwindigkeit v (s. Abschnitt 4.1.2 , S. 48ff.)
- Führungsbeschleunigung a (s. Abschnitt 4.1.3 , S. 51ff.)
- Ungleichförmigkeitsgrad δ (s. Abschnitt 4.7.1 , S. 92ff.)
- Aufschlaggeschwindigkeit v_{St} (s. Abschnitt 4.7.3 , S. 98ff.)
- Beschleunigungssprung a_{EA} (s. Abschnitt 4.7.2 , S. 97ff.)
- Phasenwinkel Ω (s. Abschnitt 4.5.1 , S. 85ff.)

Nicht alle diese Größen lassen sich direkt meßtechnisch erfassen. Zur Bestimmung von Führungsweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung genügt eine Meßgröße, da durch Integrieren bzw. Differenzieren die anderen Größen berechnet werden können. Im Prinzip gilt dies auch für den Beschleunigungssprung und die Aufschlaggeschwindigkeit. Der Ungleichförmigkeitsgrad δ kann nicht direkt gemessen werden, da er eine Vergleichsgröße der

Geschwindigkeit darstellt. Zur experimentellen Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades muß daher die Führungsgeschwindigkeit gemessen (oder berechnet) werden. Der Phasenwinkel kann über eine Messung der Drehwinkel an An- und Abtrieb bestimmt werden. Für die meisten der o. g. Größen genügt es also, wenn eine Bewegungsgröße (Weg, Geschwindigkeit oder Beschleunigung) in der Führung gemessen wird.

Für die Voruntersuchungen zur Festlegung der Meßgrößen und des Meßverfahrens konnte auf die Erfahrungen experimenteller Untersuchungen an Zugmittelgetrieben zurückgegriffen werden (ETTL 1965, HIRT 1971, ZECH 1974b, HAGEDORN 1979, MÜLLER/TROPPENS 1987, SCHLOTTMANN/KAMINSKI/WELKE 1987, SEGIETH/POPPY 1989, SCHLOTTMANN/WELKE/KLUTH 1990, WELKE/MÜLLER 1990, RINSCHADE 1991, TROPPENS/MÜLLER/WELKE 1991, MÜLLER/WEGERT 1992, TERHOLSEN/WILLEBRAND 1993). Bei der Auswahl wurden folgende Verfahren berücksichtigt:

Beschleunigungsmessung mit Beschleunigungssensor

Ein Beschleunigungssensor wird an einem Kettenglied angebracht, während die Signalverarbeitung in einer stationären Auswerteelektronik erfolgt. Die Signalauswertung kann im Beschleunigungs- Geschwindigkeits- oder Wegmodus erfolgen (KAT VIBROMETER). Der relativen einfachen Signalverarbeitung stehen auch Nachteile gegenüber, von denen hier zwei genannt werden sollen:

- Zur Signalübertragung von der umlaufenden Kette zur stationären Auswerteelektronik ist entweder eine Signalleitung, eine Telemetrieeinrichtung oder ein Schleifringübertrager notwendig. Bei Verwendung einer Signalleitung muß diese vor Beginn des Versuchs auf eine Kabeltrommel aufgewickelt werden; während des Versuchs wickelt sich dann die Signalleitung ab. Jeder Versuch ist daher auf eine bestimmte Anzahl von Umdrehungen begrenzt. Nachteilig ist ferner, daß durch die relativ lange Signalleitung elektromagnetische Störungen induziert werden können. Die Verwendung einer Telemetrieeinrichtung (Übertragung der Daten per Funk) oder eines Schleifringübertragers war wegen des vorhandenen Bauraums nicht möglich.
- Durch die Signalauswertung ist dann beispielsweise die Führungsgeschwindigkeit bekannt, jedoch kann über die Winkelgeschwindigkeit am Antriebsrad keine Aussage gemacht werden. Da die Winkelgeschwindigkeit (und damit auch die Umfangsgeschwindigkeit) immer etwas schwanken wird, ist eine zusätzliche Meßeinrichtung notwendig, die mit der Beschleunigungsmessung synchronisiert werden muß.

Dieses Meßverfahren wurde an Kettentrieben mit großen Trumlängen und großer Teilung erfolgreich eingesetzt (ETTL 1965, SEGIETH/POPPY 1989). Da eine Telemetrieeinrichtung nicht eingesetzt werden konnte und die Synchronisierung zwischen Beschleunigungsmessung in der Führung und Messung der Winkelgeschwindigkeit des Kettenrades problematisch ist, wurde dieses Meßverfahren nicht gewählt.

Einlaufstoßkraft mit Druckaufnehmer

In die Zahnflanke wird ein Druckaufnehmer eingesetzt. Wenn der Druckaufnehmer richtig platziert ist, trifft die in die Verzahnung einlaufende Rolle auf den Druckaufnehmer auf. Über eine Auswerteelektronik erhält man dann ein relatives Maß für den Einlaufstoßkraft (TROPPENS/MÜLLER/WELKE 1991). Der Nachteil dieses Verfahrens liegt darin, daß der Einlaufort der Rolle in die Verzahnung exakt bekannt sein muß. Bei der Untersuchung von Kettentrieben mit Führungen ist dies allerdings nicht der Fall.

Geschwindigkeitsmessung mit Hochgeschwindigkeitskamera oder Laser-Vibrometer

Mit Hilfe einer Hochgeschwindigkeitskamera oder eines Lasers kann die Bewegung der Kette berührungsfrei erfaßt werden; das Problem der Signalübertragung stellt sich damit nicht. Nachteilig ist allerdings die Signalauswertung, da auch für diese Meßverfahren die Synchronität zur Winkelgeschwindigkeit des Antriebsrades hergestellt werden muß. Wegen der hohen Kosten wurden beide Verfahren nicht weiter verfolgt.

Phasenwinkelmessung mit Drehgebern

An einem Zweiradkettentrieb wird am An- und Abtriebskettenrad jeweils ein Drehwinkelgeber installiert, die den Drehwinkel der beiden Kettenräder messen. Über eine Auswertelektronik kann damit direkt der Phasenwinkel zwischen An- und Abtriebskettenrad berechnet werden (KAT HEIDENHAIN). Bei diesem Verfahren gibt es keine Probleme mit der Signalübertragung und der Synchronisierung zwischen Antriebsbewegung und Bewegung in der Führung. Zudem arbeitet dieses Verfahren sehr genau, ist relativ unempfindlich gegenüber elektromagnetischen Störungen und ist kostengünstig. Nachteilig ist allerdings, daß Führungsweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung nicht meßbar sind.

Wirkungsgradmessung

In dem zur Verfügung stehenden Kettenprüfstand sind im An- und Abtriebsstrang Drehmomentmeßwellen eingebaut. Durch einen Vergleich des Antriebs- mit dem Abtriebsmoment kann der Wirkungsgrad berechnet werden (vgl. RAAB/BINZ 1984). Dieser entspricht zwar keiner der gesuchten kinematischen Größen, er ist aber ein relatives Maß für die "Energievernichtung" im Kettentrieb. Beim Einlaufstoß, der durch die Aufschlaggeschwindigkeit beschrieben werden kann (vgl. Abschnitt 4.7.3 ,S. 98ff.), wird die kinetische Energie der Kette reduziert; dieser Teil der kinetischen Energie steht am Abtrieb nicht mehr zur Verfügung. Der Wirkungsgrad kann damit auch als ein qualitatives Maß für die Größe des Einlaufstoßes betrachtet werden. Nachteilig ist allerdings, daß auch andere Einflüsse (Reibungsverhältnisse, Verschleißzustand, ...) den Wirkungsgrad beeinflussen.

Messung des Schalldruckpegels

Beim Einlaufstoß wird ein Teil der Bewegungsenergie der Kette in Schallenergie umgesetzt; d. h. mit zunehmender Größe der Aufschlaggeschwindigkeit wird der Kettentrieb lauter (vgl. LINDE 1965, S. 13ff.). Bei Voruntersuchungen hat sich zudem gezeigt, daß sich bei einer Änderung der Führungsanordnung der Geräuschpegel des Kettentriebs ebenfalls verändert. Durch eine Messung des Schalldruckpegels kann dieses subjektive Empfinden überprüft werden. Nach LINDE (1965, S. 9ff.) sind jedoch wirklich aussagekräftige akustische Untersuchungen nur im Hallraum möglich. Messungen des Schalldruckpegels im Nahfeld des Einlaufbereichs sind bei dem vorhandenen Prüfstand zwar prinzipiell möglich, sie können jedoch durch die Umgebungseinflüsse u. U. stark fehlerbehaftet sein. Zudem sind nach LINDE (1965, S. 20) der Verlauf und die Amplituden des Schalldruckes von Einlauf zu Einlauf verschieden, so daß nur eine tendenzielle Übereinstimmung zwischen unterschiedlichen Messungen vorliegt.

Die Auswahl der Meßverfahren erfolgte nach einer Abwägung der Vor- und Nachteile und unter Berücksichtigung der Kosten. Es wurde schließlich festgelegt, daß bei der experimentellen Untersuchung des kinematischen Verhaltens zwei Meßverfahren eingesetzt werden sollen, mit denen Phasenwinkel und Wirkungsgrad bestimmt werden können.

6.3 Versuchseinrichtung und -aufbau

Im folgenden wird zunächst der am Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik vorhandene Kettenprüfstand beschrieben, danach wird der Meßaufbau zur Bestimmung von Phasenwinkel und Wirkungsgrad erläutert.

6.3.1 Kettenprüfstand

Am Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik ist ein universell einsetzbarer Kettenprüfstand vorhanden. Da der Aufbau dieses Prüfstandes und die Meßtechnik zur Erfassung von Drehmoment und Drehzahl bereits ausführlich bei RAAB/BINZ (1984) beschrieben sind, wird im folgenden nur noch kurz darauf eingegangen. Bei dem Prüfstand handelt es sich um einen Zweiradkettentrieb mit horizontal liegenden Wellen mit einem Gleichstrommotor als Antrieb und einer Induktionsbremse zur Belastung des Kettentriebs am Abtrieb. Im Antriebs- und Abtriebsstrang ist jeweils eine Drehmomentmeßwelle eingebaut, mit deren Hilfe die Drehzahl und das Drehmoment gemessen werden können. Die maximale Antriebsleistung beträgt 44 kW bei einem maximalen Antriebsmoment von 140 Nm und Drehzahlen von 0 bis 3000 min^{-1} ; der Achsabstand kann bis zu 1,5 m betragen. Durch den veränderbaren Achsabstand können zahlreiche Parameter bei den Untersuchungen variiert werden: Kettenart, Teilung, Übersetzung, Antriebsdrehzahl, An- bzw. Abtriebsmoment, Schmierbedingungen, usw. Bisher wurde der Kettenprüfstand primär zur Untersuchung des Verschleißverhaltens an Rollenketten eingesetzt (BINZ 1985, PAWLIK 1990, RAAB/DÖRSAM/KRAUS 1992, KRAUS 1994).

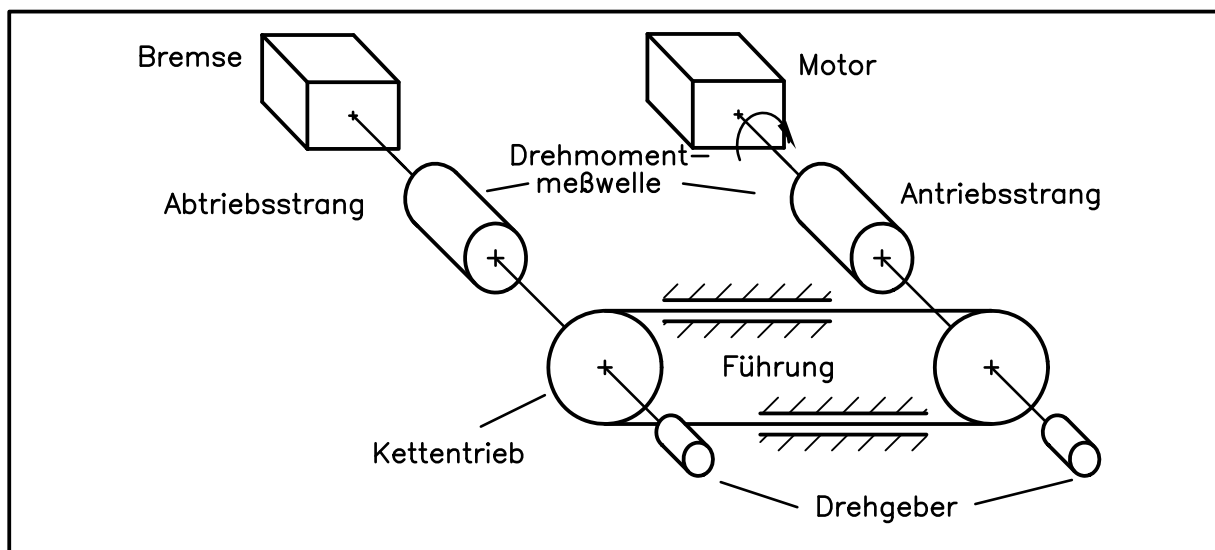


Bild 6.1: Skizze zur Anordnung der Meßstellen am Kettenprüfstand

Zur Untersuchung des kinematischen Verhaltens am geführten Kettentrieb mußten keine großen Veränderungen am Prüfstand vorgenommen werden. Es war lediglich dafür Sorge zu tragen, daß die Führungen zwischen den beiden Kettenrädern befestigt werden können. Dazu wurden zusätzliche Halterungen angebracht, die eine einfache Verstellung der Führungshöhe und des Führungsabstandes ermöglichen (s. Photographie Anhang B, S 174). Außerdem mußten die beiden Drehgeber zur Bestimmung des Phasenwinkels montiert werden.

In Bild 6.1 ist die Anordnung der Meßstellen am Kettenprüfstand dargestellt. Zwischen Motor und Antriebskettenrad ist eine Drehmomentmeßwelle angeordnet, mit der Antriebsmoment

und -drehzahl gemessen werden können. Analog dazu ist im Abtriebsstrang eine Drehmomentmeßwelle zwischen Bremse und Abtriebskettenrad eingebaut. Antriebsdrehzahl und An- bzw. Abtriebsmoment können über eine Steuerung eingestellt werden. Die Anzeige von Drehmoment und Drehzahl erfolgte bisher bei den Verschleißuntersuchungen durch zwei Umsetzereinheiten und wurde durch einen programmierbaren Punktdrucker protokolliert. Zur Untersuchung des kinematischen Verhaltens wurde anstatt des Punktdruckers eine A/D-Karte in einem AT-kompatiblen Personalcomputer (PC) eingesetzt, welche die analoge Ausgangsspannung in digitale Werte umsetzte. Damit können die gemessenen Drehmomente computergestützt weiterverarbeitet und der Wirkungsgrad berechnet werden.

Die Messung der Drehwinkel erfolgt mit den beiden Drehgebern, die jeweils am Wellenende von An- und Abtriebsstrang (auf der Kettenradseite) angeordnet sind. Für die Ansteuerung der Drehgeber sorgt eine spezielle Zählerkarte im PC, die diesem unmittelbar digitale Werte für die beiden Drehwinkel zur Verfügung stellt. Über ein Programm kann dann der Phasenwinkel berechnet werden.

In Bild 6.2 ist die prinzipielle Verschaltung der Drehgeber und Drehmomentmeßwellen mit dem PC dargestellt, auf die in den nächsten beiden Abschnitten noch näher eingegangen wird.

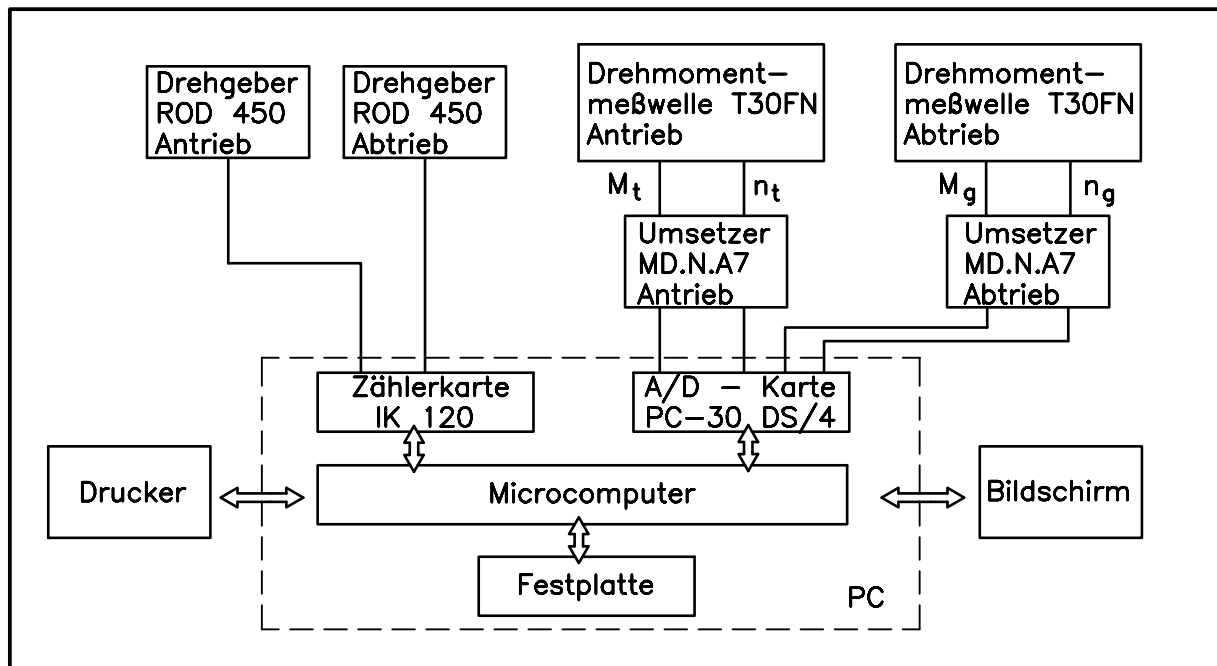


Bild 6.2: Skizze zur prinzipiellen Verschaltung der Meßgeräte mit dem PC

6.3.2 Phasenwinkelmessung

Zur Messung des Phasenwinkels wurden Drehgeber und eine PC-Zählerkarte der Firma Heidenhain (KAT HEIDENHAIN 1992) verwendet. Die Drehgeber ROD 450 funktionieren nach dem Prinzip der photoelektrischen Abtastung feiner Strichgitter, die auf einer drehbaren Teilscheibe aufgebracht sind. Die Strichgitter werden von einem parallel ausgerichteten Lichtbündel durchstrahlt. Bei der Drehung der Teilscheibe wird der Lichtstrom moduliert und seine Intensität von Photoelementen erfaßt. Die Photoelemente sind so geschaltet, daß sie zwei elektrische, annähernd sinusförmige Signale und ein Referenzsignal (pro Umdrehung) liefern. Die zwei sinusförmigen Signale sind um 90° phasenverschoben, was einem Viertel der Periode der Teilscheibe entspricht. Die Anzahl der Signalperioden entspricht der

Strichzahl der Teilscheibe. Bei der hier zugrundeliegenden Strichzahl von 1800 beginnt nach jeweils 0.2° eine neue Signalperiode.

Die Signalübertragung zwischen Drehgeber und Zählerkarte erfolgt über doppelt abgeschirmte Leitungen und Steckverbindungen, so daß elektromagnetische Störungen weitgehend ausgeschlossen werden können. In der PC-Zählerkarte IK120 (s. Bild 6.2, S. 142) werden die sinusförmigen Signale ausgewertet. Aufgrund der Tatsache, daß die beiden sinusförmigen Signale um ein Viertel der Teilungsperiode phasenverschoben sind, können die Meßsignale ohne vorhergehende Interpolation 4-fach ausgewertet werden. Durch eine vektorielle Verschiebung der Meßsignale kann darüber hinaus eine bis zu 50-fache Interpolation durchgeführt werden. Die Anzahl der maximalen Meßschritte ergibt sich damit zu 360000 pro Umdrehung; d. h. nach jeweils 0.001° kann ein Meßwert abgenommen werden. Die Anzahl der Interpolationen kann dem Bedarf entsprechend über ein Programm eingestellt werden. Die Zählerkarte enthält zwei Zähler (für An- und Abtrieb), deren Zählerstand sich bei jedem Meßschritt um eins erhöht. Ist beispielsweise die maximale Auflösung von 0.001° eingestellt, dann zeigt der Zähler nach einer Umdrehung den Wert 360000 an.

Zum Auslesen der Zählerstände wird ein Programm benötigt, das die Meßwerte getrennt für An- und Abtrieb von der Zählerkarte in den Hauptspeicher des PC's liest. Zu diesem Zweck wurde ein menügesteuertes Programm in der Programmiersprache PDS-BASIC erstellt, das eine komfortable Meßwertaufnahme, -verarbeitung und -auswertung ermöglicht. Der programmgesteuerte Meßvorgang hat folgenden Ablauf:

- Die PC-Zählerkarte IK120 muß zunächst initialisiert werden. Der Zählerkarte werden per Programm einige Werte übergeben, die beispielsweise die Anzahl der Interpolationen, die Art und Häufigkeit der Meßwertauslösung beschreiben. Danach kennt der PC die Adresse der Zählerkarte und die Zählerkarte ist funktionsbereit. Die Zählerkarte wurde in der Regel so programmiert, daß bei jedem Winkelfortschritt von 0.5° am Antrieb ein Meßwerte an An- und Abtrieb abgerufen wurde.
- Die Zähler für An- und Abtrieb werden gestartet. Dies kann sowohl über einen Programmbefehl oder aber über einen externen Schalter (z. B. Lichtschranke) erfolgen. Für die vorliegenden Untersuchungen wurde dazu das Referenzsignal des Antriebsstrangs genutzt, welches vom Drehgeber nur einmal pro Umdrehung geliefert wird. Die Messung des Phasenwinkels beginnt daher immer am gleichen Zahn des Kettenrades.
- Hat der Zähler am Antrieb den Wert 0.5° oder ein ganzzahliges Vielfaches dieses Wertes erreicht, so werden die beiden Zählerwerte von An- und Abtrieb in einen Zwischenspeicher kopiert. Aus diesem Zwischenspeicher werden die beiden Werte dann in den Hauptspeicher des PC's geladen.
- Der Phasenwinkel wird anschließend durch Subtraktion des Zählerstandes von Antrieb und Abtrieb berechnet.
- Das Ergebnis der Messung wird in einer Datei protokolliert: neben der fortlaufenden Nummer des Meßschrittes werden die Zählerstände von An- und Abtrieb sowie der Phasenwinkel aufgezeichnet.
- Die Messung ist beendet, wenn die bei der Initialisierung der Zählerkarte vorgegebene Anzahl an Meßschritten erreicht ist.

Die Genauigkeit der Meßwerterfassung beträgt für die Kombination ROD 450 und IK120 ca. $\pm 0.01^\circ$ und ist damit für die Messung der Drehwinkel hinreichend genau. Da keine Gleitkommaarithmetik benutzt werden muß, d. h. es werden nur ganze Zahlen (Variablentyp in PDS-BASIC: LONG INTEGER) voneinander subtrahiert, sind bei der Berechnung des Phasenwinkels keine weiteren (Rundungs-) Fehler zu erwarten.

Das Vorgehen zur Bestimmung des Phasenwinkels ist damit geklärt, es wird im folgenden sprachlich vereinfachend der Begriff "Phasenwinkelmessung" benutzt.

6.3.3 Wirkungsgradbestimmung

Der Wirkungsgrad η ist nach DUBBEL (1983, S. 140) das Verhältnis von Nutzarbeit zu zugeführter Arbeit, wobei letztere aus Nutz- und Verlustarbeit besteht:

$$\eta = \frac{W_{\text{Nutz}}}{W_{\text{Zu}}} \quad (6.1)$$

Stimmt die Zeitspanne Δt von zugeführter Arbeit und Nutzarbeit überein, kann der Wirkungsgrad auch über die Leistungszufuhr und -abgabe berechnet werden. Für den Fall des Kettentriebs kann man damit schreiben:

$$\eta = \frac{P_g}{P_t} = \frac{\omega_g M_g}{\omega_t M_t} \quad (6.2)$$

Wie aus Gl. 6.2 zu sehen ist, müssen zur Berechnung des Wirkungsgrades entweder die Leistungen an An- und Abtrieb oder die Drehmomente und -zahlen an An- und Abtrieb bekannt sein. Es ist auch festzuhalten, daß der Wirkungsgrad nicht mit einer Meßgröße direkt gemessen werden kann. Die Bestimmung des Wirkungsgrades am Kettentrieb soll wegen der bereits vorhandenen Meßeinrichtung durch einen Vergleich von Drehmoment und Drehzahl erfolgen. Die Zeitspanne Δt zur Messung der Drehmomente muß wegen der vom Polygon-effekt hervorgerufenen Bewegungsungleichmäßigkeiten mindestens eine (oder ein ganzzahliges Vielfaches der) Ungleichförmigkeitsperiode betragen. Für diesen Fall kann das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten durch die (mittlere) Übersetzung des Kettentriebs i_m ersetzt werden; die Drehmomente sind entsprechend über die Ungleichförmigkeitsperiode(n) zu mitteln. Da die Winkelgeschwindigkeiten nicht mehr benötigt werden, läßt sich der Wirkungsgrad vereinfacht berechnen:

$$\eta = \frac{\overline{M}_g \text{UP}}{i_m \overline{M}_t \text{UP}} \quad (6.3)$$

Zur Messung der Drehmomente werden die im An- und Abtriebsstrang eingebauten Drehmomentmeßwellen T30 FN und die Umsetzereinheiten MD.N.A7 der Firma Hottinger Baldwin Meßtechnik (HBM) verwendet (KAT HBM). Die Umsetzereinheiten dienen zur Spannungsversorgung der Drehmomentmeßwellen und zur Auswertung und Anzeige von Drehmoment und Drehzahl. Zur Weiterverarbeitung steht für Drehmoment und Drehzahl ein Ausgangssignal von ± 10 V zur Verfügung (vgl. RAAB/BINZ 1984). Die Drehmomentmeßwellen und Umsetzereinheiten weisen folgende Genauigkeiten auf:

Daten: HBM T30 FN/MD.N.A7	
Genauigkeitsklasse Drehmomentmesswelle	0.2
Genauigkeitsklasse Meßgerät	0.1
Nennmoment Drehmomentmeßwelle	500 Nm
Linearitätsabweichung (einschl. Hysterese)	$< \pm 0.5 \text{ Nm}$
Relative Standardabweichung der Reproduzierbarkeit nach DIN 1319	$< \pm 0.25 \text{ Nm}$
Toleranz Kalibriersignal	$< \pm 0.15 \text{ Nm}$

Die analogen Ausgangssignale der Umsetzereinheiten werden mit Hilfe einer A/D-Karte über einen PC ausgewertet (s. Bild 6.2, S. 142). Bei dieser Karte handelt es sich die Multifunktionskarte PC-30 DS4 der Firma Meilhaus Elektronik, die über 16 analoge Eingangskanäle verfügt, von denen 4 Kanäle simultan abgetastet werden können. Die Karte wandelt die analogen Signale mit einer Auflösung von 12 bit in digitale Werte, wobei maximal 200000 Messungen pro Sekunde ausgeführt werden können (KAT MEILHAUS). Die Auflösung von 12 bit bedeutet, daß eine Spannung von 0 bis 10 V in $2^{12} = 4096$ Stufen unterteilt wird; eine Spannung von 10 V entspricht dann dem digitalen Wert 4096. Jedes Digit entspricht damit einer Spannung von 2.44 mV. Wird beispielsweise an den Umsetzereinheiten ein Meßbereich von 100 Nm eingestellt, so entsprechen die 100 Nm einer Ausgangsspannung von 10 V. Bei dieser Einstellung des Meßbereiches kann also das Drehmoment maximal mit einer Genauigkeit von 0.244 Nm angegeben werden.

Es ist daher festzuhalten, daß bei der Messung der Drehmomente an An- und Abtrieb zum einen die Fehler durch die Meßeinrichtung (Drehmomentmeßwelle und Umsetzereinheit) und zum anderen die Fehler aufgrund der analog-digital Wandlung zu berücksichtigen sind. Der Fehler bei der Berechnung des Wirkungsgrades hängt im wesentlichen von der Größe und Schwankungsbreite des Drehmomentes und des eingestellten Meßbereiches ab. Nachteilig ist ferner, daß mit der Drehmomentmessung auch die Reibungsverluste in der Wellenlagerung (zwischen Kettenrad und Drehmomentmeßwelle) erfaßt werden. Dies ist insbesondere dann zu berücksichtigen, wenn bei den Untersuchungen ein breites Geschwindigkeits- und Lastspektrum gefahren werden soll.

6.4 Versuchskettentrieb und -durchführung

Für die Versuche mußte ein geeigneter Kettentrieb ausgewählt werden. Dazu wurden Vorversuche am ungeführten und geführten Kettentrieb durchgeführt (VENINO SA 1994), nach deren Abschluß die Daten des im folgenden beschriebenen Versuchskettentriebs festgelegt wurden:

Kettentyp:	Rollenkette DIN 8187-1
Nennteilung	$p = 1'' = 25.4 \text{ mm}$
Teilung im Versuch	$p = p_m = 25.41 \text{ mm}$
Anzahl Glieder	$X = 72$
Übersetzung	$i_m = 1$
Zähnezahl	$z = 11$
Achsabstand	$a = 774.7 \text{ mm}$
Kettengeschwindigkeit	$v \approx 1 \text{ m/s}$
Antriebsdrehzahl	$n \approx 212 \text{ min}^{-1}$
Antriebsdrehmoment	$M \approx 45 \text{ Nm}$

Für den vorhandenen Kettenprüfstand stellt die Wahl einer Rollenkette mit einer Teilung von $p = 25.4$ mm und einer Zähnezahl von $z = 11$ einen vernünftigen Kompromiß dar. Zum einen wird der Teilungswinkel bei einer größeren Teilung für eine feste Zähnezahl größer, was eine höhere Anzahl von Messungen innerhalb einer Ungleichförmigkeitsperiode ermöglicht. Zum anderen werden aber auch die Abmessungen der Kettenräder mit zunehmender Teilung größer, so daß die Handhabung bei der Versuchsdurchführung schwieriger wird und größere Fertigungstoleranzen zu erwarten sind. Außerdem ist eine Rollenkette mit dieser Teilung noch als Standardprodukt anzusehen, das in großen Stückzahlen hergestellt und eingesetzt wird.

Die durch den Polygoneffekt verursachte Bewegungsungleichmäßigkeit ist bei niedrigen Zähnezahlen größer als bei höheren Zähnezahlen. Da es mit zunehmender Zähnezahl immer schwieriger wird, die Unterschiede einer Meßgröße innerhalb der Ungleichförmigkeitsperiode zu erfassen, sollten die Untersuchungen möglichst bei kleinen Zähnezahlen erfolgen. Wegen der vorhandenen Aufnahmezapfen an An- und Abtrieb und dem notwendigen Platzbedarf zur Verstellung der Führung wurde die Zähnezahl mit $z = 11$ festgelegt.

Rollenkette und Kettenräder wurden von einem Hersteller bezogen (KAT A&S). Bei der Rollenkette handelt es sich um ein Standardprodukt mit sehr guten Verschleißigenschaften (vgl. Raab/Dörsam/Kraus 1992). Um eine Vergrößerung der Teilung durch den Gelenkverschleiß während der Untersuchungen zu verhindern, wurde die neue Kette einem Verschleißversuch (ungeführter Kettentrieb, Dauer 180 Stunden, Geschwindigkeit $v = 2.8$ m/s, Kettenkraft $F_K = 1000$ N) ausgesetzt. Nach diesem Verschleißversuch beträgt die (mittlere) Teilung $p = 25.42$ mm; die Werte für die kleinste und größte Teilung lagen in einem Bereich von ± 0.05 mm. Nach Beendigung der kinematischen Untersuchungen konnte keine Verlängerung der Teilung festgestellt werden. Die Kettenräder wurden mit einer Standard-Verzahnung nach DIN 8196 für diese Untersuchungen hergestellt, dabei wurde auf einen möglichst guten Rundlauf der Verzahnung geachtet.

Der Achsabstand wurde entsprechend einer Empfehlung zur Berechnung des Achsabstandes für den ungeführten Kettentrieb eingestellt (BERENTS 1989, S. 21). Die Schmierung der Kette erfolgt entsprechend der Versuchsbedingungen bei PAWLIK (1990, S. 98) mit einem FVA-Referenzöl und vier Tropfen pro Minute und Laschenreihe.

Resultat der Vorversuche war, daß bei extremen Führungshöhen (Führung ist sehr viel tiefer oder höher als die Tangentenanordnung montiert) und größeren Geschwindigkeiten der Kettentrieb extrem unruhig läuft. Der Kettentrieb wurde stellenweise derart zu Schwingungen angeregt, daß diese sich über die Halterung der Führung auf den gesamten Prüfstand (und damit auch auf die installierten Meßgeber) übertrugen. Die Messungen waren daher häufig von stochastischen Ereignissen geprägt, die durch nachfolgende Messungen nicht reproduzierbar waren. Ähnliches zeigte sich auch, wenn die Kettenkraft (bzw. das Antriebsmoment) zu hoch gewählt wurden. Insofern ergaben die Vorversuche, daß extreme Abweichungen der Führungshöhe von der Tangentenanordnung vermieden werden sollten. Um trotzdem vergleichende Aussagen über das Verhalten bei unterschiedlichen Führungshöhen und -abständen gewinnen zu können, wurden für alle Versuche die Kettengeschwindigkeit mit 1 m/s und das Antriebsmoment mit 45 Nm festgelegt.

Die Kettenrad- und Führungsgeometrie wurde gemäß Bild 2.8, S. 15, ausgeführt; die Zeichnungen von Kettenrad und Führungsschiene sind in Anhang C, S. 175ff., dokumentiert. Die Zahnbreite des Kettenrades wurde durch eine Andrehung von $B_1 = 16,2$ mm auf $B_1^* = 9.2$ mm reduziert. Die Breite der Führung entspricht im allgemeinen der Zahnbreite B_1 .

im Bereich der Kettenradverzahnung ist sie allerdings nur 6 mm breit. Die Führung setzt sich aus zwei Führungsschienen zusammen, die eine Verstellung der Führungslänge und damit eine Veränderung des Führungsabstandes f ermöglichen. Die Führungshöhe h kann über die Halterung der Führung eingestellt werden. Das Führungsende bildet eine "90°-Ecke" (rechter Winkel) und als Werkstoff werden für Kettenrad und Führung Stahl St37 verwendet.

Im Lasttrum werden die Stahlführungen immer oberhalb und unterhalb des Trums eingesetzt. Bei einem Rollendurchmesser von $d_1 = 15.88$ mm wurde das Rollenspiel mit 0.2 bis 0.3 mm eingestellt. Vorversuche haben gezeigt, daß das kinematische Verhalten des Kettentriebs deutlich besser wird, wenn auch Führungen zur Abstützung des Leertrums montiert sind. Das Laufverhalten wird ruhiger, der Wirkungsgrad wird bis zu einem Prozent besser. Daher wurde bei allen Versuchen der Leertrum durch eine Kunststoffschiene mit T-Profil (vgl. Bild 2.7, S. 14) abgestützt (KAT MURTFELD).

In Vorversuchen wurde auch die Reproduzierbarkeit der Wirkungsgradberechnung über die Drehmomentenmessung untersucht. Es zeigte sich, daß es nicht ausreicht, die Drehmomente über eine oder nur wenige Ungleichförmigkeitsperioden zu messen. Die Reproduzierbarkeit verbessert sich, wenn die Zeitspanne Δt zwischen zwei Messungen klein ist und möglichst viele Messungen über mehrere Ungleichförmigkeitsperioden durchgeführt werden. Für alle Versuche wurden daher die Drehmomente an An- und Abtrieb durch eine Mittelwertbildung bestimmt. Jedes mittlere Drehmoment wurden aus 1200 Messungen berechnet, wobei die Messungen jeweils nach einer Drehung des Antriebsrades um 0.3° erfolgten; d. h. das mittlere Drehmoment wird über vier Umdrehungen des Antriebsrades bestimmt. Der aus diesen Messungen berechnete Wirkungsgrad ist demnach genaugenommen ein mittlerer Wirkungsgrad.

Die Phasenwinkel wurden in der Regel nach jeweils 0.5° berechnet. Bei der festgelegten Zähnezahl $z = 11$ sind dies mehr als 60 Meßwerte pro Ungleichförmigkeitsperiode, was für die Darstellung des Phasenwinkels und der Phasenwinkelspanne mehr als ausreichend ist. Damit der Verlauf des Phasenwinkels besser erkennbar wird, wurde der Phasenwinkel immer über zwei Ungleichförmigkeitsperioden gemessen und aufgetragen. Interessant ist ferner das Verhalten des Phasenwinkels über eine volle Umdrehung des Antriebsrades. In diesem Fall wurde der Phasenwinkel nur noch in Spannen von einem ganzen Grad berechnet.

Abschließend soll noch die zu erwartende Genauigkeit der Messungen diskutiert werden. Die Festlegung auf einen Betriebspunkt (nahezu konstante Antriebsgeschwindigkeit und -moment) für alle Messungen hat den Vorteil, daß die Meßfehler bei der Drehmomentmessung minimiert werden:

- Die Linearitätsabweichung der Drehmomentmeßwelle spielt kaum eine Rolle, da sich das Drehmoment nur noch in einem sehr kleinen Bereich verändert.
- Die Umsetzereinheiten können immer im gleichen Meßbereich betrieben werden, d. h. der Fehler aufgrund der analog-digital Wandlung bleibt gleich.
- Bei nahezu konstanter Antriebsdrehzahl und gleichbleibendem Antriebsdrehmoment sind auch die Reibungsverluste in den Wellenlagerungen nahezu konstant. Da die Lagerkräfte insgesamt recht klein sind, sind auch die Reibungsverluste bei der vorliegenden Ölschmierung gering, so daß diese praktisch vernachlässigt werden können.

Der Meßaufbau zur Drehmomentenmessung eignet sich daher sehr gut zur Vergleichsmessung des Wirkungsgrades, für die der Fehler auf $\pm 0.4\%$ abgeschätzt werden kann. Der Fehler bei Bestimmung des absoluten Wertes des Wirkungsgrades ist deutlich größer und

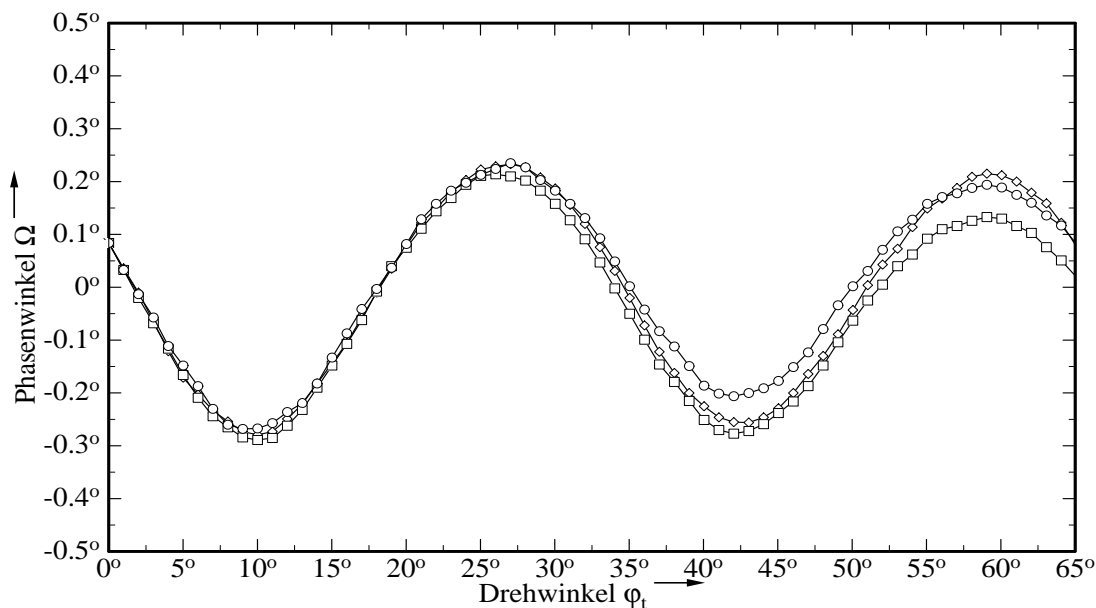
kann mit über $\pm 1\%$ angegeben werden. D. h. die Relation der berechneten Wirkungsgrade zueinander ist recht genau, die absoluten Werte der Wirkungsgrade unterliegen aber einem relativ großen Fehler. Der Fehler bei der Berechnung des Phasenwinkels ergibt sich durch Addition der Fehlertoleranz bei den Meßketten an An- und Abtrieb zu $\pm 0.2^\circ$.

6.5 Ergebnisse und Diskussion

Am oben genannten Prüfstand wurden an ungeführten und geführten Kettentrieben über 350 Meßreihen aufgenommen und ausgewertet (vgl. VENINO SA 1994). Zur statistischen Absicherung wurden für jeden Parameter mindestens drei Meßreihen durchgeführt. Die Darstellung in diesem Abschnitt beschränkt sich auf Untersuchungen am geführten Kettentrieb. Vorversuche werden nur dann dargestellt, wenn sie für das Verständnis notwendig sind. Analog zu den theoretischen Betrachtungen werden auch hier Folgerungen abgeleitet.

6.5.1 Verlauf des Phasenwinkels

In Bild 6.3, S. 148, ist der Phasenwinkel Ω von drei verschiedenen Meßreihen über dem Drehwinkel φ des Antriebsrades für zwei Ungleichförmigkeitsperioden dargestellt. Die Führungen wurden so angeordnet, daß ein Tangenteneinlauf vorliegt. Wie zu erwarten war, zeigen die Graphen zum Phasenwinkel einen annähernd sinusförmiges Verhalten über dem Drehwinkel des Antriebsrades. Aus Bild 6.3 ist ferner zu erkennen, daß die drei Meßreihen kaum voneinander abweichen; für die erste Ungleichförmigkeitsperiode ($\varphi \leq 32.7^\circ$) sind sie sogar nahezu deckungsgleich. Das zeigt, daß die Messungen mit einer relativ hohen Wiederholgenauigkeit durchgeführt werden können.



F11V2

Bild 6.3: Drei Meßreihen des Phasenwinkel Ω aufgetragen über dem Drehwinkel φ des Antriebsrades für zwei Ungleichförmigkeitsperioden (Daten: $p = 25.4 \text{ mm}$, $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $i_m = 1$, $n = 212 \text{ min}^{-1}$, $M = 45 \text{ Nm}$, $h = r$, $f = 0$)

Betrachtet man den in Bild 6.4, S. 150, dargestellten Verlauf des Phasenwinkels über eine volle Umdrehung des Antriebsrades, so ist zu erkennen, daß der Verlauf des Phasenwinkels gewissen Schwankungen unterliegt. Dies wird dadurch verursacht, daß sich dem sinusförmigen Verlauf innerhalb einer Ungleichförmigkeitsperiode eine weitere Schwingung mit kleinerer Frequenz überlagert, die sehr nahe an der Umlauffrequenz der Kettenräder liegt. Der über eine Ungleichförmigkeitsperiode gemittelte Phasenwinkel wird somit nicht mehr null; er nimmt je nach Startbeginn einen anderen Wert an. Der Vergleich verschiedener Meßreihen wird dadurch erheblich erschwert. Dem Problem wurde damit begegnet, daß der Phasenwinkel bei jeder Meßreihe grundsätzlich über vier volle Umdrehungen des Antriebsrades gemessen wurde. Auf Grundlage dieser Meßwerte konnte ein mittlerer Phasenwinkel berechnet werden. War dieser berechnete Wert ungleich Null, so wurden alle gemessenen Phasenwinkel um die Hälfte des berechneten Wertes verschoben (sogenannter y-Offset). Bei Vorversuchen zeigte sich, daß im Prinzip eine Mittelwertbildung über eine volle Umdrehung des Antriebsrades ausreichen würde. Die Reproduzierbarkeit der Meßreihen wird allerdings deutlich erhöht, wenn der Mittelwert des Phasenwinkels über mehrere Umdrehungen gebildet wird. Die Messung über vier volle Umdrehungen stellt einen guten Kompromiß zwischen Meßdauer (Datenmenge) und Reproduziergenauigkeit dar.

Am Beispiel der in Bild 6.4 dargestellten Meßreihe soll dieses Vorgehen verdeutlicht werden. Nach der Messung hatte der Phasenwinkel zu Beginn der Ungleichförmigkeitsperiode den Wert $\Omega(\varphi_t = 0) = 0$. Der mittlere Phasenwinkel wurde nach vier vollen Umdrehungen des Antriebsrades mit -0.1676° berechnet. Zu allen gemessenen Phasenwinkeln wurde daher der Wert 0.0838° hinzuaddiert; diese konstante Verschiebung in Ordinatenrichtung ist auch am Startwert $\Omega(\varphi_t = 0) \approx 0.08^\circ$ abzulesen. Aus diesem Grund beginnen auch die in Bild 6.3, S. 148, dargestellten Graphen zum Phasenwinkel nach dem Start der Messung nicht beim Wert $\Omega(\varphi_t = 0) = 0$. Wie Bild 6.3 zeigt, liegt der Vorteil dieser Vorgehensweise darin, daß die Phasenwinkel verschiedener Meßreihen nun unabhängig von der tatsächlichen Startposition verglichen werden können.

Die Überlagerung einer zusätzlichen Schwingung führt dazu, daß die Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$, d. h. die Differenz zwischen größtem und kleinstem Phasenwinkel, nach einer Umdrehung des Antriebsrades deutlich größer wird als nach einer Ungleichförmigkeitsperiode. Ein Vergleich der Graphen in Bild 6.3 und Bild 6.4 zeigt dies: die Phasenwinkelspanne beträgt nach einer Ungleichförmigkeitsperiode ungefähr 0.5° , nach einer vollen Umdrehung aber etwa 0.8° . Die Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ schwankt innerhalb einer Ungleichförmigkeitsperiode für den in Bild 6.4 dargestellten Verlauf des Phasenwinkels zwischen 0.25° und 0.5° . Dabei hat sich bei allen Meßreihen über eine volle Umdrehung gezeigt, daß zu Beginn und am Ende der Meßreihe, d. h. bei den Drehwinkeln $\varphi_t = 0^\circ$ und $\varphi_t = 360^\circ$, die Phasenwinkelspanne der Ungleichförmigkeitsperioden am größten wird. Nach etwa einer halben Umdrehung weist die Phasenwinkelspanne dagegen die kleinsten Werte auf.

Da die Frequenz dieser überlagerten Schwingung sehr gut mit der Umlauffrequenz der Kettenräder übereinstimmt, können diese Erscheinungen auf die Rundlauffehler der beiden Kettenräder zurückgeführt werden, die in einer Größenordnung von 0.01 bis 0.015 mm liegen. Auch die sich bei allen Meßreihen über eine volle Umdrehung wiederholende Änderung der Phasenwinkelspanne weist auf die Kettenräder als Ursache hin: Zum einen wird die Messung durch das Referenzsignal des antriebsseitigen Drehgebers ausgelöst; sie beginnt daher immer am gleichen Zahn und bei der gleichen Winkelstellung des Antriebsrades. Zum anderen wurde der Achsabstand bei allen Meßreihen konstant gehalten. Da sich die Kette während der Untersuchung nicht längte und eine Übersetzung $i_m = 1$ vorliegt, wird das Abtriebsrad bei Meßbeginn auch nahezu die gleichen Winkelstellungen

aufweisen. Man kann daher bei allen Meßreihen von einer gleichen Stellung der An- und Abtriebsräder ausgehen.

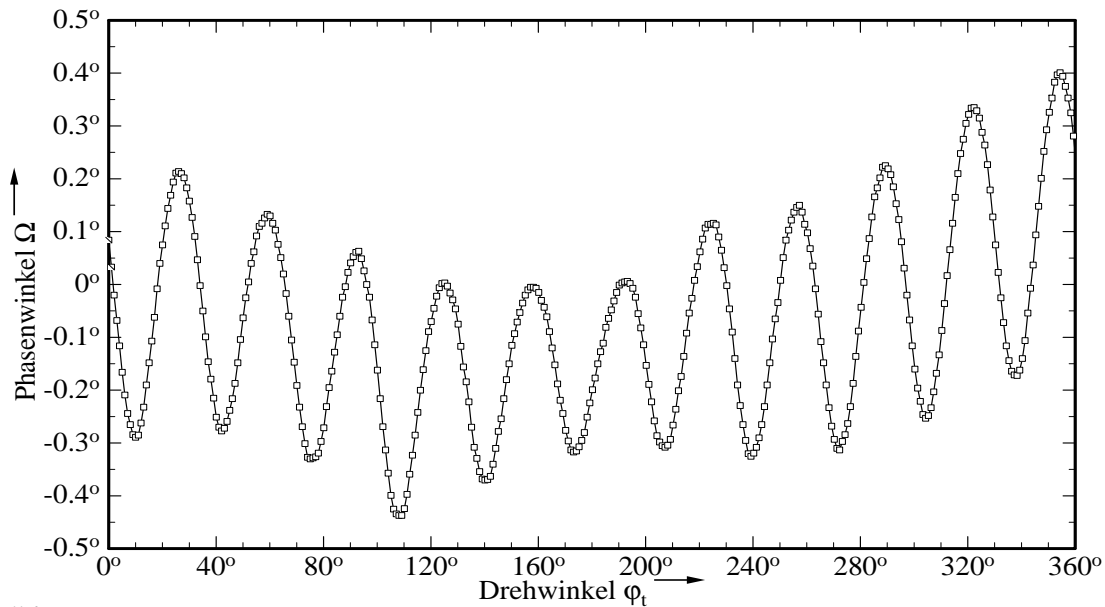


Bild 6.4: Gemessener Phasenwinkel Ω aufgetragen über dem Drehwinkel ϕ_t für eine Umdrehung des Antriebsrades (Daten: $p = 25.4$ mm, $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $i_m = 1$, $a = 774.4$ mm, $n = 212$ min⁻¹, $M = 45$ Nm, $h = r$, $f = 0$)

Soll der gemessene mit dem berechneten Phasenwinkel verglichen werden, so stellt sich die Frage, zu welcher Ungleichförmigkeitsperiode die theoretischen Ergebnisse in Bezug gesetzt werden sollen. In Bild 6.5, S. 151, sind für den Tangenten- und Sehneneinlauf die gemessenen und die berechneten Werte des Phasenwinkels vergleichend aufgetragen. Die berechneten Graphen wurden entsprechend der in Abschnitt 4.51, S. 85ff., dargestellten Vorgehensweise bestimmt. Für die Tangentenanordnung ergibt sich eine berechnete Phasenwinkelspanne von ca. 0.2° , für die Sehnenanordnung von ca. 0.4° . Bei den gemessenen Graphen handelt es sich um die ersten beiden Ungleichförmigkeitsperioden einer Meßreihe, d. h. die Phasenwinkelspanne ist hier mit am größten. Beim Tangenteneinlauf beträgt die gemessene Phasenwinkelspanne in der ersten Ungleichförmigkeitsperiode ca. 0.5° , beim Sehneneinlauf ca. 0.65° . Ein Vergleich von gemessenen und zugehörigem berechnetem Verlauf ergibt folgendes:

- Die Phasenlage des berechneten Verlaufs stimmt mit dem gemessenen Verlauf gut überein.
- Der Phasenwinkel nimmt bei der Sehnenanordnung in beiden Fällen deutlich größere Werte an als bei der Tangentenanordnung.
- Der berechnete Verlauf weist kleinere Werte auf als der gemessene Verlauf. Die Unterschiede sind umso größer, je näher die betrachtete Ungleichförmigkeitsperiode am Beginn oder Ende der vollen Umdrehung liegt. Für Ungleichförmigkeitsperioden, die in der Nähe der halben Umdrehung liegen ($\phi_t \approx 160^\circ$), stimmen die berechneten Werte (Tangenteneinlauf: $\Delta\Omega \approx 0.2^\circ$) in guter Näherung mit den gemessenen Werten (Tangenteneinlauf: $\Delta\Omega \approx 0.25^\circ$) überein.

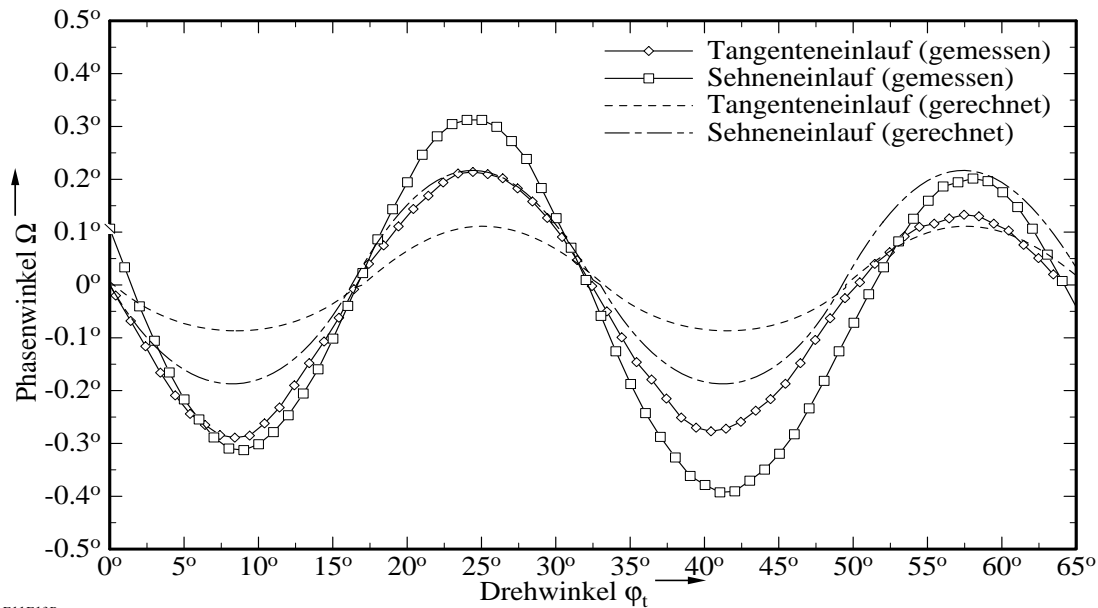


Bild 6.5: Vergleich von gemessenem und berechnetem Phasenwinkel Ω für den Tangenten- und Sehneneinlauf (Daten: $p = 25.4$ mm, $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $i_m = 1$, $a = 774.4$ mm, $n = 212$ min⁻¹, $M = 45$ Nm, $f = 0$)

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die berechneten Phasenwinkel gegenüber den gemessenen Phasenwinkeln in der Regel zu klein sind. Dies kann mehrere Ursachen haben:

- die Exzentrizität der beiden Kettenradverzahnungen wird nicht erfaßt
- die Art der Verzahnung wird nicht berücksichtigt
- das notwendige Rollenspiel erlaubt eine Veränderung der Führungshöhe
- Führungsabstand und -höhe können aufgrund von Montagetoleranzen nicht genau eingestellt werden
- die Rollenkette läuft auf einem Teilkreis, der sich von dem berechneten Teilkreis unterscheidet
- die Bewegungs- und Reibungsverhältnisse der Rolle im Zahn werden vernachlässigt
- von der Kette verursachte Schwingungen der Führung vergrößern den gemessenen Phasenwinkel

23. Folgerung

Der Phasenwinkel verläuft innerhalb einer Ungleichförmigkeitsperiode näherungsweise sinusförmig. Diesem Verlauf überlagert sich in der Regel eine weitere Schwingung mit der Umlauffrequenz der Kettenräder, die zu einer deutlichen Erhöhung der Phasenwinkelspanne führt.

24. Folgerung

Im Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Verlauf des Phasenwinkels zeigt sich, daß der berechnete Phasenwinkel in der Regel zu klein ist; er stellt den günstigsten im Betrieb anzutreffenden Verlauf dar.

Die Differenzen zwischen theoretischem und experimentell bestimmtem Phasenwinkel sind allerdings nicht so groß, daß man das den theoretischen Untersuchungen zugrundeliegende Modell (vgl. Abschnitt 3.1.1, S. 24ff.) grundsätzlich verwerfen müßte. Die mittels Berechnung erhaltenen Phasenwinkel können im günstigsten Fall auftreten. Die berechneten Phasenwinkel stellen damit eine gute Vergleichsmöglichkeit für die verschiedenen Anordnungslagen dar.

6.5.2 Einfluß der Anordnungslage

In diesem Abschnitt soll der Einfluß der Anordnungslage, d. h. der Einfluß von Führungshöhe und -abstand, untersucht werden.

In Bild 6.6, S. 153, ist die Phasenwinkelspanne über dem auf die Teilung bezogenen Einlaufabstand f_E mit der Führungshöhe als Parameter dargestellt. Neben der Tangenten- und Sehnenanordnung wurden zwei weitere Anordnungen untersucht, die oberhalb der Tangentenanordnung bzw. unterhalb der Sehnenanordnung liegen. Die Phasenwinkelspanne wurde an der ersten Ungleichförmigkeitsperiode durch eine Mittelwertbildung der aufgenommenen (drei oder mehr) Meßreihen bestimmt.

Aus Bild 6.6 ist zunächst zu erkennen, daß sich die Graphen für die verschiedenen Führungshöhen ab einem Einlaufabstand von $f_E \approx 2p$ kaum noch unterscheiden. Für kleinere Einlaufabstände differieren die Graphen allerdings erheblich. Der Graph zur Führungshöhe über der Tangentenanordnung weist über den gesamten dargestellten Bereich des Einlaufabstandes die größten Phasenwinkelspannen auf. Für die Tangentenanordnung wird die Phasenwinkelspanne mit abnehmendem Einlaufabstand immer kleiner und erreicht den kleinsten Wert beim Tangenteneinlauf. Die geringste Phasenwinkelspanne weist die Anordnung mit der Führungshöhe $h = 0.91r$ auf. Dieser mehrfach gemessene Wert entspricht nicht den Erfahrungen der Praxis und ist daher mit Vorsicht zu betrachten. Die Ursache für diesen Widerspruch liegt vermutlich darin, daß die Sehnenanordnung nur mit einer relativ großen Ungenauigkeit eingestellt werden kann, d. h. daß sich tatsächlich eine andere (günstigere) Anordnung einstellt. Bei weitergehendem Interesse empfehlen sich hierzu spezielle experimentellen Untersuchungen.

25. Folgerung

Für Einlaufabstände, die größer als das zweifache der Teilung sind, hat die Führungshöhe keinen wesentlichen Einfluß auf die Phasenwinkelspanne.

26. Folgerung

Die größten Phasenwinkeldifferenzen ergeben sich bei Führungen, die oberhalb der Tangentenanordnung liegen; die kleinsten Phasenwinkeldifferenzen treten bei Führungen unterhalb der Sehnenanordnung.

27. Folgerung

Die Phasenwinkelspanne wird auch beim Tangenteneinlauf nicht null, ist aber deutlich niedriger als beim Sehneneinlauf.

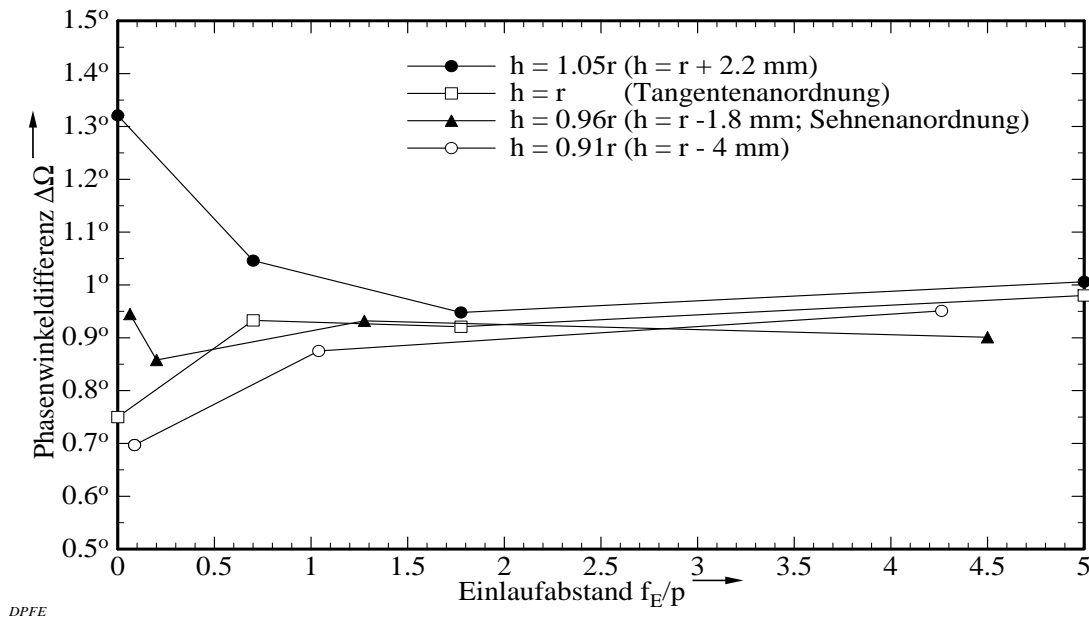


Bild 6.6: Gemessene Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ aufgetragen über dem auf die Teilung p bezogenen Einlaufabstand f_E mit der Führungshöhe als Parameter (Daten: $p = 25.4$ mm, $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $r = 45.078$ mm, $i_m = 1$, $a = 774.4$ mm, $n = 212 \text{ min}^{-1}$, $M = 45$ Nm)

In Bild 6.7, S. 154, ist der Wirkungsgrad über dem bezogenen Einlaufabstand wiederum mit der Führungshöhe als Parameter aufgetragen. Am höchsten wird der Wirkungsgrad bei der Tangentenanordnung, am niedrigsten bei den beiden Anordnungen, die am weitesten von der Tangentenanordnung wegliegen. Für Einlaufabstände $f > 4p$ entsprechen die Werte der Graphen weitgehend dem Wirkungsgrad des ungeführten Kettentriebs. Wie Vorversuche gezeigt haben, erhöht sich der Wirkungsgrad bei einer weiteren Vergrößerung des Einlaufabstandes nicht mehr. Die Graphen für die Tangenten- und Sehnenanordnung weisen im Gegensatz zu den beiden anderen Graphen ein deutlich sichtbares Minimum auf. Am größten wird der Wirkungsgrad, wenn bei der Tangenten- und Sehnenanordnung der Einlaufabstand gegen null geht. Aus dem "Knick" im Graphen für die Sehnenanordnung kann dabei nicht auf eine Verringerung des Wirkungsgrades bei sehr kleinen Führungsabständen geschlossen werden; vielmehr wird hier der Einfluß von Montage- und Meßungenauigkeiten deutlich.

28. Folgerung

Der Wirkungsgrad wird umso niedriger, je weiter die Führung von der Tangentenanordnung entfernt liegt.

29. Folgerung

Ist der Einlaufabstand größer als das drei- bis vierfache der Teilung, dann liegt der Wirkungsgrad in der gleichen Größenordnung wie beim ungeführten Kettentrieb.

30. Folgerung

Für Einlaufabstände, die dem ein- bis zweifachen der Teilung entsprechen, kann der Wirkungsgrad deutlich kleiner werden als beim ungeführten Kettentrieb.

31. Folgerung

Der mit Abstand am höchste Wirkungsgrad wird bei einem Tangenteneinlauf erreicht.

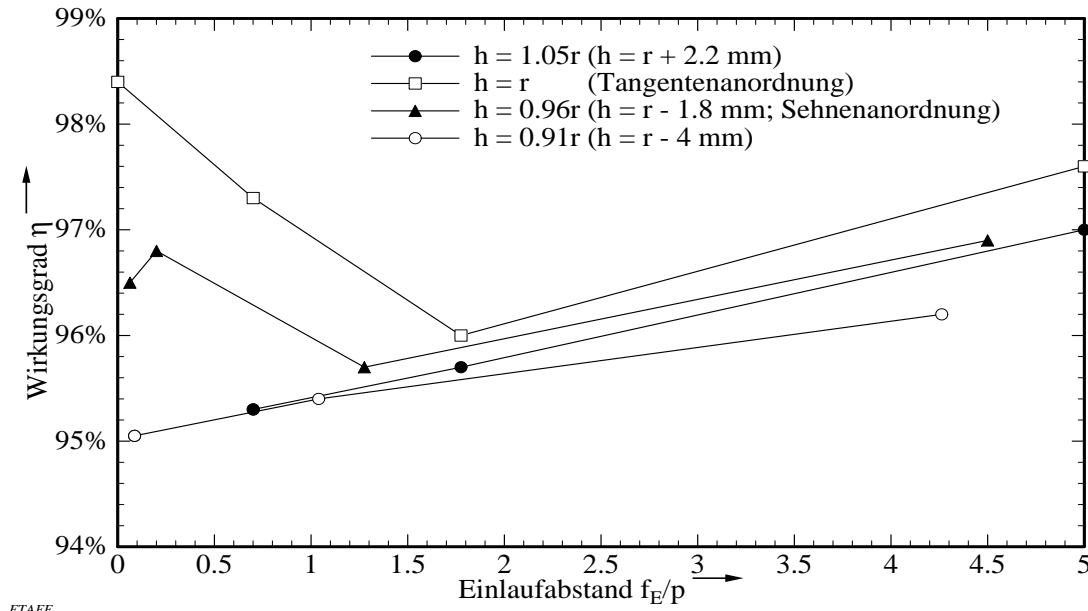


Bild 6.7: Gemessener Wirkungsgrad η aufgetragen über dem auf die Teilung p bezogenen Einlaufabstand f_E mit der Führungshöhe als Parameter (Daten: $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $r = 45.078$ mm, $i_m = 1$, $a = 774.4$ mm, $n = 212$ min⁻¹, $M = 45$ Nm)

Mit der Verringerung des Wirkungsgrades wird der Geräuschpegel (subjektiv) größer. Der meßtechnische Nachweis ist allerdings schwierig, da Messungen des Schalldruckpegels im Nahfeld des Kettentriebs problematisch sind (vgl. Abschnitt 6.2, S. 140). In guter Näherung kann man sagen, daß eine gut justierte Führung durch einen ruhigen Lauf des Kettentriebs zu erkennen ist.

Vergleicht man die auf Grundlage des kinematischen Modells (s. Abschnitt 3.1, S. 24ff.) berechneten Verläufe von Ungleichförmigkeitsgrad δ (vgl. Bild 4.37, S. 105), Beschleunigungssprung a_{EA} (vgl. Bild 4.39, S. 108) und Aufschlaggeschwindigkeit v_{St} (vgl. Bild 4.40, S. 109) mit den experimentellen Ergebnissen, so stellt man Übereinstimmung in folgenden Punkten fest:

- Ab einem Einlaufabstand von $f_E = 2p$ hat die Führungshöhe keinen wesentlichen Einfluß mehr auf das kinematische Verhalten des Kettentriebs
- Kettentriebe mit Führungen, die sehr weit über der Tangentenanordnung liegen, haben insgesamt die ungünstigsten Eigenschaften
- Die Tangentenanordnung ist im allgemeinen günstiger als die Sehnenanordnung
- Der Tangenteneinlauf zeigt erheblich bessere Ergebnisse als benachbarte Anordnungen

In einem Punkt weichen die theoretischen und experimentellen Untersuchungsergebnisse deutlich voneinander ab: Bei den experimentellen Untersuchungen weist die Phasenwinkelspanne der unterhalb der Sehnenanordnung liegenden Anordnung günstigere Werte auf als die Anordnung mit Tangenteneinlauf. Da die betreffenden Meßreihen mehrmals wiederholt

wurden, kann ein zufälliger Meßfehler ausgeschlossen werden; d. h. es muß ein systematischer Fehler vorliegen (zur Definition von Fehlern vgl. HÜTTE 1989, S. H8). Dieser Fehler kann durch eine falsche Einstellung der Führungshöhe und vor allem des Führungsabstandes der oberen Lasttrumführung verursacht worden sein. Besonders kritisch ist die Einstellung des Führungsabstandes bei Führungshöhen, die unterhalb der Tangentenanordnung liegen. In diesen Fällen muß die obere Lasttrumführung so weit von dem Teilkreis entfernt sein, daß die aus der Führung auslaufende Rolle mit einem geringen Spiel zwischen Verzahnung und oberem Führungselement passieren kann. Dieses notwendige Spiel ist auch Ursache dafür, daß ein Einlaufabstand von $f_E = 0$ in der Praxis für diese Fälle nicht erreicht werden kann. Daß solche extrem kleinen Führungshöhen das kinematische Verhalten nicht positiv beeinflussen können, zeigt auch der Verlauf des Wirkungsgrades in Bild 6.7, S. 154. Die Werte für Führungshöhen, die weit ab von der Tangentenanordnung liegen, sind deutlich schlechter als die der Tangentenanordnung. Da Anordnungslagen, die weit unterhalb der Sehnenanordnung liegen, für die Praxis keine Bedeutung haben, wurde der Widerspruch zwischen theoretischem und experimentellem Ergebnis in diesem Fall nicht weiter untersucht. Bei tiefergehendem Interesse empfehlen sich weitere experimentelle Untersuchungen, bei denen ein besonderes Augenmerk auf die Auslaufbedingung der Rolle aus der Führung gelegt werden sollte.

6.5.3 Vergleich zum ungeführten Kettentrieb

In Bild 6.8, S. 156, ist der Verlauf des Phasenwinkels beim ungeführten Kettentrieb für zwei unterschiedliche Achsabstände dargestellt. Wie bereits in den Abschnitten 2.1, S. 5ff., und 4.8.6, S. 121ff., beschrieben wurde, hängt der Ungleichförmigkeitsgrad eines ungeführten Kettentriebs stark vom Achsabstand ab. Liegen ideale Verhältnisse vor und entspricht der Achsabstand einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung ($a = 30p$), dann ist er (theoretisch) null. Verlängert man diesen Kettentrieb nur um eine halbe Teilung ($a = 30.5p$), dann wird der Ungleichförmigkeitsgrad (und damit auch die Phasenwinkelspanne) maximal. In vielen Anwendungsfällen unterliegt die Kette während der Gebrauchsdauer einem Verschleiß, bei dem sich die Teilung ändert. In diesen Fällen ist (wie auch für diese Untersuchungen) die tatsächliche Teilung und nicht die Nennteilung zu verwenden. Denn obwohl sich das Maß des Achsabstandes nicht ändert, ist ggf. das Verhältnis a/p nicht mehr ganzzahlig.

Wie aus Bild 6.8 zu sehen ist, weist der Graph für den Achsabstand $a = 30.5p$ den typisch sinusförmigen Verlauf auf; die Phasenwinkelspanne liegt hier bei etwa 1° . Im anderen Fall ist am Verlauf des Graphen die Ungleichförmigkeitsperiode nicht zu erkennen, die Phasenwinkelspanne ist hier deutlich kleiner und liegt nur noch bei ca. 0.3° . Der theoretisch vorhergesagte Ungleichförmigkeitsgrad von $\delta = 0$ ergibt sich jedoch nicht, da die Phasenwinkelspanne in diesem Fall auch zu Null werden müßte. Es ist also auch beim ungeführten Kettentrieb ein Unterschied zwischen den berechneten und gemessenen Werten festzustellen.

Interessant ist weiterhin, daß sich der theoretisch optimale Achsabstand eines ganzzahligen Vielfachen der Kettenteilung positiv auf den Wirkungsgrad auswirkt. Während der über die Meßreihen gemittelte Wirkungsgrad η beim "optimalen" Achsabstand ($a = 30p$) 97.8% beträgt, sinkt er bei dem um die halbe Teilung größeren Achsabstand ($a = 30.5p$) auf $\eta = 96.4\%$. Durch die Wahl des Achsabstandes kann der Wirkungsgrad daher um mehr als 1% verändert werden.

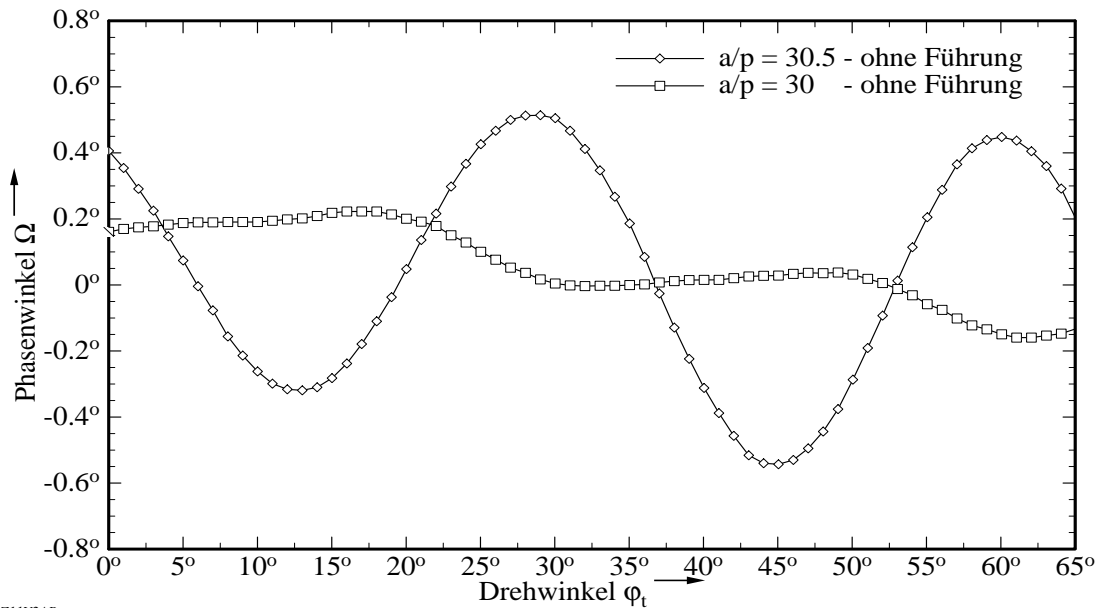


Bild 6.8: Gemessener Phasenwinkel Ω aufgetragen über dem Drehwinkel φ_t des Antriebsrades für den ungeführten Kettentrieb mit dem Achsabstand als Parameter (Daten: $p = 25.4$ mm, $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $r = 45.078$ mm, $i_m = 1$, $n = 212$ min⁻¹, $M = 45$ Nm, keine Führung)

32. Folgerung

Beim ungeführten Kettentrieb ist die Phasenwinkelspanne am kleinsten, wenn als Achsabstand ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung gewählt wird.

33. Folgerung

Beim ungeführten Kettentrieb ist der Wirkungsgrad dann am höchsten, wenn der Achsabstand einem ganzzahligen Vielfachen der Teilung entspricht. Wird dieser Achsabstand um eine halbe Teilung verändert, kann sich der Wirkungsgrad um über 1% verringern.

Im nächsten Bild 6.9, S. 157, sind die bereits in Bild 6.8, S. 156, dargestellten Graphen über eine volle Umdrehung des Antriebsrades aufgetragen. Zusätzlich wurde der Verlauf des Phasenwinkels eines Kettentriebs mit Tangenteneinlauf dargestellt.

Betrachtet man zunächst die beiden Graphen des ungeführten Kettentriebs, dann ist festzustellen, daß sich auch hier dem sinusförmigen Verlauf innerhalb einer Ungleichförmigkeitsperiode eine zusätzliche Schwingung überlagert. Diese Erscheinung ist allerdings von Meßreihe zu Meßreihe sehr verschieden, was charakteristisch für Schwingungen am ungeführten Kettentrieb ist (vgl. z. B. WELKE 1989, S. 12ff. und 127ff.). Bei den in Bild 6.9 aufgetragenen Graphen zum ungeführten Kettentrieb stimmt die Frequenz der überlagerten Schwingung beispielsweise gut mit der Umlauffrequenz der Kettenräder überein. Die Gründe hierfür wurden bereits in Abschnitt 6.5.1, S. 148ff., erläutert. Durch die überlagerte Schwingung wird die Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ über eine Umdrehung des Antriebsrades aber wiederum deutlich größer als bei der Betrachtung einer Ungleichförmigkeitsperiode. Bei dem "optimalen" Achsabstand ($a = 30p$) vergrößert sich die Phasenwinkelspanne von 0.3° auf 0.8° ;

bei dem um eine halbe Teilung verlängerten Achsabstand ($a = 30.5p$) von 1° auf 1.5° . D. h. auch beim theoretisch optimalen Achsabstand ist im Betrieb mit einem beträchtlichen Phasenwinkel zu rechnen. Es ist weiterhin zu bedenken, daß bei dem zugrundeliegenden Prüfstandskonzept (s. Abschnitt 6.3.1, S. 141), sehr gleichmäßige Betriebsbedingungen vorliegen. In der Praxis wirken auf den Kettentrieb weitere Störgrößen, so daß mit erheblich höheren Schwingungsamplituden zu rechnen ist. Auch eine Vergrößerung des Achsabstandes führt zu einer weiteren Zunahme der Schwingungen.

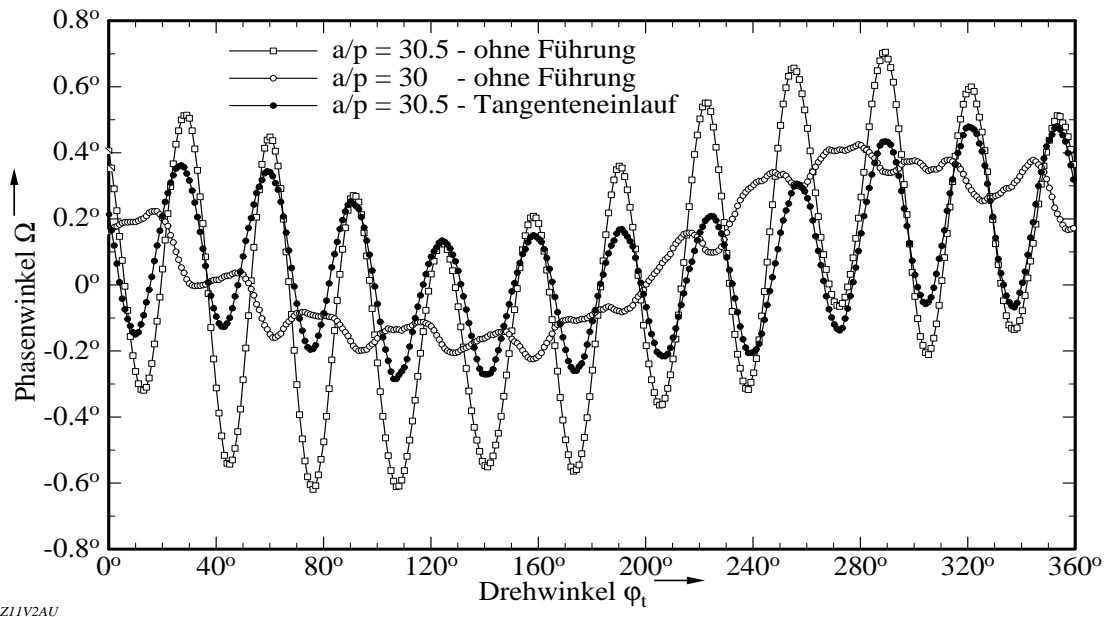


Bild 6.9: Gemessener Phasenwinkel Ω aufgetragen über dem Drehwinkel φ_t des Antriebsrades; Vergleich von Kettentrieben mit und ohne Führung (Daten: $p = 25.4$ mm, $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $r = 45.078$ mm, $i_m = 1$, $n = 212$ min $^{-1}$, $M = 45$ Nm)

In Bild 6.9 ist ferner der Verlauf des Phasenwinkels für einen Kettentrieb mit Führung (Tangenteneinlauf) aufgetragen. Die Phasenwinkelspanne innerhalb einer Ungleichförmigkeitsperiode ist beim geführten Kettentriebs deutlich kleiner als beim ungeführten Kettentrieb mit dem "ungünstigen" Achsabstand ($a = 30.5p$). Auch über eine volle Umdrehung des Antriebsrades ist ein deutlicher Unterschied in der Phasenwinkelspanne zu erkennen. Im Vergleich zum ungeführten Kettentrieb mit dem "optimalen" Achsabstand ($a = 30p$) zeigt sich, daß die Phasenwinkelspannen beider Graphen über eine volle Umdrehung des Antriebsrades in der gleichen Größenordnung liegen.

34. Folgerung

Beim Kettentrieb ohne Führung liegt die Phasenwinkelspanne im günstigsten Fall in der gleichen Größenordnung wie beim Kettentrieb mit Führung und Tangenteneinlauf; in der Regel wird die Phasenwinkelspanne beim ungeführten Kettentrieb jedoch deutlich größer sein.

Im Gegensatz zur Theorie des ungeführten Zweiradkettentriebs zeigen diese experimentellen Untersuchungen, daß ein Ungleichförmigkeitsgrad von Null nicht erreichbar ist (vgl. Abschnitt 4.7.1, S. 92ff.). Mit Hilfe einer Kettenführung kann aber die Bewegungsungleichmäßigkeit eines Kettentriebs deutlich verringert werden.

6.5.4 Auswirkungen der Spannphase

Während der Spannphase ist die kinematische Kopplung zwischen Antriebsrolle und Abtriebs- bzw. Führungsrolle nicht mit Hilfe des in Abschnitt 3.1.1, S. 24ff., dargestellten Modells beschreibbar. In Abschnitt 4.2.3, S. 68ff., wurde bereits die grundlegende Bedeutung der Spannphase für den Auslaufwechsel diskutiert. Es wurde dort auch vorgeschlagen, die Führungsanordnung so zu wählen, daß die Spannphase entfällt bzw. vernachlässigbar klein wird.

Mit Hilfe einer speziellen Führungsanordnung wurde versucht, das kinematische Verhalten des Kettentriebs beim Auslauf der Führungsrolle zu messen. Die Führung wurde am Abtrieb so angeordnet, daß ein Tangenteneinlauf vorliegt. Am Antrieb wurde die Führung stark überhöht angeordnet: die Führungshöhe wurde um den Wert einer Teilung über den Teilkreis eingestellt ($h_t = r + p$), der Führungsabstand beträgt $f_{Et} = 0$. Beim Lauf des Kettentriebs traten starke Geräusche und Schwingungen auf, so daß die Geschwindigkeit sehr niedrig gehalten werden mußte. Die Untersuchung wurde daher bei einer Drehzahl von 50 min^{-1} durchgeführt, bei welcher der Kettentrieb noch einigermaßen ruhig lief. Bereits vor Auswertung der Meßergebnisse war damit klar, daß es sich hier um eine extrem ungünstige Anordnung handelt, die man nach Möglichkeit vermeiden sollte.

In Bild 6.10, S. 159, ist der Phasenwinkel Ω über dem Drehwinkel φ_t für diesen Fall dargestellt. Die Periodizität der Ungleichförmigkeitsperiode ist nach wie vor zu erkennen. Im Unterschied zu den bisher betrachteten Verläufen sind in einer Ungleichförmigkeitsperiode zwei lokale Maxima zu erkennen. Nach dem ersten Maximum wird der Phasenwinkel zunächst etwas kleiner, steigt dann aber bis zum zweiten Maximum wieder leicht an. Der Abfall des Phasenwinkels wird dadurch zunächst herausgezögert. Wie aus dem Abstand zwischen den Meßpunkten geschlossen werden kann, wird die absteigende Flanke dann schneller durchlaufen. Die Übergänge zwischen den abfallenden und den aufsteigenden Ästen des Graphen sind allerdings nicht so stark abgerundet wie bei den bisher behandelten Fällen.

Diese Erscheinung kann wie folgt erklärt werden: Das zweite Maximum wird durch das Auslaufen der Führungsrolle verursacht. Die Führungsrolle rollt zunächst über die 90° -Ecke der Führung ab um sich dann um ein kleines Wegstück an der Stirnseite der Führung nach unten zu bewegen. Während dieser Zeit dreht sich zwar das Antriebsrad, das Abtriebsrad bewegt sich aber nicht im gleichen Maße; der Phasenwinkel wird also größer. Erst wenn die Führungsrolle keinen Kontakt mehr zur Führung hat, wird die dann neue Führungsrolle wieder direkt vom Kettenrad gezogen. Die damit einhergehende, fast sprunghafte Veränderung der Kettengeschwindigkeit kann mit als Ursache für den steigenen Geräuschpegel und die auftretenden Schwingungen genannt werden.

In Bild 6.10 ist zum Vergleich der Verlauf des Phasenwinkels für den Fall des Sehneneinlaufs dargestellt. Dadurch soll auf die Größenordnung der Phasenwinkelspanne hingewiesen werden. Obwohl die Phasenwinkelspanne des Sehneneinlaufs größer als die des Tangenteneinlaufs ist, wird sie für den oben diskutierten Fall noch größer und liegt bei 2.5° .

35. Folgerung

Aufgrund der experimentellen Untersuchungen sollten Anordnungslagen, die zu einer deutlich merkbaren Spannphase führen, vermieden werden.

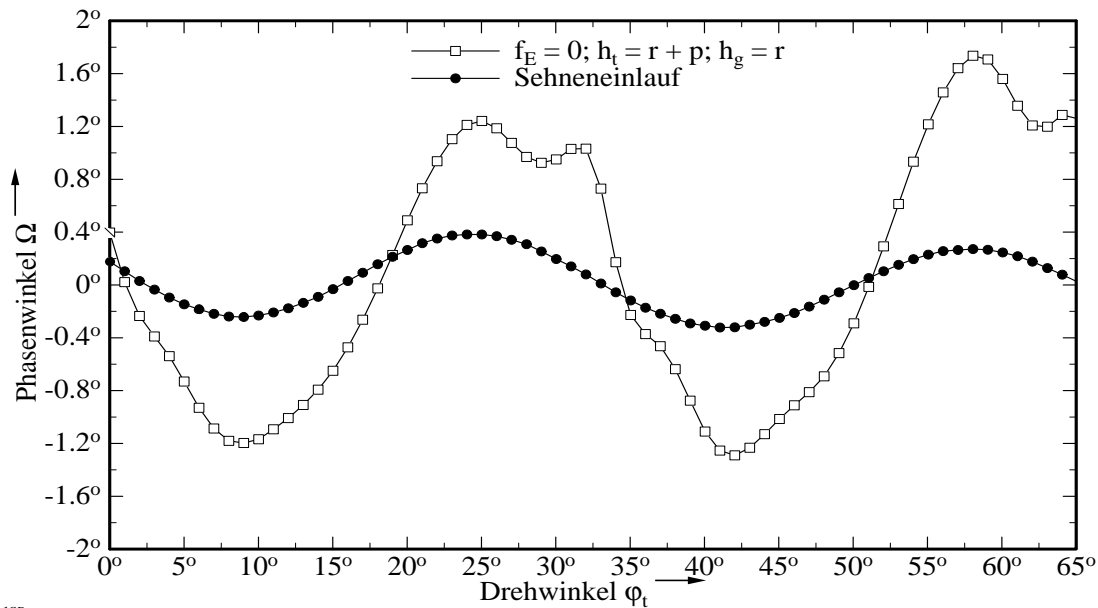


Bild 6.10: Gemessener Phasenwinkel Ω aufgetragen über dem Drehwinkel φ_t des Antriebsrades. Erster Graph für Tangenteneinlauf am Abtrieb ($h_g = r$, $f_{Eg} = 0$) und Tangentenanordnung am Antrieb ($h_t = p$, $f_{Et} = 0$). Zweiter Graph mit beidseitigem Sehneneinlauf. (Daten: $p = 25.4$ mm, $z = 11$, $\tau = 32.7^\circ$, $r = 45.078$ mm, $i_m = 1$, $n = 50$ min⁻¹, $M = 45$ Nm)

6.5.5 Einfluß der Kettengeschwindigkeit

Von Interesse ist auch die Frage, welchen Einfluß Kettengeschwindigkeit und -kraft bzw. Drehmoment auf die Phasenwinkelspanne haben.

In Bild 6.11, S. 160, ist die Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ und der Wirkungsgrad η über der Drehzahl n_t des Antriebsrades aufgetragen. Die Phasenwinkelspanne wird tendenziell mit zunehmender Drehzahl größer. Dies kann zum einen darauf zurückgeführt werden, daß am Kettentrieb bei höheren Drehzahlen vermehrt Schwingungen auftreten. Zum anderen kann die Kette bei gleichbleibender Kettenkraft und höherer Drehzahl aufgrund der Fliehkräfte auf einem größeren Teilkreis laufen. Beim Wirkungsgrad ist keine so eindeutige Tendenz festzustellen. Dies hat zur Folge, daß die Bestimmung des Wirkungsgrades für dieses Diagramm Probleme bereitet. Die kleinste Drehzahl ($n_t = 60$ min⁻¹) liegt nur knapp über der Minstdrehzahl der Drehmomentwellen, so daß hier der Wirkungsgrad nur relativ ungenau bestimmt werden kann. Für Drehzahlen über 500 min⁻¹ mußte an den Umsetzereinheiten der Meßbereich umgeschaltet werden. Die dargestellten Meßwerte sind daher mit einer etwas größeren Unsicherheit behaftet. Aus Voruntersuchungen am ungeführten Kettentrieb ist bekannt, daß der Wirkungsgrad mit zunehmender Kettengeschwindigkeit (und damit auch mit zunehmender Leistung) steigt. Es kann daher durchaus sein, daß der Wirkungsgrad für einen Kettentrieb mit Führung auch bei höherer Drehzahl größer wird. Allerdings scheint die Differenz des Wirkungsgrades für die Drehzahl 500 min⁻¹ und die Drehzahl 610 min⁻¹ etwas groß zu sein. Insgesamt muß man daher festhalten, daß der in Bild 6.11 dargestellte Verlauf des Wirkungsgrades mit Vorsicht zu betrachten ist.

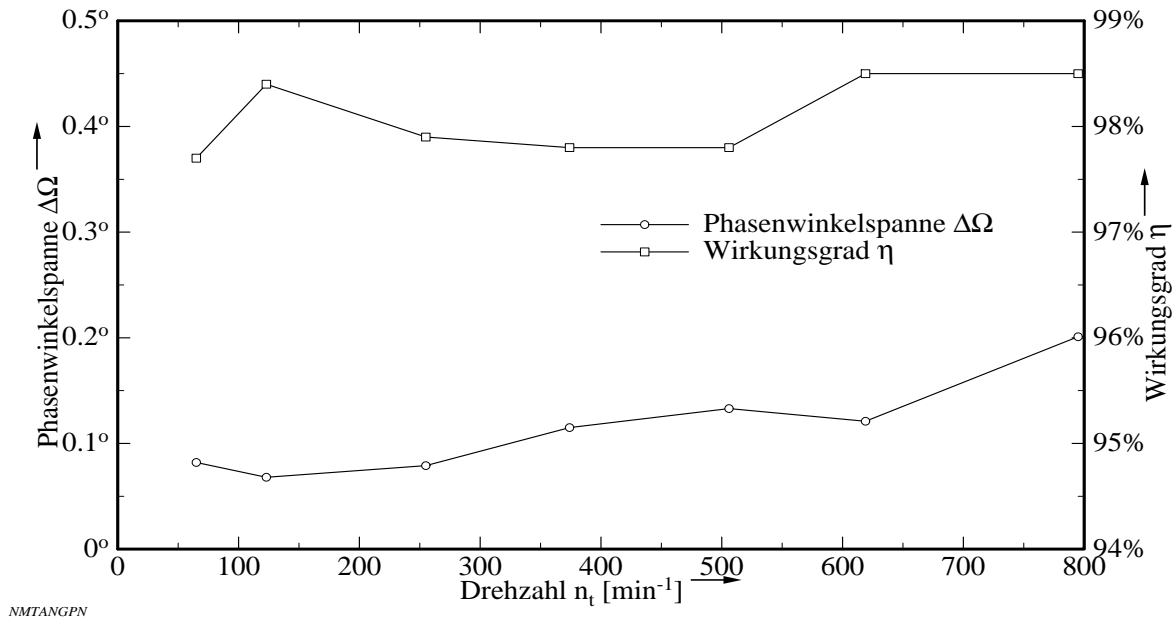


Bild 6.11: Gemessene Phasenwinkelspanne $\Delta\Omega$ und Wirkungsgrad η aufgetragen über der Drehzahl n_t des Antriebsrades beim Kettentrieb mit Tangenteneinlauf (Daten: $p = 25.4$ mm, $z = 19$, $\tau = 18.9^\circ$, $r = 154.319$ mm, $i_m = 1$, $h = r$, $f_E = 0$, $M \approx 45$ Nm)

Bei den Vorversuchen wurde auch der Einfluß der Kettenkraft bzw. des Antriebsmomentes auf die Phasenwinkelspanne bei verschiedenen Drehzahlen untersucht. Es ist jedoch kaum möglich, aus diesen Untersuchungen bei einer Erhöhung der Kettenkraft auf eine Zu- oder Abnahme der Phasenwinkelspanne zu schließen. Tendenziell läßt sich feststellen, daß höhere Kettenkräfte zu leicht geringeren Phasenwinkelspannen führen.

6.5.5 Zusammenfassung

Die experimentellen Untersuchungen haben gezeigt, daß der Einsatz von Kettenführungen zu einer Verbesserung des kinematischen Verhaltens führt: der Phasenwinkelspanne wird kleiner und der Wirkungsgrad höher.

Insgesamt weist die Anordnungslage "Tangenteneinlauf" die günstigsten Eigenschaften auf. Die Phasenwinkelspanne ist hier mit am kleinsten und der Wirkungsgrad deutlich größer als bei benachbarten Anordnungslagen. Im Vergleich zum ungeführten Kettentrieb ist bei vergleichbarer oder geringerer Phasenwinkelspanne der Wirkungsgrad höher.

Der Vergleich mit den theoretischen Ergebnissen ergibt, daß in der Regel die experimentell bestimmten Phasenwinkelspannen größer sind als vorhergesagt. Die berechneten Werte stimmen mit den Versuchsergebnissen insofern überein, als sie den im Betrieb günstigenfalls anzutreffenden Phasenwinkelspannen entsprechen.

Die Phasenwinkelspanne nimmt bei einer größeren Kettengeschwindigkeit leicht zu; mit zunehmender Kettenkraft wird sie tendenziell kleiner.

7 Hinweise für die Praxis

Im folgenden werden in komprimierter Form einige Hinweise für den in der Praxis tätigen Konstrukteur zusammengestellt. Obwohl neben den theoretischen Betrachtungen auch auf zahlreiche Untersuchungen an ausgeführten Verpackungs- und Druckmaschinen zurückgegriffen werden konnte, müssen die hier aufgeführten Hinweise nicht auf jede Anwendung zutreffen.

In der Praxis gibt es zahlreiche Gründe, um Führungen an Kettentrieben einzusetzen (vgl. Abschnitt 1.1, S. 3f.). Wenn Führungen am Kettentrieb verwendet werden, dann sollte bevorzugt der Tangenteneinlauf im Lasttrum realisiert werden (vgl. Abschnitt 2.3.1, S. 12ff.). Dabei sollte eine Führungsbahn sowohl unterhalb als auch oberhalb des Lasttrums angeordnet werden (vgl. Abschnitt 2.3.2, S. 14). Falls der Leertrum auch noch abgestützt wird, ist mit einem höheren Wirkungsgrad und einem ruhigeren Lauf zu rechnen (vgl. Abschnitt 6.4, S. 145). Erscheint die Führung mit Tangenteneinlauf zu kostspielig, dann sollte auf eine Tangentenanordnung zurückgegriffen werden, bei der die Führung so nahe wie möglich an das Kettenrad herangeführt wird. Wird der Führungsabstand (vgl. Abschnitt 3.1.1, S. 24) allerdings größer als drei Teilungen, dann verhält sich der geführte Kettentrieb kinematisch wie ein ungeführter Kettentrieb.

Bei der Tangentenanordnung wird der für den Bezug wichtige Teilkreis nicht über die Nennteilung sondern über die mittlere Teilung der Kette bestimmt. Bei 1/2"- und 1"-Rollenketten hat sich gezeigt, daß ein Spiel zwischen (der größten) Kettenrolle und Führungsbahn von 0.2 bis 0.5 mm ausreicht. Wegen der zu erwartenden Verschleißlängung sollte das Spiel zwischen Kettenrolle und oberer Führungsbahn eingestellt werden. Durch Anheben der Kette von Hand kann geprüft werden, ob noch ein Kettenlängsspiel vorhanden ist, d. h. ob die Kette nicht zu stramm gespannt wurde. Die Breite der Führungsbahn entspricht im allgemeinen der Breite der Verzahnung. Kann der Achsabstand verändert werden, so ist dafür zu sorgen, daß das Führungsschwert bzw. das Führungsende auch entsprechend nachgestellt werden kann.

Soll ein Tangenteneinlauf realisiert werden, dann ist die Breite der Kettenräder zu reduzieren. Eine Andrehung am Kettenrad ist im allgemeinen einfacher und kostengünstiger herzustellen als ein Einstich und ist daher zu bevorzugen (vgl. Abschnitt 2.3.2, S. 14ff.); allerdings muß die seitliche Führung der Kette weiterhin sichergestellt sein. Dies ist zum Beispiel dann der Fall, wenn parallele Kettenstränge miteinander verbunden sind oder die Kette durch Führungselemente über den gesamten durchlaufenden Umfang des Kettenrades geführt wird. Bei einsträngigen Kettentrieben oder ungenügender Seitenführung der Kette ist der Einstich zu bevorzugen, da sonst ein starker Verschleiß an Kette und Führung zu erwarten ist. Die verbleibende Zahnbreite sollte in etwa die Hälfte der ursprünglichen Zahnbreite nicht unterschreiten. Allerdings darf auch die Breite und die Höhe des Führungsschwertes nicht zu klein gewählt werden, da sich sonst das Führungsschwert unter der Zugkraft der Kette durchbiegt (Vorschlag: Breite mindestens ein Drittel der ursprünglichen Zahnbreite, Höhe mindestens Rollendurchmesser). Tritt trotzdem ein Rattern oder ein starker Verschleiß auf der Laufbahn des Führungsschwertes auf, so kann eine zu hohe Kettenzugkraft die Ursache sein. Läßt sich die Kettenzugkraft nicht verringern und die Biegesteifigkeit des Führungsschwertes nicht weiter erhöhen, dann muß die Führung neben der Kette angebracht werden. Auf diesen parallel zu der Kettenbahn verlaufenden Führungen können sich entweder bei Sonderketten auf einem verlängerten Bolzen zusätzlichen angebrachte Rollen abstützen oder es wird eine Duplex- oder Triplexkette verwendet (vgl. Abschnitt 2.3.2, S. 14f.). In der Regel sind diese beiden Alternativen sehr kostspielig.

Aus Kostengründen sollten die Führungen aus Halbzeugen hergestellt werden. Einige Hersteller bieten ein reichhaltiges Sortiment zur Gestaltung nahezu beliebiger Kettenbahnen an (KAT A & S, KAT Elteka, KAT Murtfeld). Die meist auf der Basis von Polyethylen hergestellten Führungselemente lassen sich sehr einfach nachbearbeiten und bieten im Rahmen der von den Herstellern angegebenen Einsatzgrenzen (zulässige Last, Geschwindigkeit und Temperatur) ein breites Anwendungsfeld. Erfahrungsgemäß werden diese Führungen oft durch Schwingungen zerstört, die insbesondere im Leertrum und bei relativ großem Spiel zwischen Kettenrolle und Führung auftreten. Ein kleineres Spiel und/oder der Einsatz eines Kettenspanners kann hier Abhilfe schaffen. Beim Tangenteneinlauf sind Führungen aus Kunststoff als Führungselement direkt am Kettenrad wegen der geringen Breite weniger geeignet. Hier empfehlen sich dann Stahlführungen (Baustahl St37, St50, Ck45 o. ä.), deren Lauffläche nur in Ausnahmefällen (sehr hohe Kettengeschwindigkeiten und/oder begrenzte Schmiermöglichkeit) vergütet werden sollten. Zu bedenken ist, daß sich nicht jede Kettenrolle immer dreht, so daß zumindestens zeitweise Gleitreibungsverhältnisse vorliegen können.

Bei Kettentrieben mit in regelmäßigen Abständen angeordneten Mitnehmern wird oft die Kettenlänge zwischen den Mitnehmern toleriert. Zu kleine Toleranzen können den Wunsch nach einer möglichst "genauen" Kette jedoch ins Gegenteil verkehren. Da die Ketten aus Einzelteilen zusammengesetzt werden, deren Abmaße statistischen Schwankungen unterliegen, führt dies im allgemeinen dazu, daß die Teilungen innerhalb der Kette stärker schwanken. Im Betrieb kann daher das dynamische Verhalten negativ beeinflußt werden. Bei einigen Anwendungen ist ferner noch der Rollenschlag zu beachten, der herstellungsbedingt oft größer ist als die tatsächliche Teilungsabweichung. Bei einer tolerierten Kettenlänge sollte daher neben der zulässigen Abweichung der Teilung auch der zulässige Rollenschlag angegeben werden. Zur Erreichung maßgenauer Kettenstränge bieten einige Kettenhersteller eine EDV-sortierte Kettenzusammenstellung an (KAT A&S).

Bei Kettentrieben mit langgliedrigen Rollenketten nach DIN 8181 werden aus Kostengründen oftmals Kettenräder für Rollenketten nach DIN 8187 verwendet. Diese Kettenräder verfügen dann über eine Zähnezahl, bei der nur noch jeder zweite Zahn von der Kette tatsächlich genutzt wird. Da der Teilungsabstand auf dem Teilkreis nicht mit der Teilung der Kette übereinstimmt, führt dies zu einer unnötigen Geräuscentwicklung und zu einem stärkeren Verschleiß der Kette. Für langgliedrige Rollenketten nach DIN 8181 sollten daher unbedingt die entsprechenden Kettenräder verwendet werden.

Das kinematische Verhalten der Kette oder der an den Kette montierten Mitnehmer wird auch durch das Kettenrad mit der kleinsten Zähnezahl beeinflußt (ggf. auch Kettenspanner beachten). Grundsätzlich sollten die Zähnezahlen so groß wie möglich gewählt werden. Daher sollten Radien der Führungsbahn, Stützräder und -rollen keine kleineren Krümmungsradien (Teilkreise) als das kleinste Kettenrad aufweisen.

Abschließend sei angemerkt, daß der Einsatz von Kettenführungen zwar das Einsatzgebiet von Ketten und den Gestaltungsspielraum des Konstrukteurs erweitert, aber zu zusätzlichen Kosten führen. Zu bedenken ist ferner, daß auch eine hohe Kettenqualität erforderlich ist. So kann insbesondere die Schiefstellung von Bolzen zu einem vorzeitigen Versagen führen und eine sehr ungleichmäßige Kettenteilung kann unerwünschte dynamische Effekte hervorrufen. Gute Laufeigenschaften zeigen insbesondere Ketten mit fließgepreßten Buchsen und Rollen.

8 Schlußbetrachtung

Diese Arbeit liefert einen Beitrag zur Beschreibung des kinematischen Verhaltens von Rollenkettenantrieben unter der Berücksichtigung von Kettenführungen. Das gewählte theoretische Modell und die verwendeten kinematischen Ersatzgetriebe ermöglichen es, das kinematische Verhalten für alle technisch sinnvollen Führungsanordnungen mit einem Berechnungsansatz zu beschreiben.

Aus den theoretischen und experimentellen Untersuchungen hat sich der Tangenteneinlauf eindeutig als die Führungsanordnung mit den insgesamt günstigsten Eigenschaften herausgestellt. Der Nachteil bei dieser Anordnung besteht darin, daß konstruktive Änderungen an Kettenrad und Führungsschiene vorgenommen werden müssen, was zu zusätzlichen Kosten führt. Durch die Reduzierung der Zahnbreite wird außerdem die übertragbare Kettenkraft geringer. Als Alternative bietet sich eine Tangentenanordnung an, bei der die Führung so dicht wie möglich an das Kettenrad heranreichen sollte.

Die Untersuchungen haben auch gezeigt, daß durch den Einsatz von Führungen die Ungleichförmigkeit des Kettentriebs nicht vollständig beseitigt werden kann. Für viele Anwendungen ist allerdings zu erwarten, daß der Ungleichförmigkeitsgrad eines geführten Kettentriebs kleiner als der des ungeführten Kettentriebs sein wird. Deutlich besser sind beim geführten Kettentrieb jedoch die Kenngrößen, die einen Einfluß sein dynamisches Verhalten haben. Die Laufruhe (und damit auch das Verschleißverhalten) sind daher bei einem geführten Kettentrieb in der Regel besser als beim ungeführten Kettentrieb. Die Ergebnisse dieser Untersuchung stimmen im wesentlichen mit den Erfahrungen der industriellen Praxis überein.

Für den Gültigkeitsbereich der in dieser Arbeit hergeleiteten Gleichungen zur Berechnung des kinematischen Verhaltens gibt es zwei wesentliche Einschränkungen:

- Damit es nicht zu kinematischen Zwangsbedingungen kommt, muß immer ein Leertrum vorhanden sein. In diesem Teil des Kettentriebs kann das kinematische Verhalten nicht bestimmt werden. Für einige Anwendungen stellt dies insofern eine Einschränkung dar, als dort Kettenspanner angebracht sind, die sich wiederum auf das dynamische Verhalten des Kettentriebs und ggf. angrenzende Systeme auswirken. Als Beispiel sei hier ein Kettentrieb zur Steuerung von Nockenwellen in einem Motor genannt, bei dem der Kettenspanner dynamische Auswirkungen auf den Ventiltrieb haben kann.
- Auf den Kettentrieb dürfen keine äußeren, zeitlich veränderlichen Kräfte (Lasten) wirken. Bei vielen Anwendungen (z. B. Verpackungs- und Druckmaschinen) ist diese Voraussetzung nicht gegeben. Die äußeren Kräfte können beispielsweise bewirken, daß die Kette in der Führung zeitweise gedehnt und gestaucht wird; die Winkelgeschwindigkeit des Antriebsrades kann daher stark schwanken.

Eine sinnvolle Möglichkeit zur Weiterentwicklung des in dieser Arbeit vorgestellten theoretischen Modells wird folglich darin gesehen, erweiterte Berechnungsansätze zu entwickeln, welche auch die auf die Kette wirkenden Kräfte berücksichtigen. Ziel sollte es dabei sein, neben dem kinematischen auch das dynamische Verhalten eines Kettensystems beschreiben zu können. Hierbei sind die Besonderheiten der jeweiligen Anwendung zu berücksichtigen. Aller Voraussicht nach wird es deshalb keinen allgemeinen Berechnungsansatz zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von geführten Kettentrieben geben können. Sinnvoll erscheint die Entwicklung von Modellen, die sich auf begrenzte Einsatzbereiche (z. B. Nockenwellenantriebe) beschränken, wobei sicherlich der Einsatz numerischer Methoden notwendig sein wird.

Literatur

Dissertationen, Bücher, Aufsätze

Vom Verfasser betreute Studien- und Diplomarbeiten sind im Text mit der Abkürzung SA bzw. DA gekennzeichnet.

ABMANN, U.; W. NESTLER; D. POLLER (1980): Berechnungsverfahren für Rollenkettengetriebe unter Berücksichtigung neuer Erkenntnisse zu Schmierung, Einlaufstoß und Kettenradfehlern
Dissertation TH Karl-Marx-Stadt, 1980

BASEDOW, G. (1975): Ketten in der Antriebstechnik
Antriebstechnik 14 (1975) 2, S. 73 - 76

BINDER, R. C. (1956): Mechanics of the Roller Chain Drive
Englewood Cliffs (USA): Prentice-Hall, 1956

BINZ, H. (1985): Untersuchung des Einlaufverschleißverhaltens von Rollenketten unter besonderer Berücksichtigung der Buchse-Lasche-Preßverbindung
Dissertation TH Darmstadt, 1985

BERENTS, R. u. a. (1989): Handbuch der Kettentechnik
Einbeck: Arnold & Stolzenberg GmbH, 1989

BOMHAUER-BEINS, R.-U. (1992): Methode zum Bestimmen verschleißbedingter Kettenlänge
Dissertation Uni Rostock, 1992

BRONSTEIN, I. N. (1981): Taschenbuch der Mathematik,
20. Aufl., Thun/Frankfurt: Harri Deutsch Verlag, 1981

BRONSTEIN, I. N. (1986): Taschenbuch der Mathematik - Ergänzende Kapitel
4. Aufl., Leipzig: Teubner Verlagsgesellschaft 1986

BUSCH, E.; J. HORAK (1976): Schubkurbelgetriebe
Vierte Auflage, Leipzig: VEB Fachbuchverlag, 1976

CAMPHAUSEN, A.; R. RIEDL (1967): Kettenübergabe an Bogen-Rotationsdruckmaschinen
IPM-Mitteilungen 9 (1967) 2, S. 55 - 59

CHAY, P. V. (1977): Analyse und Approximation des 7-Greiferwagen-Kettentriebs der Druckmaschine P17
Dissertation TH Karl-Marx-Stadt, 1977

CHAY, P. V.; H. HAGEDORN (1979): Optimierung des Greiferwagen-Kettengetriebes einer Mehrfarben-Offset-Druckmaschine
Maschinenbautechnik 28 (1979) 12, S. 540 - 542

COENEN, W. (1984): Einfluß der Schmierung auf das Verschleißverhalten von Rollenketten
Dissertation RWTH Aachen, 1984

COENEN, W. (1986): Rollenketten
VDI-Z 128 (1986) 8, S. 265 - 273

DAS GUPTA, P. K. (1970): Beitrag zur Berechnung des Einlaufstoßes im Spektrum eines Rollenkettengetriebes, in Abhängigkeit von Triebgeometrie, Kinematik und Dynamik
Dissertation RWTH Aachen, 1970

- DÖRSAM, E. (1991): Die Kette - ein Relikt der Vergangenheit oder ein modernes Maschinenelement?
Festschrift 25 Jahre Fachgebiet Maschinenelemente und Mechanik, Technische Hochschule Darmstadt 1991, S. 60 - 75, Deutsche Hochschulschriften 2034, Egelsbach: Verlag Hänsel-Hohenhausen, 1994
- DÖRSAM, E. (1994): Ein Vorschlag zur Nomenklatur moderner Kettentriebe
Festschrift anlässlich der Emeritierung von Prof. Raab, S. 65 - 73, herausgegeben von Peter Fabrig, Deutsche Hochschulschriften 2023, Egelsbach: Verlag Hänsel-Hohenhausen, 1994
- DRESCHER, T. (1991): Untersuchungen zur Entwicklung einer neuen Kette für die Übertragung hoher Zugkräfte und großer Antriebsleistung
Dissertation RWTH Aachen, 1991
- DRESSLER, K. (1974): Ausführungsformen und Vorteile von Ketten für Antriebsaufgaben
Maschinenmarkt 80 (1974) 57, S. 1115 - 1116
- DUBBEL (1983): Taschenbuch für den Maschinenbau, 15., korr. und erg. Auflage, herausgegeben von W. Beitz und K. - H. Küttner
Berlin: Springer Verlag, 1983
- ENGST, W. (1986): Rollgurtförderer für Massenströme mit höherer Geschwindigkeit bei steil ansteigender und kurviger Streckenführung
Dissertation Uni Hannover, 1986
- ETTL, E. (1964): Ursache und Wirkungen dynamischer Kräfte bei Stahlgliederbändern und Vorschläge zu deren Milderung
Dissertation TH München, 1964
- ETTL, E. (1965): Ursache und Wirkungen dynamischer Kräfte bei Stahlgliederbändern und Vorschläge zu deren Milderung
Fördern und Heben 15 (1965) 1, S. 27 - 34
- FECHER, M. (1993): Untersuchung der Auswirkungen von Kettenführungen auf die Kinematik von Kettenführungen
Studienarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1993
- FERSEN, O. v. (1991): Motoren für die 90er Jahre
Krafthand 64 (1991) 5, S. 206 - 210
- FICHTNER, F.-W. (1954): Untersuchungen über den Verschleiß von Stahlgelenkketten (Buchsenketten)
Dissertation TH Stuttgart, 1954
- FINK, M.; F. M. JANBEN (1967): Laufverbesserungen großgliedriger Kettentriebe durch Verminderung der Polygon- und Umlenkeffekte
Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 1848, Opladen: Westdeutscher Verlag, 1967
- FRONIUS, S. (1959): Berechnung von Kettentrieben
Konstruktion 11 (1959) 10, S. 383 - 390
- FROST, H. (1960): Durch Vieleck angetriebene langgliedrige Förderketten
Freiberger Forschungshefte, A167, S. 28 - 47
Berlin: Akademie Verlag, 1960
- GEISTER, E. (1928): Untersuchung der Rollenkettentriebe und der Zahnkettentriebe mit Berücksichtigung der Triebstockverzahnung
Dissertation TH Breslau, 1928

- GÖTTE, E. (1979): Untersuchungen zur Verbesserung des Lauf- und Verschleißverhaltens von außengreifenden Kettenrädern für Rundstahlgliederketten
Dissertation Uni Clausthal, 1979
- GOTOWZEW, A. A.; G. B. STOLBIN; I. P. KOTENOK (1973): Projektierung von Kettentrieben
Teilübersetzung von L. Welke, Uni Rostock, Moskau: Verlag Maschinenbau, 1973
- GLEITSMANN, K.-H. (1969): Die Mechanik der Kettentriebe
Konstruktion 21 (1969) 7, S. 272 - 276
- GRÖSEL, B. (1992): Untersuchungen zum Bewegungsablauf von Ketten über langsamlaufende Kettenräder
Fördern und Heben 42 (1992) 4, S. 232 - 236
- GROTENHÖFER, H. (1978): Untersuchung der geometrischen Größen von Ketten und Kettensternen sowie deren Einfluß auf das Laufverhalten bei Rundstahlgliederketten für den Bergbau
Dissertation RWTH Aachen, 1978
- GROTHUS, H. (1954): Massenkräfte im Kettentrieb
Industrieblatt (1954), S. 527 - 529
- HÄRTLEIN, G. (1966): Die Größe und der Verlauf der Stoßkraft beim Eingriff der Laschenkette von Stahlgliederbändern in das Kettenrad
Dissertation TH München, 1966
- HÄUTZE, F. (1975): Beitrag zur Kinematik stufenlos verstellbarer Kettengeräte
Vorträge der Fachtagung Getriebetechnik, Band 1, S. 247 - 256
TH Magdeburg, Sektion Maschinenbau, 1975
- HAGEDORN, H. (1979): Zeitlupenstudien zum Überspringen von Rollenketten
Maschinenbautechnik 28 (1979) 12, S. 535 - 537
- HAGEDORN, L. (1986): Konstruktive Getriebelehre
4. Aufl., Düsseldorf: VDI Verlag, 1986
- HERING, E.; R. MARTIN; M. STÖHRER (1989): Physik für Ingenieure
2. Aufl., Düsseldorf: VDI-Verlag, 1989
- HIRT, P. (1970): Kräfte und Bewegungen zwischen Kettenbuchse und Zahnflanke beim Lauf der Laschenkette von Stahlgliederbändern über das Kettenrad
Dissertation TH München, 1970
- HIRT, P. (1971): Kräfte und Bewegungen zwischen Kettenbuchse und Zahnflanke beim Lauf der Laschenkette von Stahlgliederbändern über das Kettenrad
Fördern und Heben 21 (1971) 12
- HOFMANN, P. (1973): Beitrag zur Kraftübertragung zwischen Kettenrad und Kette bei exzentrisch liegender Kette
Dissertation TH Stuttgart, 1973
- HOFMANN, P. (1974): Kraftübertragung zwischen Kettenrad und Kette bei exzentrisch liegender Kette
Fördern und Heben 24 (1974) 17, S. 1651 - 1658
- HOSCHEK, J.; D. LASSER (1989): Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung
Stuttgart: B. G. Teubner, 1989
- HUNG, T. Y. (1987): Kinematische Genauigkeit von Zahnriemengetrieben
Dissertation TU Dresden, 1987

- IDELBERGER, H. (1955): Die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhältnisse beim Antrieb von Stahlgliederbändern und Kettenförderern
Bergbau-Rundschau 7 (1952) 12, S. 671 - 676
- JANSEN, U. (1990): Geräuschverhalten und Geräuschminderung von Zahnriementrieben
Dissertation RWTH Aachen, 1990
Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 11, Nr. 136, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1990
- KAMINSKY, W. (1985): Beanspruchungsverhältnisse beim Eingriff in Rollenkettengetrieben
Dissertation Uni Rostock, 1985
- KETTELER, H. B. (1990): Untersuchung des Bogentransports in einer Bogen-Offsetdruckmaschine
Diplomarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1990
- KLOTH, W. (1931): Untersuchungen an Triebketten
Die Technik in der Landwirtschaft 12 (1931) 2, S. 58 - 64
- KRAFT, T. (1993): Entwicklung eines Programms zur Berechnung und Darstellung von kinematischen Größen eines Kettensystems
Diplomarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1992
- KRAUS, M. (1994): "Wartungsarme Kette" - Entwicklungsstand und bisherige Ergebnisse - Festschrift anlässlich der Emeritierung von Prof. Raab, S. 81 - 89, herausgegeben von Peter Fabrig, Deutsche Hochschulschriften 2023, Egelsbach: Verlag Hänsel-Hohenhausen, 1994
- KUNTZSCH, V. (1972): Statische und dynamische Beanspruchung von Kettenlaschen
Dissertation TH Karlsruhe, 1972
- LEIDECKER, F. (1984): Untersuchungen zur Anwendung des gratlosen Gesenkschmiedens in der Instandsetzung von Zahn- und Kettenrädern
Dissertation Ingenieurhochschule Berlin-Wartenberg, 1984
- LEIDER, M. (1980): Konstruktive Gestaltung des Rollenkettentriebs unter Berücksichtigung der Verwendungsart - Teil 1
Draht 31 (1980) 1, S. 15 - 20
- LINDE, VON DER, J. (1965): Die Schallabstrahlung von Rollenketten-Getrieben
Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 1567
Opladen: Westdeutscher Verlag, 1965
- LOHSE, P. (1986): Getriebesynthese
Vierte, neube. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 1986
- LORENZ, C. (1992): Erstellung und Implementierung eines Konzepts zur Berechnung und Darstellung der Bewegungsungleichmäßigkeiten von Kettentrieben
Diplomarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1992
- LOTZ, M. (1991): Konstruktive Optimierung des Kettentransportsystems einer Verpackungsmaschine
Studienarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1991
- LUBRICH, W. (1956): Beitrag zur Kinematik der Kettentriebe
Dissertation RWTH Aachen, 1956
- MAN ROLAND (Hrsg.) (1973): Ketten in Bogenoffsetmaschinen
Roland Nachrichten Nr. 37, S. 18 - 21, MAN Roland AG, Offenbach 1973

- MEYER ZUR CAPELLEN, W. (1958): Bewegungsverhältnisse an der geschränkten Schubkurbel
Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-
Westfalen Nr. 449
Köln, Opladen: Westdeutscher Verlag, 1958
- MÖLLER, K. (1968): Beitrag zur Problematik der Berechnung und Messung der Zugkräfte in
Ketten von Kreisförderern
Dissertation TH Darmstadt, 1968
- MONSBERGER, S. (1973): Um den Verschleiß niedrig zu halten - Auch bei
Kettenförderanlagen beginnt die Wartung schon bei der Anlagenplanung
Maschinenmarkt 79 (1973) 58, S. 1292 - 1296
- MORRISON, R. A. (1952): Polygonal Action in Chain Drives
Machine Design (September 1952), S. 155 - 159
- MÜLLER, B. (1913): Die moderne Gelenkkette und ihr Entwicklungsgang
Die Fördertechnik (1913) 3, S. 50 - 53
- MÜLLER, J. (1981a): Zur Ordnung von Führ- und Spanneinrichtungen der
Rollenkettengetriebe
Maschinenbautechnik 30 (1981) 11, S. 500 - 501
- MÜLLER, J. (1981b): Schädigungen an Rollenkettengetrieben mit Spanneinrichtungen
Maschinenbautechnik 30 (1981) 12, S. 550 - 552
- MÜLLER, J. (Hrsg.) (1983): Getriebetechnik Rollenkettengetriebe
1. Aufl., Berlin: VEB Verlag Technik, 1983
- MÜLLER, J.; D. TROPPE (1987): Übertragung von Meßwerten bewegter Meßobjekte in
Getrieben
Wissenschaftliche Zeitschrift Uni Rostock, N-Reihe, 36 (1987) 5, S. 58 - 64
- MÜLLER J.; F. WEGERT (1992): Einlaufstoß im Rollenkettengetriebe
Antriebstechnik 31 (1992) 1, S. 45 - 49
- NAGEL, T. (1990): Vergleichende Untersuchungen zu Verschleißverhalten und
Übertragungsgenauigkeit von Zahnriemengetrieben
Dissertation TU Dresden, 1990
- NICKEL, P. (1928): Der Einfluß der Kettenführung auf die Geschwindigkeitsverhältnisse bei
langgliedrigen Förderketten
Fördertechnik und Frachtverkehr XXI (1928), 7/8, S. 138 - 140 u. S. 151 - 155
- NIEMANN, G.; H. Winter (1983): Maschinenelemente, Band III, S. 105 - 146
2., neubearb. Aufl., Berlin: Springer Verlag, 1983
- NN (1981): Die Falsch-Schmierung von Rollenketten
Der Konstrukteur 12 (1981) 11, S. 54 - 56
- NN (1991): Der neue 12-Zylinder von Mercedes-Benz
Krafthand 64 (1991) 15, S. 1074 - 1078
- PANAS, M. (1991): Entwicklung von Methoden zur Bestimmung und Quantifizieren von
gesicherten Qualitätsmerkmalen für Kettenrollen
Dissertation Uni Rostock, 1991
- PAWLIK, C. (1990): Untersuchungen über den Einfluß unterschiedlich oberflächenbehandelter
Bolzen-Buchsen-Paarungen auf das Verschleißverhalten von Rollenketten
Dissertation TH Darmstadt, 1990

- PEEKEN, H. (1971): Festigkeitsuntersuchungen an Stahlgelenkketten
Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 2206
Opladen: Westdeutscher Verlag, 1971
- PEEKEN, H.; C. TROEDER, F. FISCHER (1989): Wirkungsgradverhalten von Riementrieben im Vergleich
Antriebstechnik 28 (1989) 1, S. 42 - 45
- PFEIFFER, T. (1992): Experimentelle Untersuchung des Bogentransports mit Ketten in einer Offset-Druckmaschine
Studienarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1992
- PIETSCH, P. (1965): Kettentriebe
5. neubearb. Auflage, Einbeck: Arnold & Stolzenberg GmbH, 1965
- POÓCZA, A. (1959a): Planetenrad-Nockengetriebe zum Ausgleich der Ungleichförmigkeit in Kettengerieben
VDI-Z 101 (1959) 24, S. 1130 - 1134
- POÓCZA, A. (1959b): Möglichkeiten zum Ausgleich der Ungleichförmigkeit der Bewegung langgliedriger Ketten
Konstruktion 11 (1955) 12, S. 479 - 485
- RAAB, W.; H. BINZ (1984): Drehmoment- und Drehzahlmessung an einem Kettenprüfstand
Messtechnische Briefe 20 (1984) 2, S. 35 - 40
- RAAB, W.; C. PAWLIK (1990): Maßnahmen zur Beeinflussung des Verschleißverhaltens von Rollenketten
Wissenschaftliche Zeitschrift Uni Rostock, N-Reihe; 39 (1990) 6, S. 157 - 171
- RAAB, W.; E. DÖRSAM; M. KRAUS (1992): Kein Stillstand: Lebensdauer von Rollenketten erhöhen mit konstruktiven und tribologischen Maßnahmen
Maschinenmarkt 98 (1992) 47, S. 58 - 63
- RACHNER, H.-G. (1961a): Ein Beitrag zur Frage der Kettenradverzahnung
Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 931
Opladen: Westdeutscher Verlag, 1961
- RACHNER, H.-G. (1961b): Die Drehschwingungen des Zweirad-Kettentriebes bei innerer Erregung
Dissertation RWTH Aachen, 1961
- RACHNER, H.-G. (1962): Stahlgelenkketten und Kettentriebe
Berlin: Springer Verlag, 1962
- RADISCH, W. (1991): Laufwerkskräfte und Kettenschlupf von Gleiskettenfahrzeugen
Dissertation Uni Bochum, 1991
- RADZIMOVSKY, E. I. (1955a): Elimination Pulsation in Chain Drives
Product Engineering (July 1955), S. 153 - 157
- RADZIMOVSKY, E. I. (1955b): Pulsation in Chain Drives - Six Mechanismus for Reducing Dynamic Loads
Product Engineering (July 1955), S. 168 - 169
- RANKERS, H. (1958): Angenäherte Getriebe-Synthese durch harmonische Analyse der vorgegebenen periodischen Bewegungsverhältnisse
Dissertation RWTH Aachen, 1958
- RANKERS, H. (1967): Ausgleich der ungleichförmigen Bewegung langgliedriger Ketten
Industrie-Anzeiger 89 (1967) 34, S. 723

- RINSCHÉDE, A. (1991): Methodik zur optimalen Dimensionierung von Buchsenförderketten
Dissertation Uni Dortmund, 1991
- RUNGE, K. (1929): Ausbesserungskosten einiger Landmaschinen
Dissertation Landwirtschaftliche Hochschule Berlin, 1929
- SCHEFFLER, M.; F. KURTH (1987): Grundlagen der Fördertechnik, S. 73 - 81
Berlin: VEB Verlag Technik, 1987
- SCHOBERT, H. (1980): Einfluß von Kettenrad-Rundlauf Fehlern und Kettendurchhang auf das Entstehen dynamischer Zusatzkräfte in Rollenkettengetrieben
IfL-Mitteilung 19 (1980) 5, S. 196 - 200
- SCHÖNFELD, A. (1967): Verschleißprobleme am Rollenkettentrieb unter besonderer Berücksichtigung von Transportketten
Dissertation TH Karl-Marx-Stadt, 1967
- SCHLOTTMANN, G.; W. KAMINSKY; L. WELKE (1987): Beitrag zur Ermittlung der dynamischen Kraft- und Beanspruchungsverhältnisse in Rollenkettengetrieben
Maschinenbautechnik 36 (1987) 9, S. 394 - 397
- SCHLOTTMANN, G.; L. WELKE; O. KLUTH (1990): Experimentelle Parameterermittlung für Zugmittelgetriebe
Maschinenbautechnik 39 (1990) 9, S. 397 - 402
- SCHREIVOGEL, F. (1993): Weiterentwicklung eines Modells zur Beschreibung der Kinematik von Rollenkettensystemen
Diplomarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1993
- SCHWEDLER, A. (1979): Einfluß der Funktionsstörungen infolge Kettenlängung auf die Quantifizierung der Aussonderungsgrenze von Rollenketten unter dem besonderen Aspekt der zweckmäßigen Gestaltung eines Spannradeinsatzes zur Kompensation des verschleißbedingten Leertrumdurchhanges
Dissertation Uni Rostock, 1979
- SEGIETH, C.; W. POPPY (1989): Messung des Einlaufstoßes beim Kettenumlauf an einem Raupenlaufwerk
Fördern und Heben 39 (1989) 9, S. 728 - 734
- SEGIETH, C. (1990): Verschleißuntersuchungen an Raupenlaufwerken von Baumaschinen
Dissertation TU Berlin, 1990,
Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 1, Nr. 192, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1990
- SOMMER, J. (1988): Untersuchungen zur Kraftübertragung von außengreifenden Kettenrädern auf die Rundstahlkette
Dissertation RWTH Aachen, 1988
- SPÄTH, H. (1990): Eindimensionale Spline-Interpolations-Algorithmen
München, Wien: Oldenburg Verlag, 1990
- STRÜMPFEL, H. (1984): Zur Kinematik der Kettentriebe
Wissenschaftliche Zeitschrift TH Karl-Marx-Stadt 26 (1984) 6, S. 885 - 892
- STRÜMPFEL, H. (1986): Ausgleich ungleichmäßiger Bewegung langgliedriger Ketten. Ein konstruktiv einfacher Antrieb
Industrie-Anzeiger 101 (1986), S. 26 - 27
- STRÜMPFEL, H. (1987): Zwei Getriebe zur Minderung des Polygoneffekts bei Kettentrieben
Konstruktion 39 (1987) 11, S. 456 - 458

- STRÜMPFEL, H. (1988): Zum Ausgleich der ungleichmäßigen Bewegung langgliedriger Ketten
Maschinenbautechnik 37 (1988) 2, S. 65 - 66
- STRÜMPFEL, H. (1989): Zum Antrieb von Ketten mit großer Teilung
Deutsche Hebe- und Fördertechnik (1989) 11, S. 34 - 35
- TERHOLSEN, S.; A. WILLEBRAND (1993): Untersuchung von Drehschwingungen in Riementrieben - Konsequenzen für die Auslegung
Antriebstechnik 32 (1993) 5, S. 59 - 62
- TROPPE, D.; J. MÜLLER; L. WELKE: (1991): Rückwirkungsarmes Messen von mechanischen Größen an Getrieben
VDI-Bericht 882, S. 211 - 220, Düsseldorf: VDI Verlag, 1991
- VENINO, R. (1994): Experimentelle Untersuchung des kinematischen Verhaltens von Rollenkettentrieben
Studienarbeit FG Maschinenelemente und Mechanik, TH Darmstadt 1994
- VOLMER, J. (1987): Getriebetechnik - Lehrbuch
Fünfte Auflage, Berlin: VEB Verlag Technik, 1987
- VOLMER, J. (1992): Getriebetechnik - Grundlagen
1. Aufl., Berlin: Verlag Technik, 1992
- WELKE, L. (1988): Gebrauchswerterhöhung von Rollenkettengeräten durch den Einsatz von Spanneinrichtungen
Dissertation Uni Rostock, 1988
- WELKE, L. (1990): Experimentelles Ermitteln von Bewegungsbahnen mit Hilfe der Motografie
Maschinenbautechnik 39 (1990) 9, S. 401 - 402
- WELKE, L.; MÜLLER, J. (1992): Dimensionierungsrichtlinie für Rollenkettengeräte mit Spanneinrichtung
Konstruktion 44 (1992), S. 349 - 355
- WIRRIES, D. (1988): Tribologische Modelluntersuchungen zur Ermittlung der Lebensdauer von Streckkettenpaarungen
Dissertation Uni Berlin, 1988
- WOROBJEW, N. W. (1953): Kettentriebe
2., verb. Auflage, Berlin: Verlag Technik, 1953
- WUNDERLICH, W. (1970): Ebene Kinematik
Mannheim: Bibliographisches Institut, 1970
- ZEBISCH, H.-J. (1980): Fördertechnik 1
3., überarb. u. erw. Aufl., Würzburg: Vogel-Verlag, 1980
- ZECH, J. (1974a): Beitrag zur Berechnung von Kettentrieben unter besonderer Berücksichtigung dynamischer Belastungen
Dissertation TH Karl-Marx-Stadt, 1974
- ZECH, J. (1974b): Verschleiß dynamisch beanspruchter Rollenkettengeräte
Maschinenbautechnik 23 (1974) 11, S. 499 - 502
- ZOLLNER, H. (1966): Kettentriebe
München: Carl Hanser Verlag, 1966

Normen und Richtlinien

DIN 8150	Gallketten (03.84)
DIN 8164	Buchsenketten (07.90)
DIN 8167	Förderketten mit Vollbolzen, ISO-Bauart M (03.86)
DIN 8168	Förderketten mit Hohlbolzen, ISO-Bauart MC (03.86)
DIN 8181	Rollenketten, langgliedrig (03.84)
DIN 8187	Rollenketten, Europäische Bauart (03.84)
DIN 8192	Kettenräder für Rollenketten nach DIN 8187; Baumaße (03.87)
DIN 8194	Stahlgelenkketten, Ketten und Kettenteile; Bauformen, Benennungen (03.83)
DIN 8195	Rollenketten, Kettenräder, Auswahl von Kettentrieben (07.90)
DIN 8196	Verzahnung der Kettenräder für Rollenketten (03.87)
ISO 1977	Förderketten (11.76)
ISO 9633	Fahrradketten; Anforderungen, Prüfungen (Entwurf 03.91)
ISO 10190	Motorradketten; Anforderungen und Maße (Entwurf 07.91)
VDI-2127	VDI-Richtlinie Getriebetechnische Grundlagen (02.93)
VDI-2758	VDI-Richtlinie Riemengetriebe (06.93)

Patent- und Offenlegungsschriften

PAT 1978:	Vorrichtung zur Kettengeräuschkämpfung beim Kettentrieb eines vorzugsweise motorgetriebenen Fahrzeugs DE 28 24 104 A1 vom 14.12.1978
PAT 1985:	Flexible Antriebsübertragung DE 34 28 963 A1 vom 14.03.1985
PAT 1992a:	Kettenspanner für eine Brennkraftmaschine DE 40 23 728 A1 vom 30.01.1992
PAT 1992b:	Vorrichtung zum Spannen und Verstellen eines Nockenwellenkettentriebs DE 40 23 727 A1 vom 30.01.1992
PAT 1992c:	Einstellvorrichtung zur Veränderung des Phasenwinkels zwischeneinem Antriebsrad eines Kettentriebes z. B. bei einer Bogendruckmaschine DE 40 28 756 C1 vom 26.03.1992

Kataloge und Herstellerunterlagen

KAT A & S:	Antriebstechnik: Stahlgelenkketten, Kettenräder, Kettenspanner, Kettenführungen Einbeck: Arnold & Stolzenberg GmbH, 1993
KAT ELTEKA:	Lauramid Polyamid 12 Guss - Werkstoff für die Antriebstechnik Stadtbergen: Albert Handtmann Elteka GmbH, 1984
KAT HEIDENHAIN:	Bedienungsanleitungen IK120, ROD 450 Traunreut: Johannes Heidenhain GmbH, 1992
KAT HBM	Bedienungsanleitungen T30 FN, MD 3555, N3556 A Darmstadt: Hottinger Baldwin Messtechnik, 1982
KAT KÖBO:	Präzisions-Stahlgelenk-Ketten, Präzisions-Kettenräder Wuppertal: Köhler + Bovenkamp, 1990
KAT MEILHAUS:	Bedienungs- und Programmieranleitung PC-30 DS4 München: Meilhaus Elektronik, 1992
KAT MURTFELD:	Murtfeld Kunststoffe: Werkstoff "S", Murlubric, Muratherm Dortmund: Murtfeld GmbH, 1992
KAT VIBROMETER:	Frankfurt: Vibrometer GmbH, 1992

Anhang A Berechnungsbeispiele

Für ein Antriebskettenrad mit $z = 11$ und einer Teilung von $p = 1''$ wird der prinzipielle Berechnungsgang für folgende Anordnungslagen gezeigt:

1. Beispiel: $h = 1.1 \cdot r$ und $f = 0.7 \cdot p$
2. Beispiel: $h = 0.98$ und $q_E = q_A = 3$ (Doppelwechsel)
3. Beispiel: $h = 0.9 \cdot r$ und $f = 5.4 \cdot p$

Die Daten des Kettentriebs lauten:

Zähnezahl	$z = 11$
Teilung	$p = 1'' = 25.4 \text{ mm}$
Teilungswinkel	$\tau = \frac{360^\circ}{z} = \frac{360^\circ}{11} = 32.72^\circ$
halber Teilungswinkel	$\alpha = \frac{\tau}{2} = 16.36^\circ$
Teilkreisradius	$r = \frac{p}{2 \sin \alpha} = \frac{25.4 \text{ mm}}{2 \sin(16.36^\circ)} = 45.078 \text{ mm}$
Drehzahl	$n = 50 \text{ min}^{-1}$
Winkelgeschwindigkeit	$\omega = 2\pi \cdot n = \frac{2\pi \cdot 50}{60} \text{ s}^{-1} = 5.2 \text{ s}^{-1}$
mittlere Kettengeschwindigkeit:	$v_m = n \cdot z \cdot p = \frac{50 \cdot 11 \cdot 25.4}{60} \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 232.833 \text{ mm / s}$

Mit diesen Daten werden im folgenden diese drei verschiedenen Kettentriebe berechnet, wobei unterschiedliche Führungshöhen und -abstände berücksichtigt werden. Die Berechnungsergebnisse werden mit einer für diesen Zweck hinreichenden Genauigkeit von drei Nachkommastellen angegeben. Durch die in den Berechnungsgleichungen enthaltenen trigonometrischen Funktionen ergeben sich daher zwangsläufig Rundungsfehler; für eine genaue Berechnung empfiehlt es sich, mehr Nachkommastellen zu berücksichtigen.

1. Beispiel ($h > 1$)

Für diesen Kettentrieb werden folgende Daten für die Anordnungslage so angenommen, daß die Führungshöhe oberhalb der Tangentenanordnung liegt:

Führungshöhe	$h = 1.1 \cdot r = 49.586 \text{ mm}$
Führungsabstand	$f = 0.7 \cdot p = 17.78 \text{ mm}$

Die Führungshöhe h ist um ca. 4 mm größer als der Teilkreisradius r . Diese relativ große Differenz ist bei einem realisierten Kettentrieb nicht zu erwarten. Die angenommene Führungshöhe stellt damit einen denkbar ungünstigen Fall dar. Das Verhalten der Führungsgeschwindigkeit und der Führungsbeschleunigung berechnet sich durch folgendes Vorgehen:

1. Anordnungslage auf Zulässigkeit überprüfen

Für eine vorgegebene Führungshöhe h muß nach Gl. 3.1, S. 29, der Führungsabstand folgende Bedingung erfüllen:

$$f \geq f_{\min} = \begin{cases} \sqrt{r^2 - h^2} & \text{für } h < r \\ f_{Gr \min} = -0.1 \cdot r & \text{für } h \geq r \end{cases}$$

Mit den gegebenen Daten folgt für $h > r$:

$$f_{\min} = -0.1 \cdot r = -0.1 \cdot 45.078 \text{ mm} = -4.508 \text{ mm}$$

Ein Führungsabstand von $f = 17.78 \text{ mm}$ ist demnach zulässig.

2. Starrkörperlänge bestimmen

Die Starrkörperlänge k wird über den Starrkörperfaktor q nach Gl. 4.77 oder Gl. 4.78, S. 78, berechnet. Mit den gegebenen Daten ergibt sich für den Starrkörperfaktor q_A

$$q_A \cong \text{int} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{17.78^2 + 49.586^2 - 45.078^2}{25.4^2}} \right)$$

$$q_A \cong \text{int}(1.68) = 1$$

und für die Starrkörperlänge k nach Gl. 4.80, S. 79:

$$q_E = q_A + 1 = 2$$

$$k_A = q_A \cdot p = 1 \cdot 25.4 \text{ mm} = 25.4 \text{ mm}$$

$$k_E = q_E \cdot p = 2 \cdot 25.4 \text{ mm} = 50.8 \text{ mm}$$

3. Einlaufwinkel berechnen

Der Einlaufwinkel berechnet sich nach Gl. 4.43, S. 60, und mit den gegebenen Daten erhält man:

$$\begin{aligned} \varphi_E &= \arcsin \left(\frac{49.586}{45.078} \frac{1}{\sqrt{\frac{50.8}{45.078} \left(\frac{50.8}{45.078} - 2 \sin 16.364^\circ \right) + 1}} \right) - \arctan \left(\frac{\frac{45.078}{50.8} - \sin 16.364^\circ}{\cos 16.364^\circ} \right) \\ &= \arcsin(0.86) - \arctan(0.631) = 59.347^\circ - 32.26^\circ = 27.087^\circ \end{aligned}$$

4. Auslaufwinkel berechnen

Der Auslaufwinkel berechnet sich nach Gl. 4.56, S. 64, insbesondere gilt für $f > 0$:

$$\begin{aligned} \varphi_A &= \arctan \left(\frac{49.586}{17.78} \right) - \arcsin \left(\frac{17.78^2 + 49.586^2 + 45.078^2 - 25.4^2}{2 \cdot 45.078 \sqrt{17.78^2 + 49.586^2}} \right) \\ &= \arctan(2.789) - \arcsin(0.876) = 70.274^\circ - 61.20^\circ = 9.074^\circ \end{aligned}$$

5. Technische Auslaufbedingung überprüfen

Nach Gl. 4.61, S. 66, ist zu überprüfen, ob der Auslaufwinkel innerhalb der zulässigen Grenzen liegt. Dazu werden die Steigungen überprüft, die sich nach Gl. 4.59, S. 66 ergeben:

$$m_{1A} = 0.476 \quad m_{AF} = 0.166 \quad m_{A2} = 0.134$$

Die Bedingung $m_{1A} > m_{AF} > m_{A2}$ nach Gl. 4.60, S. 66, ist erfüllt, d. h. der Auslaufwinkel wurde richtig bestimmt; die Starrkörperlänge muß nicht korrigiert werden.

6. Maximalen Spannwinkel und -weg berechnen

a) Maximaler Spannweg $s_{Sp \max}$

Der maximale Spannweg kann nur dann auftreten, wenn sich das Antriebsrad beim Aufspannen des Starrkörpers nach dem Auslaufwechsel nicht weiterdreht, d. h. $\varphi_{Sp} = \varphi_A$ bzw. $\Delta\varphi_{Sp} = 0$. Mit Gl. 4.69, S. 70, ergibt sich mit

$$\hat{k} = k_E, \quad \hat{\varphi} = \varphi_A \quad \text{und} \quad \hat{p} = p:$$

$$s_{Sp \max} = \left| 45.078 \cdot \sin(9.074^\circ) - 45.078 \cdot \sqrt{\left(\frac{50.8}{45.078}\right)^2 - \left(\frac{49.586}{45.078} - \cos(9.074^\circ)\right)^2} \right| - 17.78 - 25.4$$
$$= 0.257 \text{ mm}$$

Der maximale Spannweg beträgt ca. 1% der Teilung.

b) Maximaler Spannwinkel $\varphi_{Sp \max}$

Unter der Voraussetzung, daß sich die Führungsrolle beim Auslaufwechsel nicht weiterbewegt, kann der maximale Spannwinkel nach Gl. 4.73, S. 73, berechnet werden:

$$\varphi_{Sp \max} = \arctan\left(\frac{49.586}{17.78 + 25.4}\right) - \arcsin\left(\frac{(17.78 + 25.4)^2 + 49.586^2 + 45.078^2 - 50.8^2}{2 \cdot 45.078 \sqrt{(17.78 + 25.4)^2 + 49.586^2}}\right)$$
$$= 48.95^\circ - 39.55^\circ = 9.4^\circ$$

Der maximale Spannwinkel ist damit um etwa 0.33° größer als der Auslaufwinkel φ_A und beträgt damit etwa ein hundertstel des Teilungswinkels.

7. Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode festlegen

Nach Gl. 3.9 und 3.11, S. 37, wird die Ungleichförmigkeitsperiode durch die Periodenwinkel Ψ_{\min} und Ψ_{\max} beschränkt:

$$\Psi_{\max} = \varphi_E = 27.087^\circ$$

$$\Delta\Psi = 2\alpha = 32.723^\circ$$

$$\Psi_{\min} = \Psi_{\max} - \Delta\Psi = -5.636^\circ$$

Daraus ergeben sich folgende Winkelbereiche:

$-5.636^\circ < \varphi \leq 27.087^\circ$	für die Ungleichförmigkeitsperiode
$-5.636^\circ < \varphi \leq 9.074^\circ$	für die Auslaufphase
$9.074^\circ < \varphi \leq 9.4^\circ$	für die Spannphase
$9.4^\circ < \varphi \leq 27.087^\circ$	für die Einlaufphase

8. Führungsgeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit der Kette in der Führung kann durch Gl. 4.21, S. 48, berechnet werden:

$$v = 45.078 \cdot 5.2 \left[\cos \varphi + \sin \varphi \cdot \frac{\frac{49.586}{k} - \frac{45.078}{k} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{49.586}{k} - \frac{45.078}{k} \cos \varphi \right)^2}} \right] \text{ mm/s}$$

mit $k = k_A = 25.4 \text{ mm}$

für Auslaufphase mit $-5.636^\circ < \varphi \leq 9.074^\circ$

mit $k = k_E = 50.8 \text{ mm}$

für Einlaufphase mit $9.4^\circ < \varphi \leq 27.087^\circ$

Der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit ist in Bild A.1, S. 168, dargestellt. Dabei wurde angenommen, daß der maximale Spannwinkel $\varphi_{\text{Sp max}}$ auftritt. Um die kinematische Entkopplung in der Spannphase hinzuweisen, wurden keine Werte angegeben.

9. Führungsbeschleunigung

Die Führungsbeschleunigung kann mit Hilfe von Gl. 4.27, S. 51, berechnet werden:

$$a = 45.078 \cdot 5.2^2 \left[-\sin \varphi + \cos \varphi \cdot \frac{\frac{49.586}{45.078} - \frac{45.078}{k} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{49.586}{45.078} - \frac{45.078}{k} \cos \varphi \right)^2}} + \frac{45.078}{k} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{49.586}{45.078} - \frac{45.078}{k} \cos \varphi \right)^2 \right)^3}} \right] \text{ mm/s}^2$$

mit $k = k_A = 25.4 \text{ mm}$

für Auslaufphase mit $-5.636^\circ < \varphi \leq 9.074^\circ$

mit $k = k_E = 50.8 \text{ mm}$

für Einlaufphase mit $9.4^\circ < \varphi \leq 27.087^\circ$

Der Verlauf der Führungsbeschleunigung ist in Bild A.1, S. 168, dargestellt; wobei wie bei der Darstellung der Führungsgeschwindigkeit für die Spannphase keine Werte angegeben wurden.

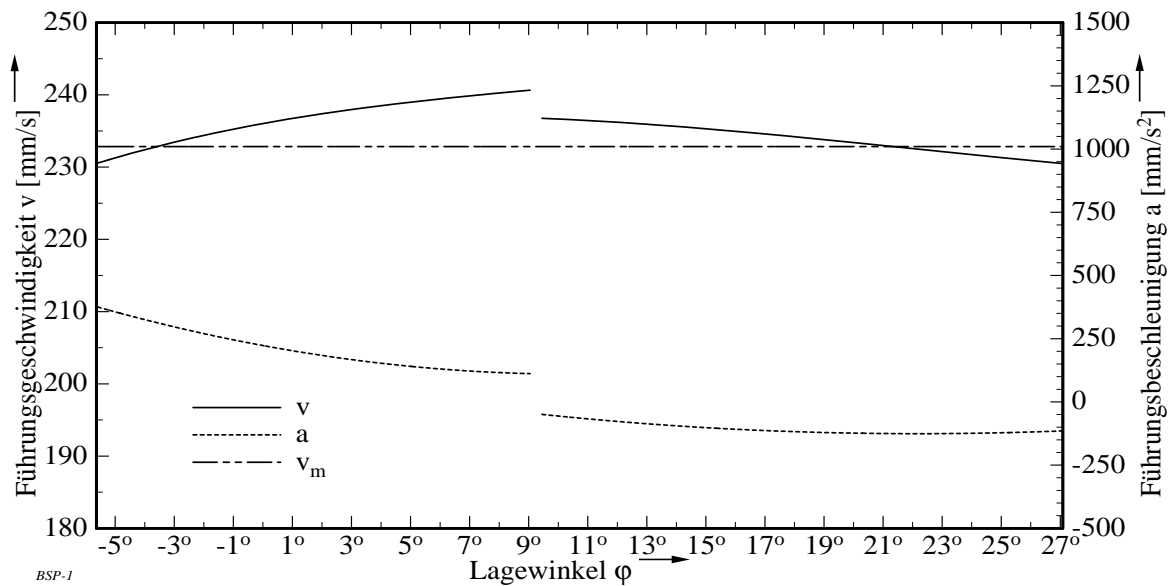


Bild A.1: Führungsgeschwindigkeit und -beschleunigung für das 1. Beispiel aufgetragen über dem Lagewinkel φ (Daten: $z = 11$, $p = 25.4$ mm, $\omega = 5.2$ s⁻¹, $r = 45.078$ mm, $h = 1.1r = 49.586$ mm, $f = 17.78$ mm)

2. Beispiel ($h \approx 1$)

Für diesen Kettentrieb werden die Daten für die Anordnungslage so gewählt, daß ein Doppelwechsel vorliegt:

$$\text{Führungshöhe} \quad h = 0.99 \cdot r = 44.177 \text{ mm}$$

$$\text{Starrkörperfaktor} \quad q_A = q_E = 3 \quad (\text{Doppelwechsel})$$

Das Verhalten der Führungsgeschwindigkeit und der Führungsbeschleunigung berechnet sich durch ein zum 1. Beispiel analoges Vorgehen. Die betreffenden Gleichungen werden bei der Berechnung nur noch dann angegeben, wenn sie von der Berechnung des ersten Beispiels abweichen. Zuvor muß jedoch noch der Führungsabstand f so bestimmt werden, daß ein Doppelwechsel vorliegt.

0. Führungsabstand für Doppelwechsel bestimmen

Die Bedingungen für einen Doppelwechsel sind in Gl. 4.74 bzw. Gl. 4.75, S. 76, formuliert. Durch Auflösen der Gl. 4.73 nach f ergibt sich mit den gegebenen Daten:

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{45.078^2 + (3^2 - 3) \cdot 25.4^2 - 44.177^2} \text{ mm} \\ &= 62.86 \text{ mm} \quad (\approx 2.5 \cdot p) \end{aligned}$$

1. Anordnungslage auf Zulässigkeit überprüfen

$$f \geq f_{\min}^! = \sqrt{r^2 - h^2} = \sqrt{45.078^2 - 44.177^2} \text{ mm} = 8.968 \text{ mm}$$

Ein Führungsabstand von $f = 62.86 \text{ mm}$ ist demnach zulässig.

2. Starrkörperlänge bestimmen

Zur Probe soll der Starrkörperfaktor überprüft werden.

$$q_A \cong \text{int} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{62.86^2 + 44.177^2 - 45.078^2}{25.4^2}} \right)$$

$$q = q_A = 2,999... \approx 3$$

Der berechnete Starrkörperfaktor entspricht der Annahme von $q = 3$. Für die Starrkörperlänge k ergibt sich:

$$k = k_A = k_E = q \cdot p = 3 \cdot 25,4 \text{ mm} = 76,2 \text{ mm}$$

3. Einlaufwinkel berechnen

$$\begin{aligned} \varphi_E &= \arcsin \left(\frac{44.177}{45.078} \frac{1}{\sqrt{\frac{76.2}{45.078} \left(\frac{76.2}{45.078} - 2 \sin 16.364^\circ \right) + 1}} \right) - \arctan \left(\frac{\frac{45.078}{76.2} - \sin 16.364^\circ}{\cos 16.364^\circ} \right) \\ &= 35.099^\circ - 17.896^\circ = 17.203^\circ \end{aligned}$$

4. Auslaufwinkel berechnen

$$\begin{aligned} \varphi_A &= \arctan \left(\frac{44.177}{62.86} \right) - \arcsin \left(\frac{62.86^2 + 44.177^2 + 45.078^2 - 25.4^2}{2 \cdot 45.078 \sqrt{62.86^2 + 44.177^2}} \right) \\ &= 35,099^\circ - 17,896^\circ = 17,203^\circ \end{aligned}$$

5. Technische Auslaufbedingung überprüfen

Da $\varphi_E = \varphi_A$ ist, handelt es sich tatsächlich um einen Doppelwechsel. Die technische Auslaufbedingung muß für diesen Fall nicht überprüft werden.

6. Maximalen Spannwinkel und -weg berechnen

a) Maximaler Spannweg $s_{Sp \max}$

$$\begin{aligned} s_{Sp \max} &= \left| 45.078 \cdot \sin(17.203^\circ) - 45.078 \cdot \sqrt{\left(\frac{76.2}{45.078} \right)^2 - \left(\frac{44.177}{45.078} - \cos(17.203^\circ) \right)^2} \right| - 62,86 - 25,4 \\ &= 0 \text{ mm} \end{aligned}$$

Der maximale Spannweg ist Null, da sich die Starrkörperlänge beim Doppelwechsel nicht verändert.

b) Maximaler Spannwinkel φ_{Spmax}

$$\varphi_{\text{Spmax}} = \arctan\left(\frac{44.177}{62.86 + 25.4}\right) - \arcsin\left(\frac{(62.86 + 25.4)^2 + 44.177^2 + 45.078^2 - 76.2^2}{2 \cdot 45.078 \sqrt{(62.86 + 25.4)^2 + 44.177^2}}\right)$$

$$= 26.589^\circ - 42.112^\circ = -15.523^\circ$$

Bei genauer Berechnung findet man, daß der Winkelbereich der Spannphase $\Delta\varphi_{\text{Sp}} < 0.001^\circ$ beträgt und damit vernachlässigt werden kann. Der maximale Spannwinkel entspricht i. ü. genau dem unteren Periodenwinkel Ψ_{min} .

7. Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode festlegen

$$\Psi_{\text{max}} = \varphi_E = 17.203^\circ$$

$$\Delta\Psi = 2\alpha = 32.723^\circ$$

$$\Psi_{\text{min}} = \Psi_{\text{max}} - \Delta\Psi = -15.52^\circ$$

Unter Vernachlässigung der Spannphase ergibt sich folgender Winkelbereich:

$$-15.52^\circ < \varphi \leq 17.203^\circ \quad \text{für die Ungleichförmigkeitsperiode}$$

Die Ungleichförmigkeitsperiode kann beim Doppelwechsel nicht mehr in eine Ein- und Auslaufphase unterteilt werden.

8. Führungsgeschwindigkeit

$$v = 45.078 \cdot 5.2 \left[\cos \varphi + \sin \varphi \cdot \frac{\frac{44.177}{76.2} - \frac{45.078}{76.2} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{49.586}{76.2} - \frac{45.078}{76.2} \cos \varphi \right)^2}} \right] \text{ mm/s}$$

Der Verlauf der Führungsgeschwindigkeit ist in Bild A.2, S. 171, dargestellt.

9. Führungsbeschleunigung

$$a = 45.078 \cdot 5.2^2 \left[-\sin \varphi + \cos \varphi \cdot \frac{\frac{44.177}{45.078} - \frac{45.078}{76.2} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{44.177}{45.078} - \frac{45.078}{76.2} \cos \varphi \right)^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{45.078}{76.2} \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{44.177}{45.078} - \frac{45.078}{76.2} \cos \varphi \right)^2 \right)^3}} \right] \text{ mm/s}^2$$

Der Verlauf der Führungsbeschleunigung ist in Bild A.2, S. 171, dargestellt.

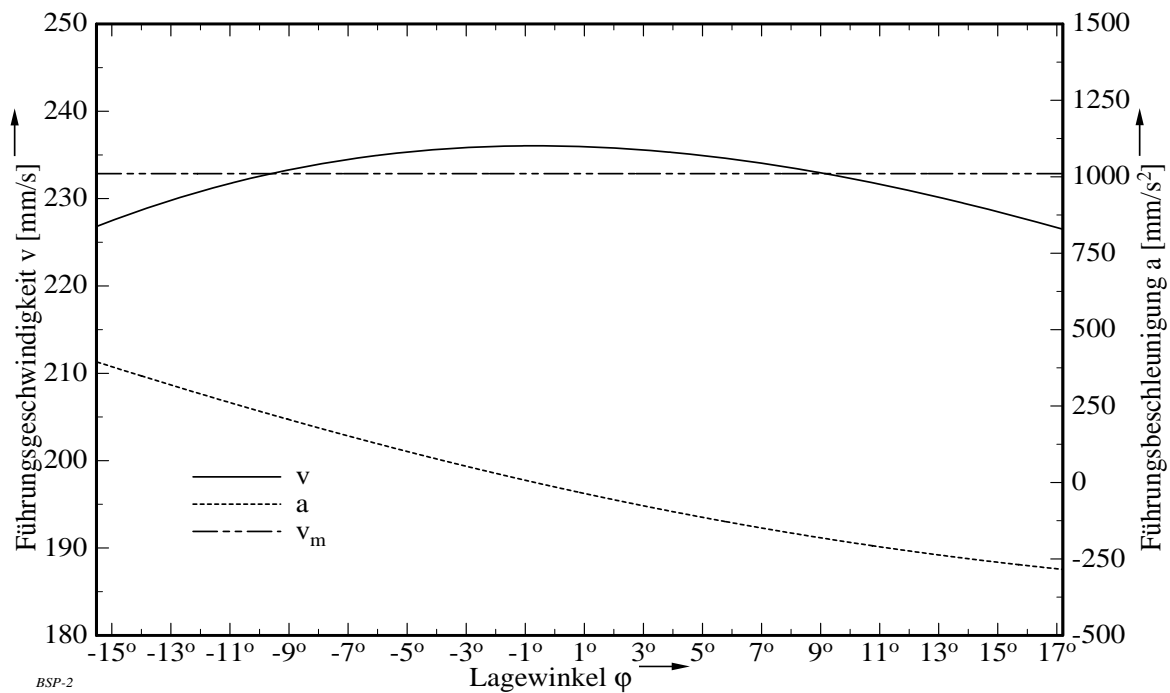


Bild A.2: Führungsgeschwindigkeit und -beschleunigung für das 2. Beispiel aufgetragen über dem Lagewinkel φ (Daten: $z = 11$, $p = 25.4$ mm, $\omega = 5.2$ s⁻¹, $r = 45.078$ mm, $h = 0.98r = 44.177$ mm, $f = 62.86$ mm, Doppelwechsel)

3. Beispiel ($h < 1$)

Für diesen Kettentrieb werden die Daten für die Anordnungslage so gewählt, daß die Führungshöhe deutlich unterhalb der Tangentenanordnung liegt:

$$\text{Führungshöhe} \quad h = 0.9 \cdot r = 40.57 \text{ mm}$$

$$\text{Führungsabstand} \quad f = 5.4 \cdot p = 5.4 \cdot 25.4 = 137.16 \text{ mm}$$

Das Verhalten der Führungsgeschwindigkeit und der Führungsbeschleunigung berechnet sich durch ein zum 1. Beispiel analoges Vorgehen.

1. Anordnungslage auf Zulässigkeit überprüfen

$$f_{\min} = 19.649 \text{ mm} > f = 137.16 \text{ mm}$$

2. Starrkörperlänge bestimmen

$$q_A \cong \text{int}(5.868) = 5$$

$$q_E = q_A + 1 = 6$$

$$k_A = q_A \cdot p = 5 \cdot 25.4 \text{ mm} = 127 \text{ mm}$$

$$k_E = q_E \cdot p = 6 \cdot 25.4 \text{ mm} = 152.4 \text{ mm}$$

3. Einlaufwinkel berechnen

$$\varphi_E = 16.106^\circ - 0.839^\circ = 15.267^\circ$$

4. Auslaufwinkel berechnen

$$\varphi_A = 16.477^\circ - 29.56^\circ = -13.083^\circ$$

5. Technische Auslaufbedingung überprüfen

$$m_{IA} = 0.057 > m_{AF} = -0.026 > m_{A2} = -0.294$$

6. Maximalen Spannwinkel und -weg berechnen

a) Maximaler Spannweg $s_{Sp \max}$

$$s_{Sp \max} = 0.007 \text{ mm}$$

Der maximale Spannweg ist bei dieser Anordnung der Führung sehr klein; er kann daher vernachlässigt werden.

b) Maximaler Spannwinkel φ_{Smax}

$$\varphi_{Smax} = 14.013^\circ - 27.086^\circ = -13.073^\circ$$

Der Unterschied zwischen dem Auslaufwinkel und dem maximalen Spannwinkel beträgt weniger als 0.01° . Bei der Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufes kann die Spannphase daher vernachlässigt werden.

7. Phasen der Ungleichförmigkeitsperiode festlegen

$$\Psi_{\max} = \varphi_E = 15.267^\circ$$

$$\Delta\Psi = 2\alpha = 32.723^\circ$$

$$\Psi_{\min} = \Psi_{\max} - \Delta\Psi = -17.456^\circ$$

Daraus ergeben sich folgende Winkelbereiche:

$$-17.456^\circ < \varphi \leq 15.267^\circ \quad \text{für die Ungleichförmigkeitsperiode}$$

$$-17.456^\circ < \varphi \leq -13.083^\circ \quad \text{für die Auslaufphase}$$

$$-13.083^\circ \leq \varphi \leq -13.073^\circ \quad \text{für die Spannphase}$$

$$-13.073^\circ < \varphi \leq 15.267^\circ \quad \text{für die Einlaufphase}$$

Die Spannphase kann vernachlässigt werden.

8./9. Verlauf von Führungsgeschwindigkeit und -beschleunigung

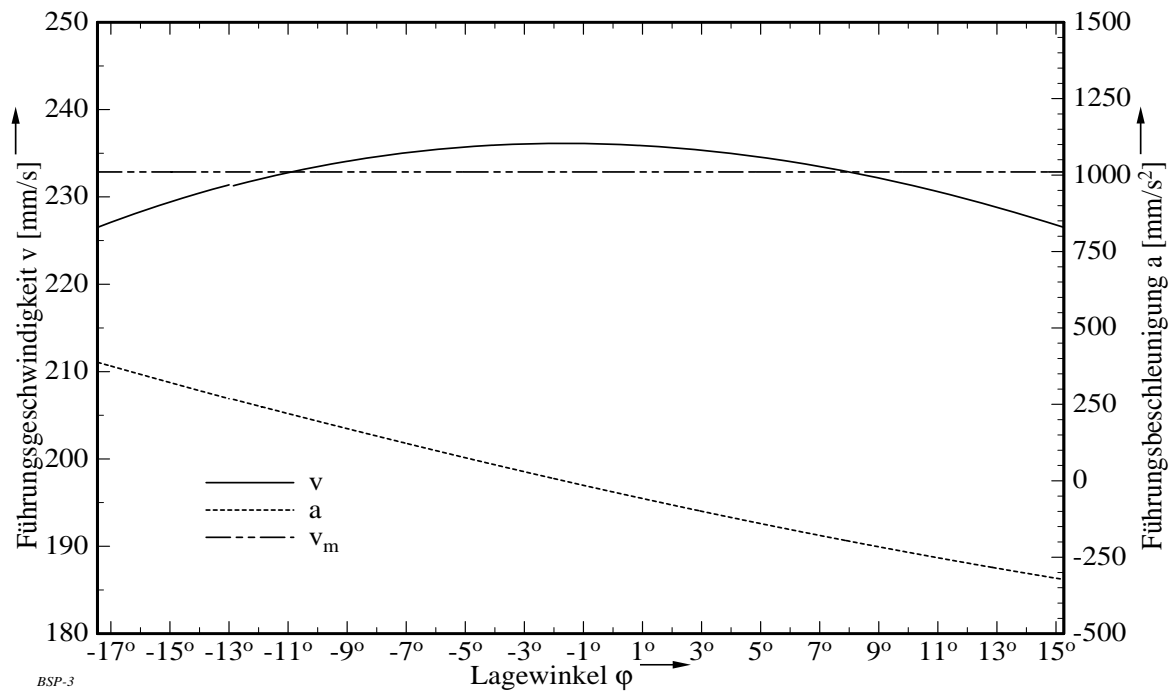
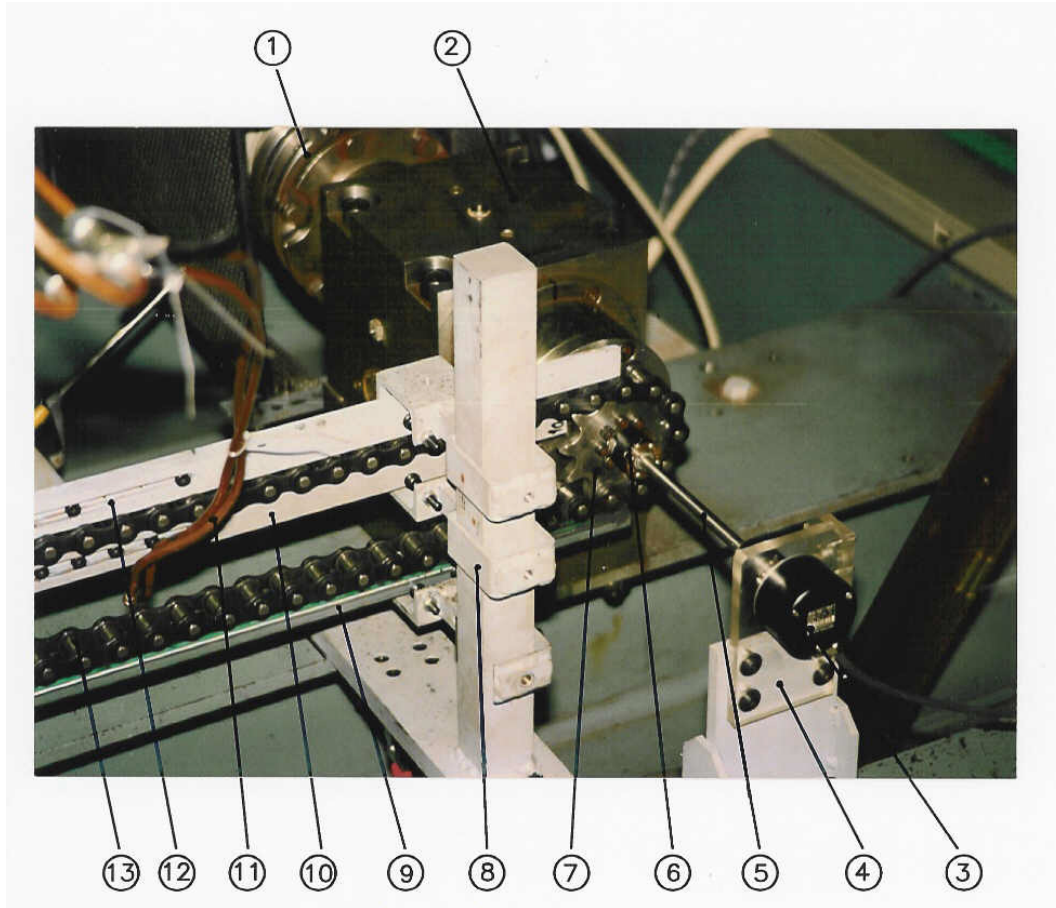


Bild A.3: Führungsgeschwindigkeit und -beschleunigung für das 3. Beispiel aufgetragen über dem Lagewinkel φ (Daten: $z = 11$, $p = 25.4$ mm, $\omega = 5.2$ s⁻¹, $r = 45.078$ mm, $h = 0.9r = 40.57$ mm, $f = 137.16$ mm)

Anhang B

Photographie Meßaufbau Abtriebsstrang



- (1) Drehmomentmeßwelle
- (2) Lagerbock
- (3) Drehgeber
- (4) Plexiglashalterung
- (5) Verbindungswelle
- (6) Drehsteife Kupplung
- (7) Kettenrad
- (8) Halterung für Führung
- (9) Führungsschiene Leertrum (unten)
- (10) Untere Führungsschiene Lasttrum
- (11) Schmierstoffzufuhr
- (12) Obere Führungsschiene Lasttrum
- (13) 1"-Rollenkette DIN 8187-1

Anhang C Zeichnungen

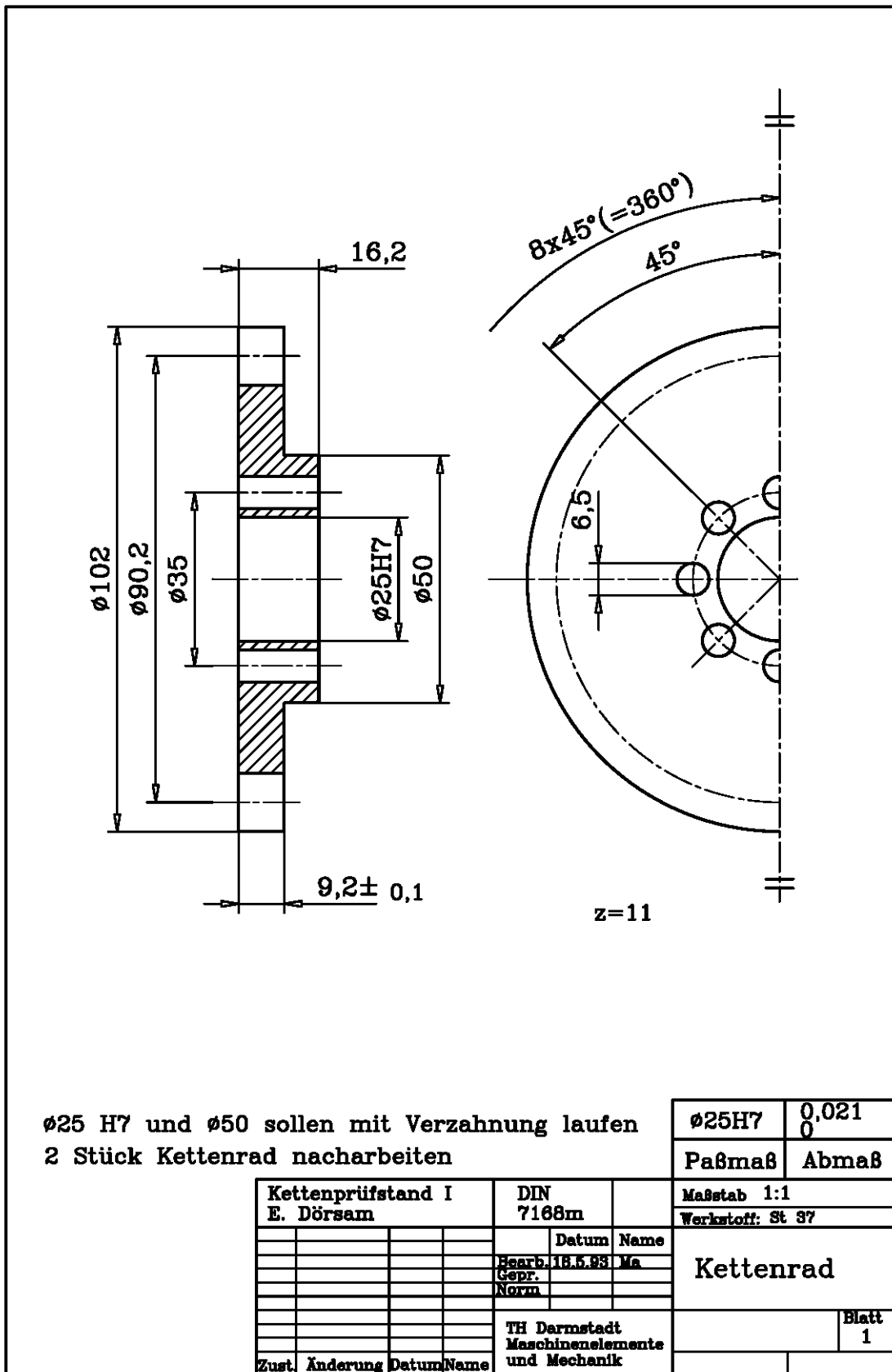


Bild C.1: Zeichnung des Kettenrades (auf 80% verkleinerte Darstellung)

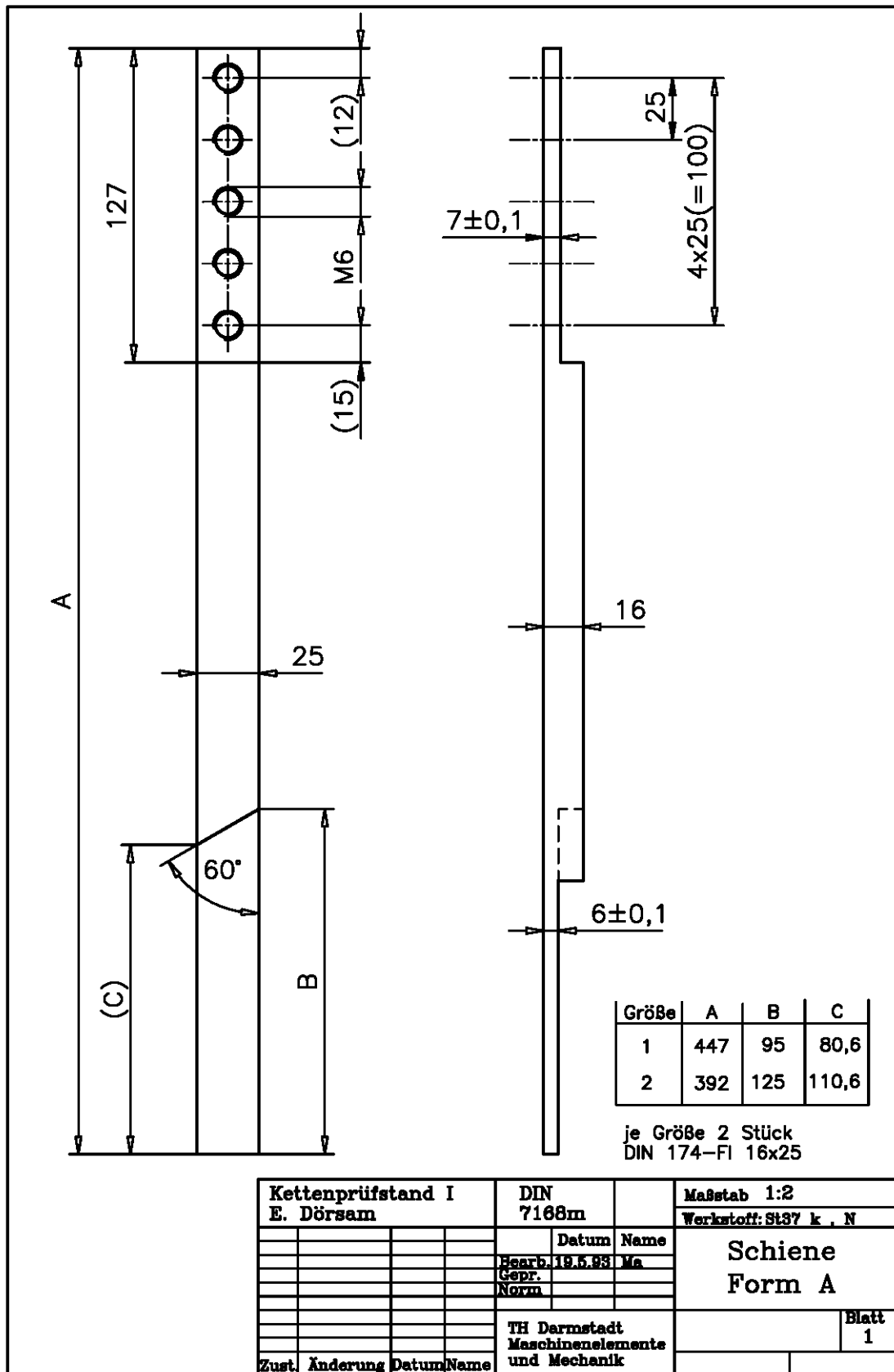


Bild C.2: Führungsschiene Form A (auf 80% verkleinerte Darstellung)

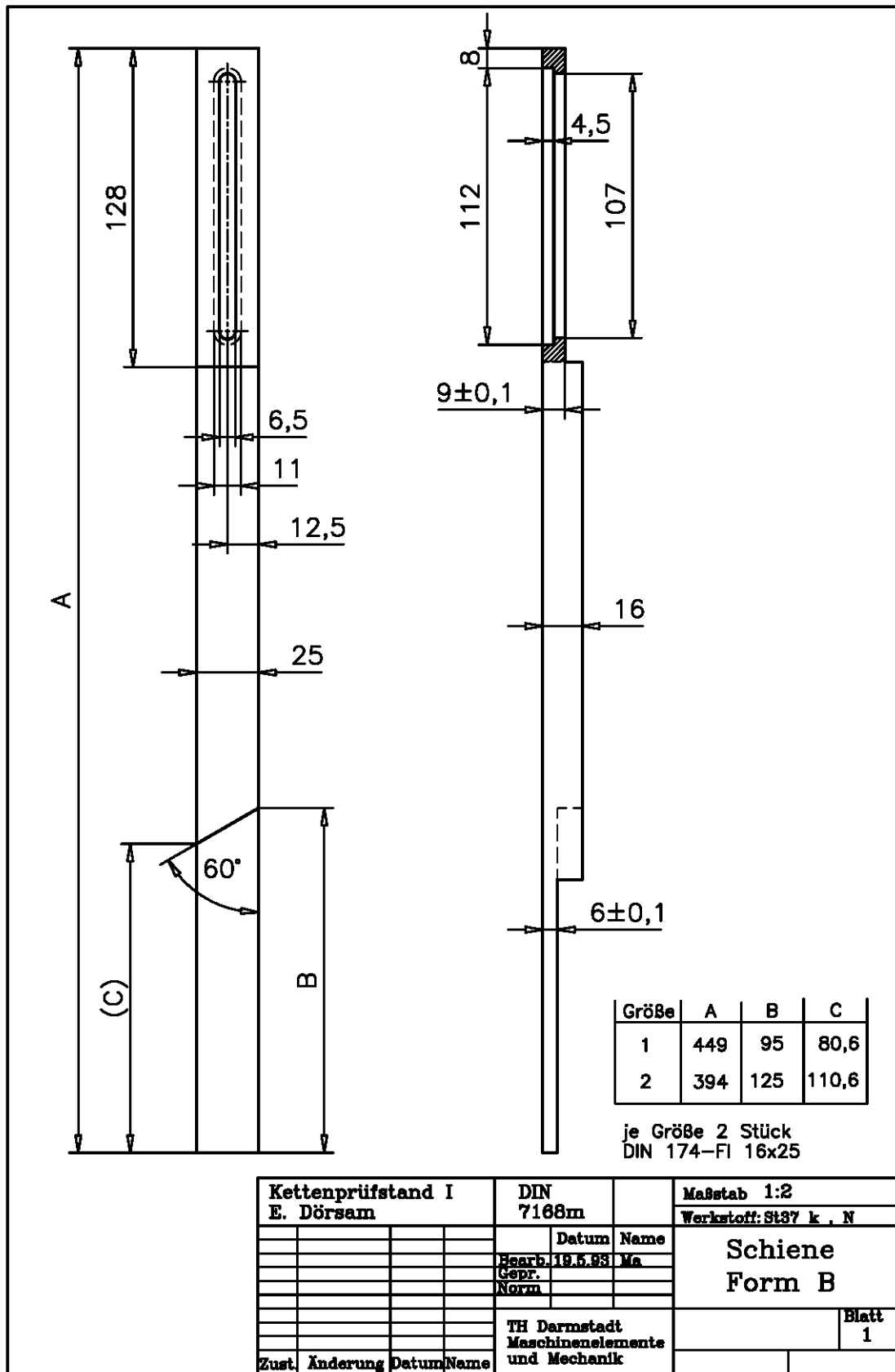


Bild C.3: Führungsschiene Form B (auf 80% verkleinerte Darstellung)